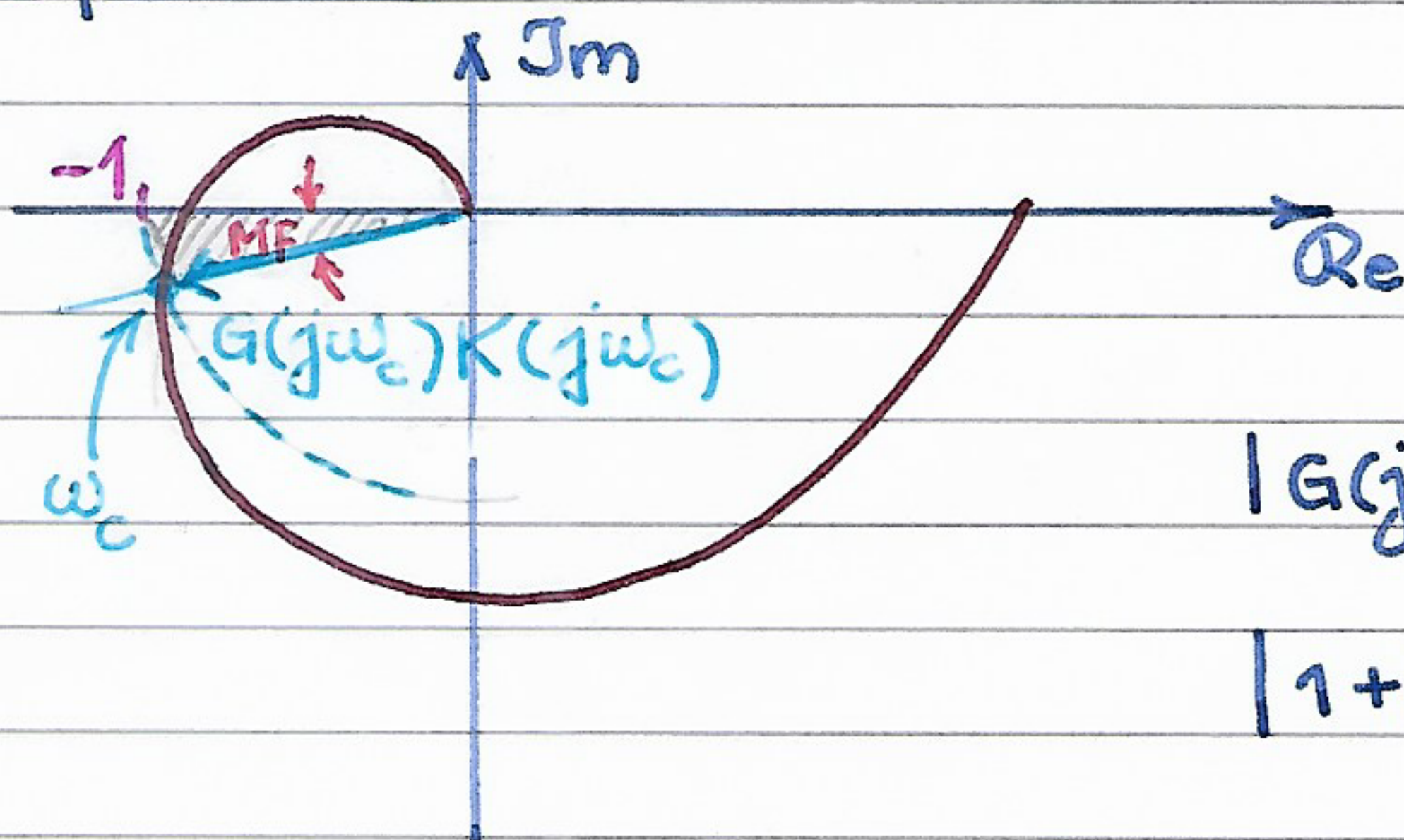


• MF "pequena"



