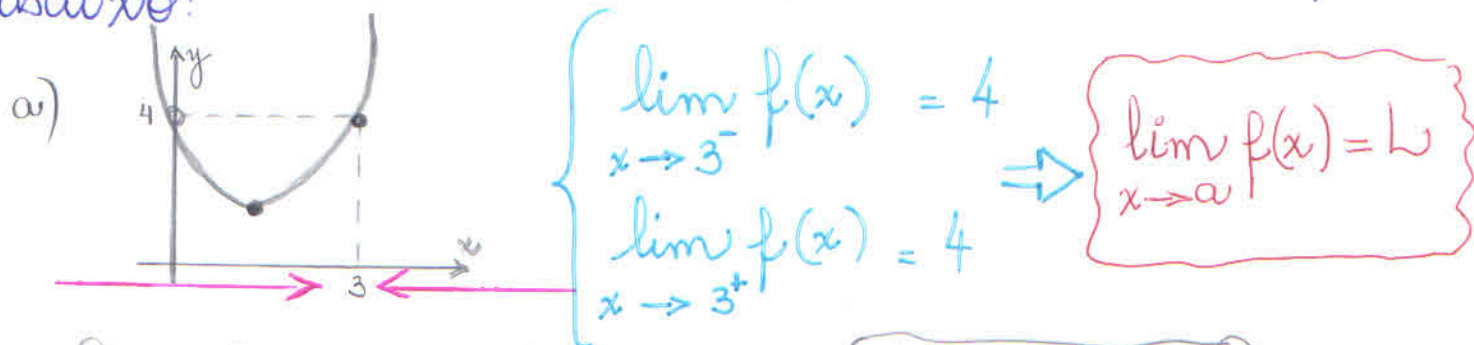


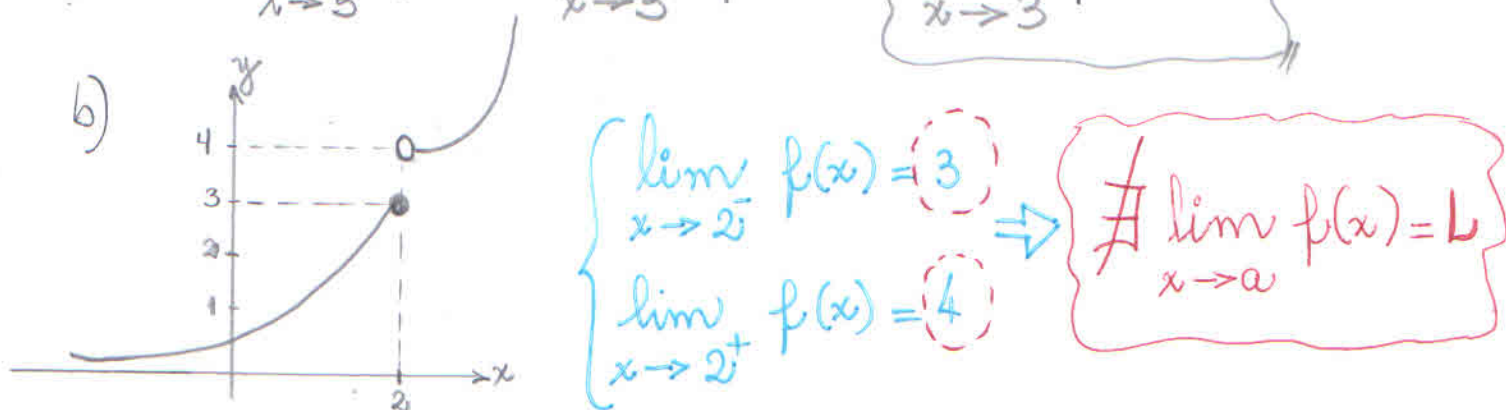
Límite - Noção Intuitiva

De acordo com a noção intuitiva o valor do limite de uma função quando $x \rightarrow a$ é igual aos valores dos limites laterais. Se os limites laterais são diferentes não existe o limite neste determinado x .

