Fundamentos da Mecânica dos Materiais e das Estruturas - Lista 1

1) Dados os tensores de primeira ordem (ou vetores)

$$\vec{a} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{Bmatrix} \quad \text{e} \quad \vec{b} = \begin{Bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{Bmatrix}$$

- a) Calcular o produto interno $\vec{a} \cdot \vec{b} = \alpha$
- b) Calcular o produto tensorial $\vec{a} \otimes \vec{b} = A$
- c) Calcular o produto vetorial $\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{c}$
- d) Calcular $Det(A)$ (item b)

2) Calcular a contração $A : B$ dados $a_{ij} = \frac{2^i}{j}$ e $b_{ij} = \frac{3^{-i}}{2j}$ com i, j variando de 1 até 3.

3) Para os tensores da questão (2) calcular os termos C_{1213} e C_{2131} do produto tensorial

$A \otimes B$

- 4) Para as matrizes (ou tensores de ordem 2) da questão (2) e vetores da questão (1), calcular :
- a) $\vec{c} = A \cdot \vec{b}$
 - b) $\vec{d} = B \cdot \vec{a}$
 - c) $\alpha = \vec{c} \cdot \vec{d}$
 - d) $E = \vec{c} \otimes \vec{d}$
 - e) $\vec{f} = \vec{c} \wedge \vec{d}$

5) Mostrar ou justificar as expressões:

- a) $\delta_{lm} \delta_{ik} \delta_{jk} a_i = \delta_{lm} a_j$
- b) $\delta_{lm} \delta_{ik} \delta_{ij} a_k = \delta_{lm} a_j$
- c) $\delta_{ii} = 2$ para problemas 2D
- d) $\delta_{kk} = 3$ para problemas 3D
- e) $(\delta_{li} \delta_{mk} + \delta_{lk} \delta_{mi}) \delta_{jk} a_i = \delta_{mj} a_l + \delta_{jl} a_m$

6) Calcular os versores relativos aos vetores de todas as questões

- a) $\vec{a}$
- b) $\vec{b}$
- c) $\vec{c}$
- d) $\vec{d}$
- e) $\vec{e}$

7) Verificar que o tensor identidade de ordem 4 ($\mathbf{I}$) pode ser escrito em notação indicial como $\delta_{ik} \delta_{jl}$. Faça isso mostrando que $A = \mathbf{I} : A$ onde $A \leftrightarrow a_{ij}$ é um tensor de ordem 2.

8) Mostre que $(\mathbf{I} \otimes \mathbf{I}) : A = \text{Traço}(A) \mathbf{I}$. Dica: Usar notação indicial onde

$$\mathbf{I} \otimes \mathbf{I} \leftrightarrow \delta_{kl} \delta_{ij} \text{ e } A \leftrightarrow a_{ij}.$$