$$|G(j\omega_c)K(j\omega_c)| = 1$$

$$|1 + G(j\omega_c)K(j\omega_c)| =$$

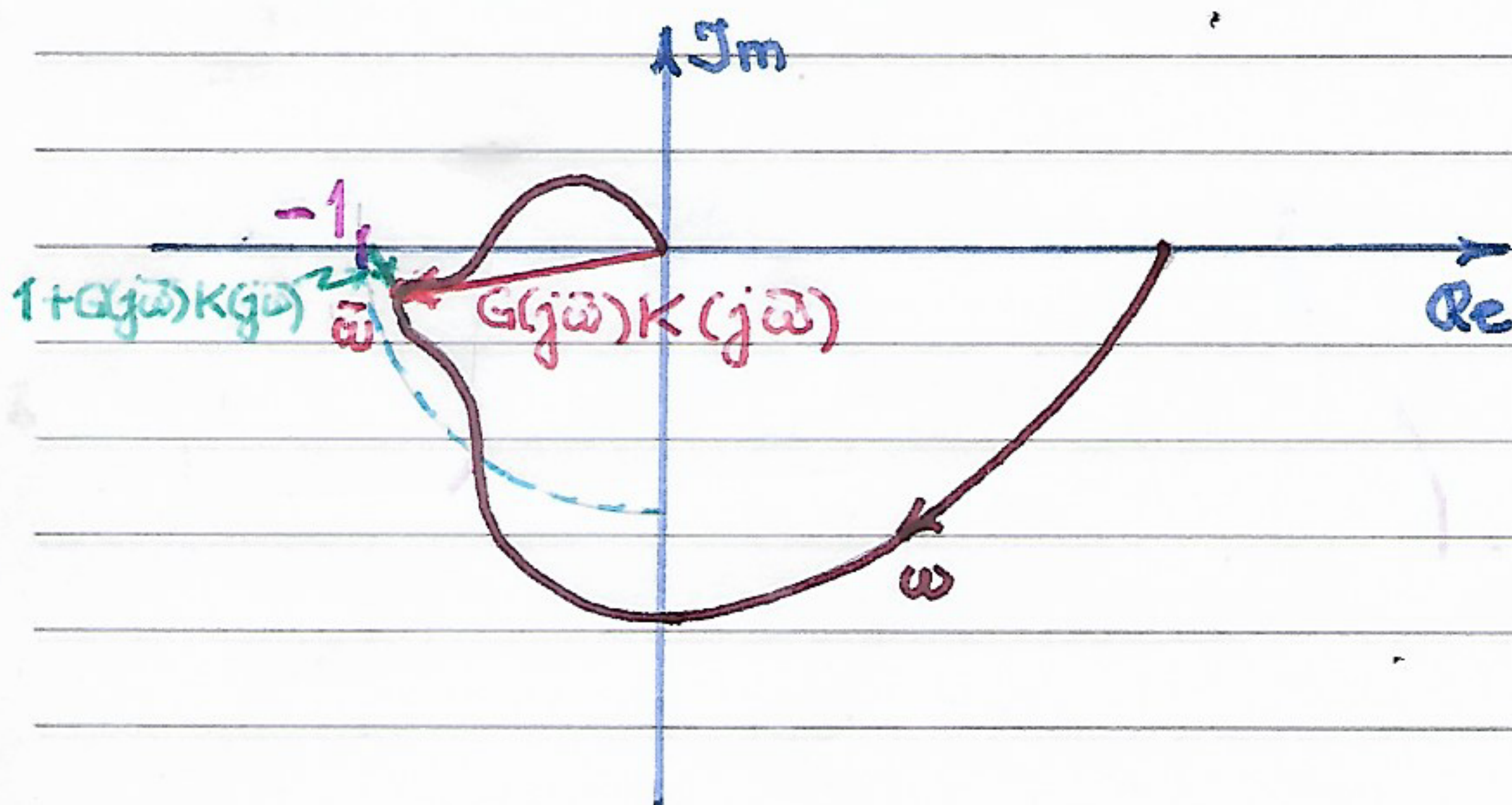
$$= 2 \sin\left(\frac{MF}{2}\right)$$

porque o triângulo hachurado é isósceles com os lados iguais de comprimento igual a 1 e ângulo entre eles igual a MF

$$\therefore |T(j\omega_c)| = \frac{|G(j\omega_c)K(j\omega_c)|}{|1 + G(j\omega_c)K(j\omega_c)|} = \frac{1}{2 \sin\left(\frac{MF}{2}\right)}$$

\therefore se MF é "pequena" $\Rightarrow |T(j\omega_c)| \gg 1 \rightarrow$ RESSONÂNCIA!