O limite de forma intuitiva deve ser analisado graficamente e analiticamente, atribuindo valores para cada lateral. Considere os exemplos abaixo:



Como $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \boxed{\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 4}$



Como $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ então,

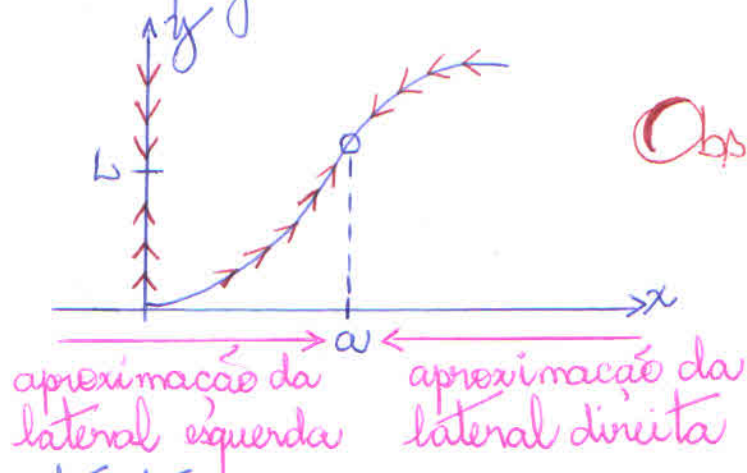
$$\boxed{\nexists \lim_{x \rightarrow 2} f(x)}$$

9957821 0619
508228

Notação: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$

A medida que x se aproxima de a , o comportamento de $f(x)$ é aproximar-se de L .

Considere a figura:



Obs.: x nunca será igual a a .

A noção intuitiva acima expressa a ideia de movimento, possibilitando encontrar o comportamento da função ao redor do ponto a . Torna-se claro na figura, que a medida que x move-se na direção de a , $f(x)$ move-se na direção de L , e o limite desta função quando x se aproxima de a é L .

Exemplos: Verificar de forma intuitiva a existência dos limites:

a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto y = \frac{x^3 - 8}{x - 2}$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$y = \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)}{x - 2} \quad \text{C.E.} \neq 2$$

$$y = x^2 + 2x + 4$$

Então $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x + 4) = 12$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

$$\begin{array}{ll} x = 1,9 & y = \\ x = 1,99 & y = \\ x = 1,999 & y = \end{array}$$

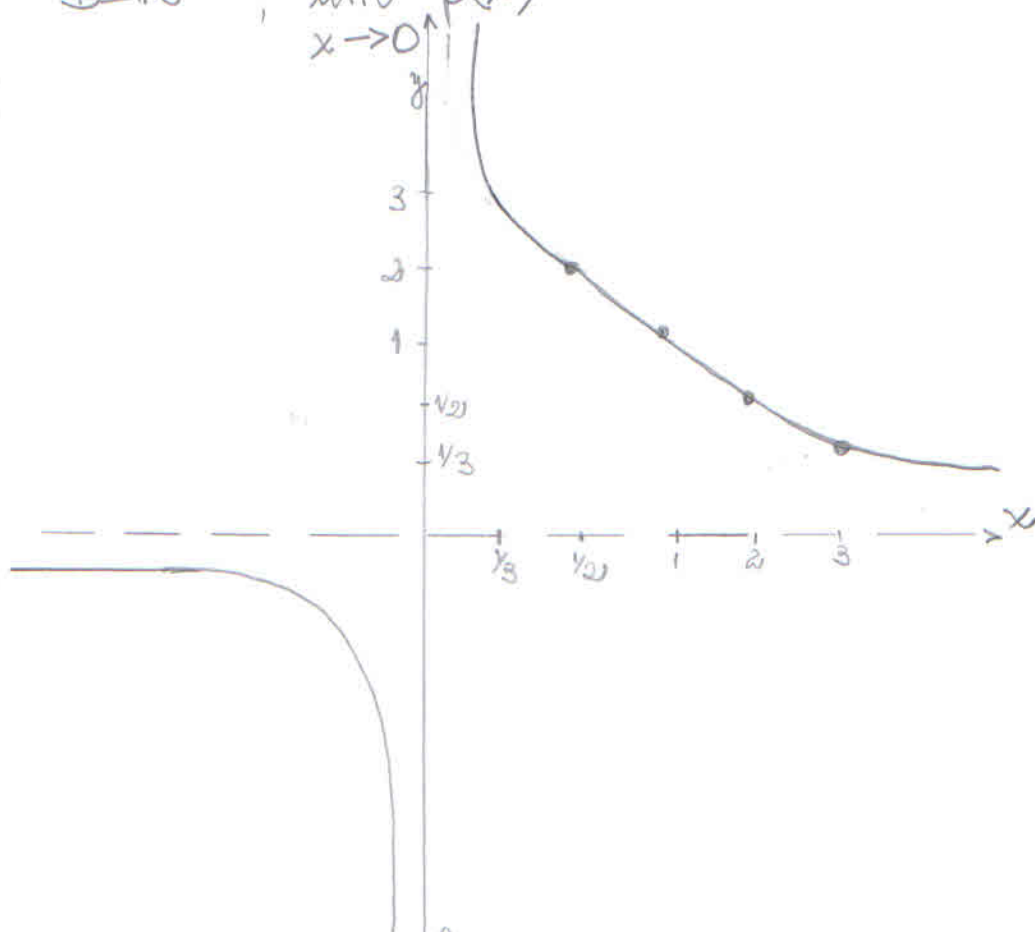
$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 12$$