• Caso Geral : diagrama de Nyquist próximo do ponto -1



$G(j\bar{\omega})K(j\bar{\omega})$ próximo

do ponto -1



$$|1 + G(j\bar{\omega})K(j\bar{\omega})| \ll 1$$

e

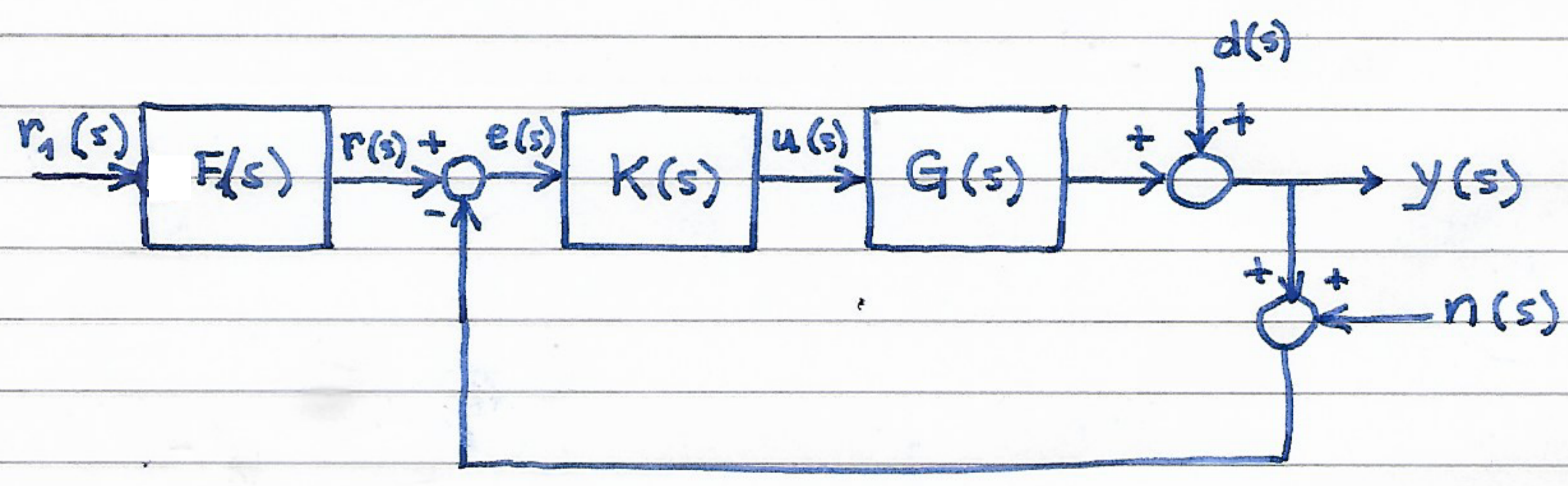
$$|G(j\bar{\omega})K(j\bar{\omega})| \approx 1$$

$$\therefore |T(j\bar{\omega})| = \frac{|G(j\bar{\omega})K(j\bar{\omega})|}{|1 + G(j\bar{\omega})K(j\bar{\omega})|} \gg 1 \rightarrow \text{RESSONÂNCIA}$$

• RESUMO

- Já sabíamos que ressonâncias decorriam de polos pouco amortecados (próximos do eixo imaginário)
- Agora acabamos de ver que ressonâncias ocorrem quando o diagrama de Nyquist é próximo do ponto -1
- Então, pequenas incertezas no modelo podem levar à instabilidade

1.3.3 - Diagrama de blocos canônico



• Funções de Transferência importantes

- $L(s)$: função de transferência de malha (ou de malha aberta)

$$L(s) = G(s)K(s)$$

- $S(s)$: sensibilidade

$$S(s) = \frac{1}{1 + G(s)K(s)}$$

- $T(s)$: sensibilidade complementar

$$T(s) = \frac{G(s)K(s)}{1 + G(s)K(s)}$$

- Por que "sensibilidade"?

$$\frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta G}{G}} \approx \frac{1}{1 + GK} = S$$

- Por que "sensibilidade complementar"?

$$S(s) + T(s) \equiv 1$$

- Sensibilidade x Erro estacionário

$$r(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s e(s) =$$

↑
T. Valor Final

$$= \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{1 + G(s)K(s)} \cdot r(s) =$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} \cancel{s} \cdot \frac{1}{1 + G(s)K(s)} \cdot \frac{1}{\cancel{s}} \Rightarrow$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} S(s)$$

1.3.4 - ANÁLISE QUALITATIVA PRELIMINAR DO DESEMPENHO

• PROPRIEDADE

$$S(s) + T(s) \equiv 1 \Rightarrow S(j\omega) + T(j\omega) \equiv 1 \Rightarrow$$

$$1 = |S(j\omega) + T(j\omega)| \leq |S(j\omega)| + |T(j\omega)|$$

Ou seja:

$$|S(j\omega)| + |T(j\omega)| \geq 1$$

Portanto, é impossível que

$$|S(j\omega)| \ll 1 \text{ e } |T(j\omega)| \ll 1,$$

isto é, $S(j\omega)$ e $T(j\omega)$ NÃO podem ser "pequenos" simultaneamente.

• GANHO DE MALHA "PEQUENO"

Se $|G(j\omega)K(j\omega)| \ll 1$,

$$\bullet T(j\omega) = \frac{G(j\omega)K(j\omega)}{1 + G(j\omega)K(j\omega)} \approx G(j\omega)K(j\omega)$$

$$\therefore |T(j\omega)| \ll 1$$

$$\bullet S(j\omega) = \frac{1}{1 + G(j\omega)K(j\omega)} \approx 1$$

• GANHO DE MALHA "GRANDE"

Se $|G(j\omega)K(j\omega)| \gg 1$,

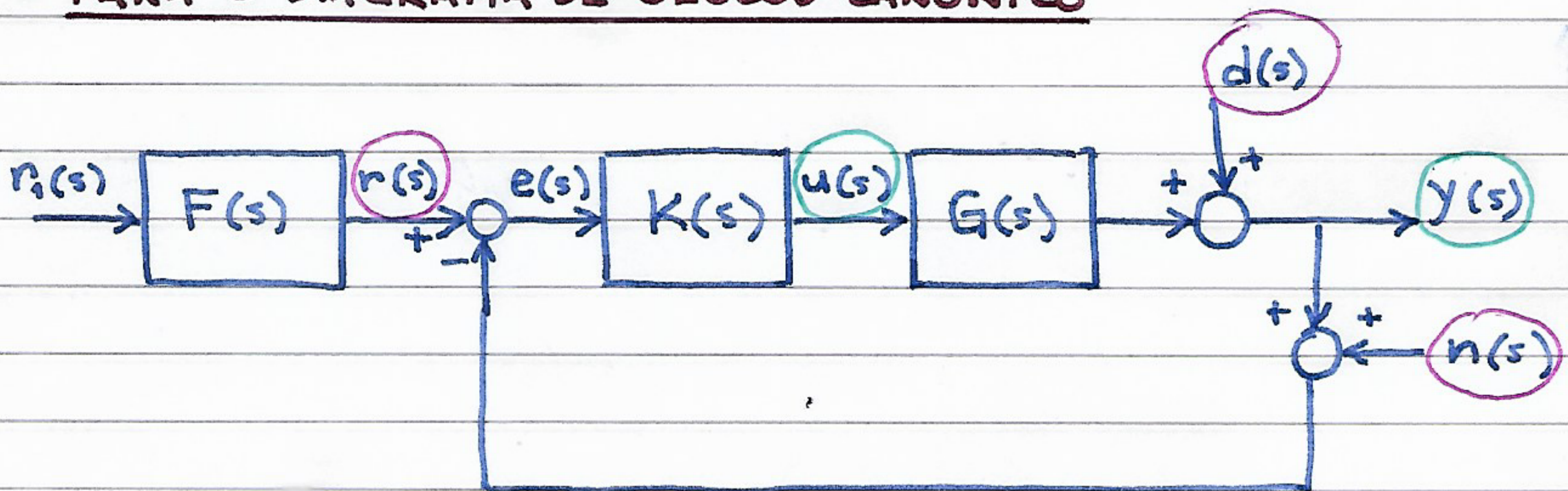
$$\bullet T(j\omega) = \frac{G(j\omega)K(j\omega)}{1 + G(j\omega)K(j\omega)} \approx 1$$