$$\begin{array}{ll} x = 2,01 & y = \\ x = 2,001 & y = \\ x = 2,0001 & y = \end{array}$$

b) $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto y = \frac{1}{x}$

$$D = \mathbb{R}^* ; \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

x	y
-3	-1/3
-2	-1/2
-1	-1
-1/2	-2
-1/3	-3
0	0
1/3	3
1/2	2
1	1
2	1/2
3	1/3



$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$$

$$\begin{array}{ll} x = 0,1 & y = 10 \\ x = 0,01 & y = 100 \\ x = 0,001 & y = 1000 \end{array}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$$

$$\begin{array}{ll} x = -0,1 & y = -10 \\ x = -0,01 & y = -100 \\ x = -0,001 & y = -1000 \end{array}$$

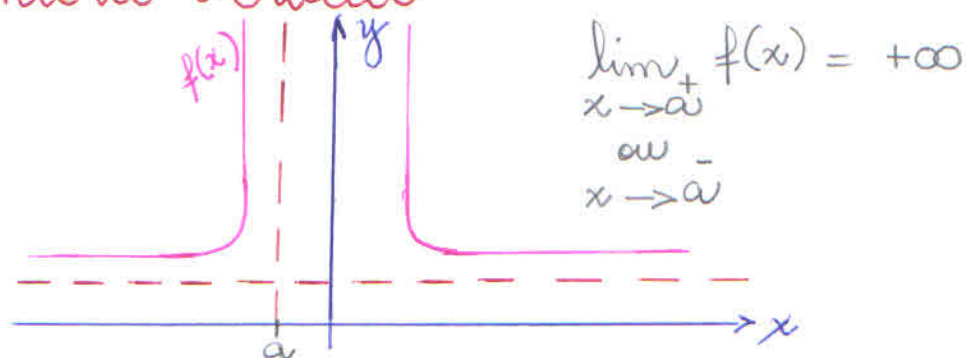
$$\nexists \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$$

Assíntotas

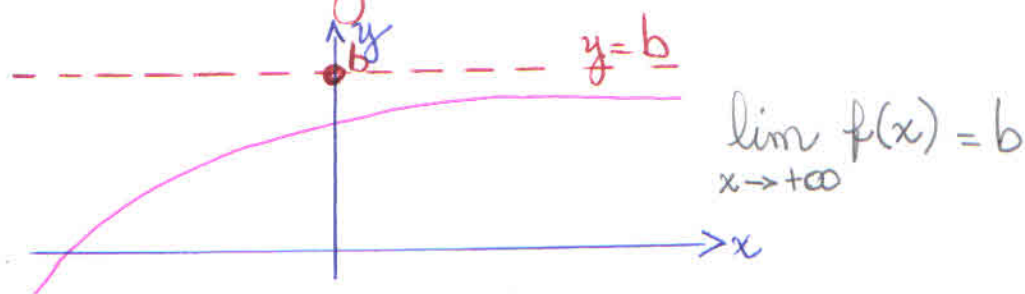
As assíntotas descrevem o comportamento do gráfico nas suas extremidades tanto horizontal como vertical, a definição pode ser estabelecida com a notação de limite.

Em algumas aplicações encontramos gráficos que se aproximam de uma reta à medida que x cresce ou decresce.