$$\bullet S(j\omega) = \frac{1}{1 + G(j\omega)K(j\omega)} \approx \frac{1}{G(j\omega)K(j\omega)}$$

$$\therefore S(j\omega) \approx \frac{1}{G(j\omega)K(j\omega)}$$

$$\therefore |S(j\omega)| \ll 1$$

• PARA O DIAGRAMA DE BLOCOS CANÔNICO



$$\bullet r(s) = F(s) \cdot r_1(s)$$

$$\bullet y(s) = T(s) \cdot r(s) + S(s) \cdot d(s) - T(s) n(s)$$

$$\bullet u(s) = K(s) \cdot S(s) \cdot r(s) - K(s) \cdot S(s) \cdot d(s) - K(s) \cdot S(s) \cdot n(s)$$

- Acompanhamento do sinal de referência (baixas frequências)

$$y(j\omega) = T(j\omega)r(j\omega)$$

$$\therefore T(j\omega) \approx 1 \Rightarrow y(j\omega) \approx r(j\omega)$$

$$\text{Se } |G(j\omega)K(j\omega)| \gg 1 \Rightarrow T(j\omega) \approx 1 \quad (\text{e } |S(j\omega)| \ll 1)$$

Conclusão: o ganho de malha deve ser "grande"

- Atenuação das perturbações (baixas frequências)

$$y(j\omega) = S(j\omega)d(j\omega)$$

$$\therefore |S(j\omega)| \ll 1 \Rightarrow \text{efeito de } d(j\omega) \text{ sobre } y(j\omega) \text{ é "pequeno"}$$

$$\text{Se } |G(j\omega)K(j\omega)| \gg 1 \Rightarrow |S(j\omega)| \ll 1$$

Conclusão: o ganho de malha deve ser "grande"

- Atenuação do erro de medida (altas frequências)

$$y(j\omega) = -T(j\omega)n(j\omega)$$

$$\therefore |T(j\omega)| \ll 1 \Rightarrow \text{efeito de } n(j\omega) \text{ sobre } y(j\omega) \text{ é "pequeno"}$$

$$\text{Se } |G(j\omega)K(j\omega)| \ll 1 \Rightarrow |T(j\omega)| \ll 1$$

Conclusão: o ganho de malha deve ser "pequeno"

- Esforço de controle

Vamos ver isto mais adiante!

• Compromissos de projeto

Acomp. de referência

Rejeição de perturbação

} $|GK|$ "grande" ($\because T \approx 1$ e $|S| \ll 1$)

Rejeição do erro de medida } $|GK|$ "pequeno" ($\because |T| \ll 1$ e $S \approx 1$)

CONFLITO!

Na prática, as regiões de frequências são diferentes.

• NOTA: MARGENS DE ESTABILIDADE E SENSIBILIDADE

Ver Apostila: $MG \geq \frac{S_{\max}}{S_{\max} - 1}$

$$\text{sen}\left(\frac{MF}{2}\right) \geq \frac{1}{2S_{\max}}$$

1.3.5 - GRAUS DE LIBERDADE DE UM SISTEMA DE CONTROLE

• SISTEMA DE CONTROLE COM 2 G.D.L.

Quando $F(s)$ (pré-filtro) está presente na entrada da malha fechada.

• SISTEMA DE CONTROLE COM 1 G.D.L.

Quando $F(s)$ está ausente.

- $F(s)$ normalmente usado quando se quer uma saída

com uma certa característica no domínio do tempo

- Base: resposta em frequência \leftrightarrow resposta temporal

- Exemplo clássico: controle de avião

• $K(s)$ projetado para atender a requisitos da

malha fechada $\Rightarrow T(s)$ fica definido

• $F(s)$ projetado para que $\frac{Y(s)}{T_1(s)} = F(s) T(s)$

tenha características desejadas

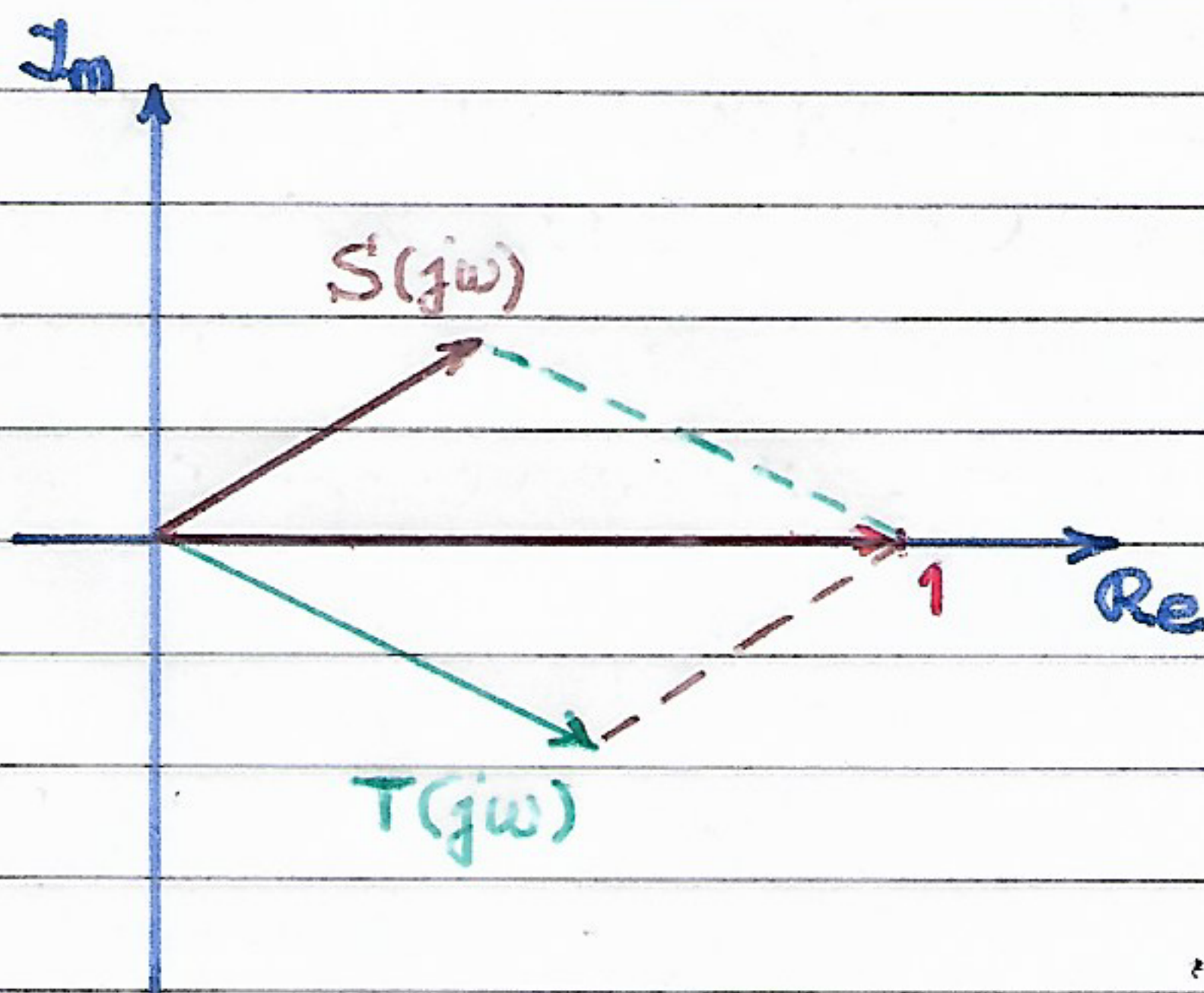