Ex. Assíntota Vertical



Ex. Assíntota Horizontal



Definição 1:

A reta $x=a$ é uma assíntota vertical do gráfico de $y=f(x)$, se

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \pm\infty \quad \text{ou} \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \pm\infty$$

Definição 2:

A reta $y=b$ é uma assíntota horizontal do

gráfico de $y=f(x)$, se

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b$$

c) $f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$

$$y = \frac{2x-1}{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

Raiz: $y=0$

$$2x-1=0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Assíntotas

$$y = \frac{2x-1}{x-1}$$

C.E. $x \neq 1$

$$x=1 \rightarrow \text{assíntota}$$

x	y
3	$\frac{5}{2}$
$\frac{5}{2}$	$\frac{8}{3} \approx 2,6$
2	3
0	1
$\frac{1}{2}$	0
1	0
-1	$\frac{3}{2} = 1,5$
-2	$\frac{5}{3} \approx 1,6$

$$y(x-1) = 2x-1$$

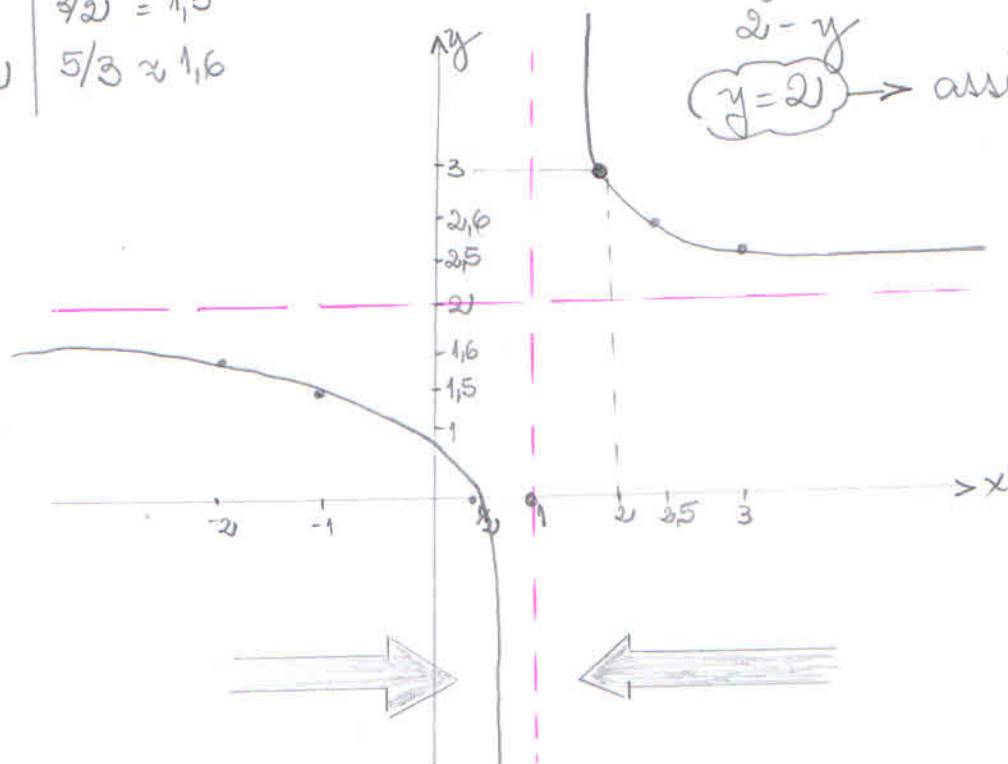
$$yx - y = 2x - 1$$

$$-y + 1 = 2x - yx$$

$$-y + 1 = x(2 - y)$$

$$x = \frac{-y+1}{2-y} \quad \text{C.E. } y \neq 2$$

$$y=2 \rightarrow \text{assíntota}$$



$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$$

$$x = 1,01 \quad y = 102$$

$$x = 1,001 \quad y = 1002$$

$$x = 1,0001 \quad y = 10002$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$$

$$x = 0,99 \quad y = -98$$

$$x = 0,999 \quad y = -998$$

$$x = 0,9999 \quad y = -9998$$

$$\neq \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$$

$$x = 1000 \quad y = 2,001$$

$$x = 10000 \quad y = 2,0001$$

$$x = 100000 \quad y = 2,00001$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$$

$$x = -1000 \quad y = 1,999$$

$$x = -10000 \quad y = 1,9999$$

$$x = -100000 \quad y = 1,99999$$

$$\approx 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$$