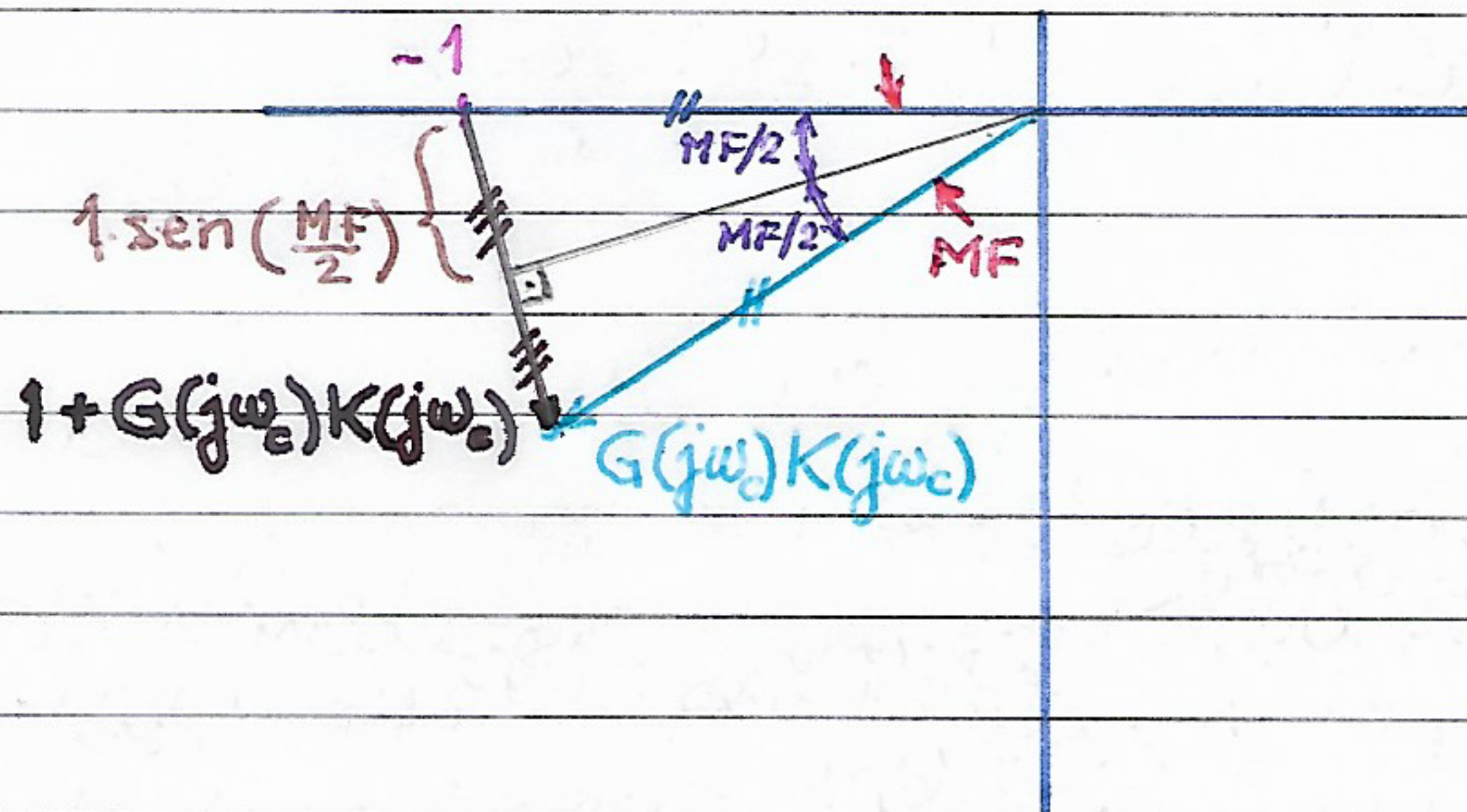
- Nem sempre é possível incluir o pré-filtro no sistema!

Exemplo: quando o sensor mede diretamente o

erro e não a saída \rightarrow é o caso de siste-

ma de rastreamento de objeto móvel

no espaço

ADENDO

$$S(j\omega) + T(j\omega) = 1 \quad (\forall \omega)$$

- Se $S(j\omega)$ é pequena ($|S(j\omega)| \ll 1$), então $T(j\omega) \approx 1$
- Se $T(j\omega)$ é pequena ($|T(j\omega)| \ll 1$), então $S(j\omega) \approx 1$