

Engenharia da Qualidade I

Aula 6

Ferramentas para o Controle e Melhoria da Qualidade
Gráfico de Controle

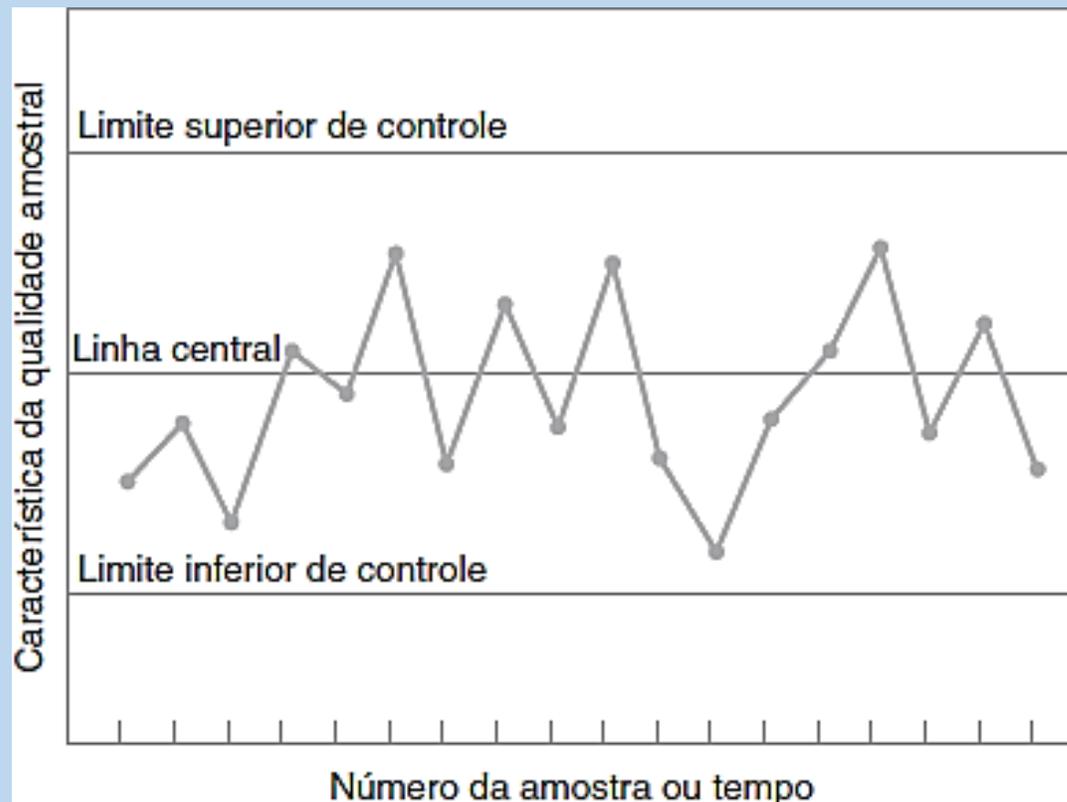
Prof. Geronimo Virginio Tagliaferro

- ✓ Os gráficos de controle surgiram devido à necessidade de introduzir métodos formais ao controle e melhoria da qualidade.
- ✓ O conceito estatístico dos gráficos de controle foi primeiramente proposto pelo Dr. Walter A. Shewhart, dos Bell Telephone Laboratories, em 1924.
- ✓ O gráfico de controle consiste em “***uma disposição gráfica de uma característica da qualidade usada para monitorar um processo***”.
- ✓ O objetivo do uso de gráficos de controle é garantir que o processo opere na sua melhor condição.

Segundo Montgomery (2006) existem cinco razões principais para a popularização da carta de controle:

1. Os gráficos de controle consistem em uma técnica comprovada para melhorar (aumentar) a produtividade.
2. São efetivos na prevenção de defeitos.
3. Previnem ajustes desnecessários no processos.
4. Proveem informações valiosa (confiáveis) para diagnóstico sobre o desempenho do processo.
5. Proveem informações a cerca da capacidade do processo.

A Abaixo mostra um típico gráfico de controle, que é uma apresentação gráfica de uma característica da qualidade que foi medida, ou calculada, a partir de uma amostra versus o número da amostra ou o tempo. O gráfico contém uma linha central, representando o valor médio da característica da qualidade que corresponde ao estado sob controle. (Isto é, apenas as causas aleatórias estão presentes.) Duas outras linhas horizontais, chamadas de limite superior de controle (LSC) e limite inferior de controle (LIC).



A base estatística dos gráficos

Suponha que uma característica da qualidade seja normalmente distribuída com média μ e desvio-padrão σ , sendo ambos os valores μ e σ conhecidos. A média da amostra será:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad n = \text{tamanho da amostra}$$

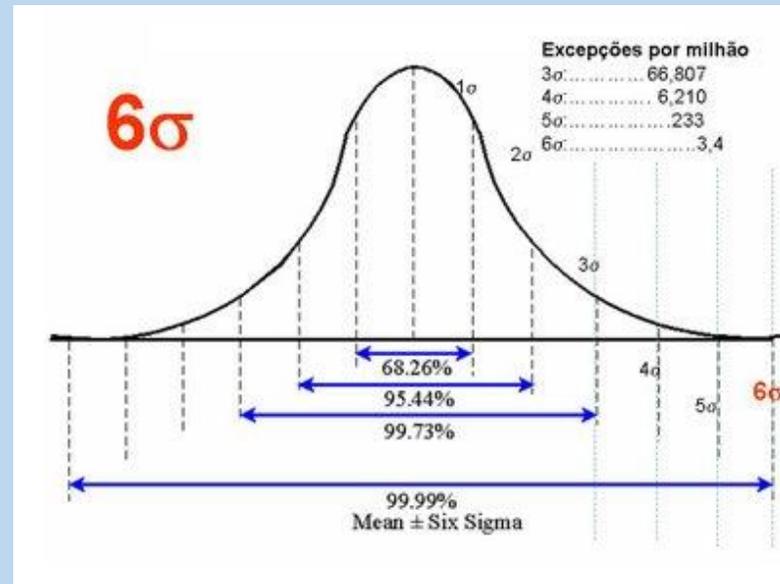
\bar{x} = Média de grupos de amostras $m=1,2,3\dots$ (Grupo)
 μ = é a média de cada amostra $n=1, 2, \dots$ (Sub Grupo)

sabemos que \bar{x} é normalmente distribuída com média μ e desvio-padrão

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Além disso, há uma probabilidade (99% , 3σ) de qualquer média amostral ficar entre

$$\text{média amostral} = \mu \pm 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



Podemos dar um **modelo** geral para um gráfico de controle. Seja w uma estatística amostral que mede alguma característica da qualidade de interesse, e suponha que a média de w seja \bar{x} e o desvio-padrão de w seja $\sigma_{\bar{x}}$. Então, a linha central, o limite superior de controle e o limite inferior de controle se tornam

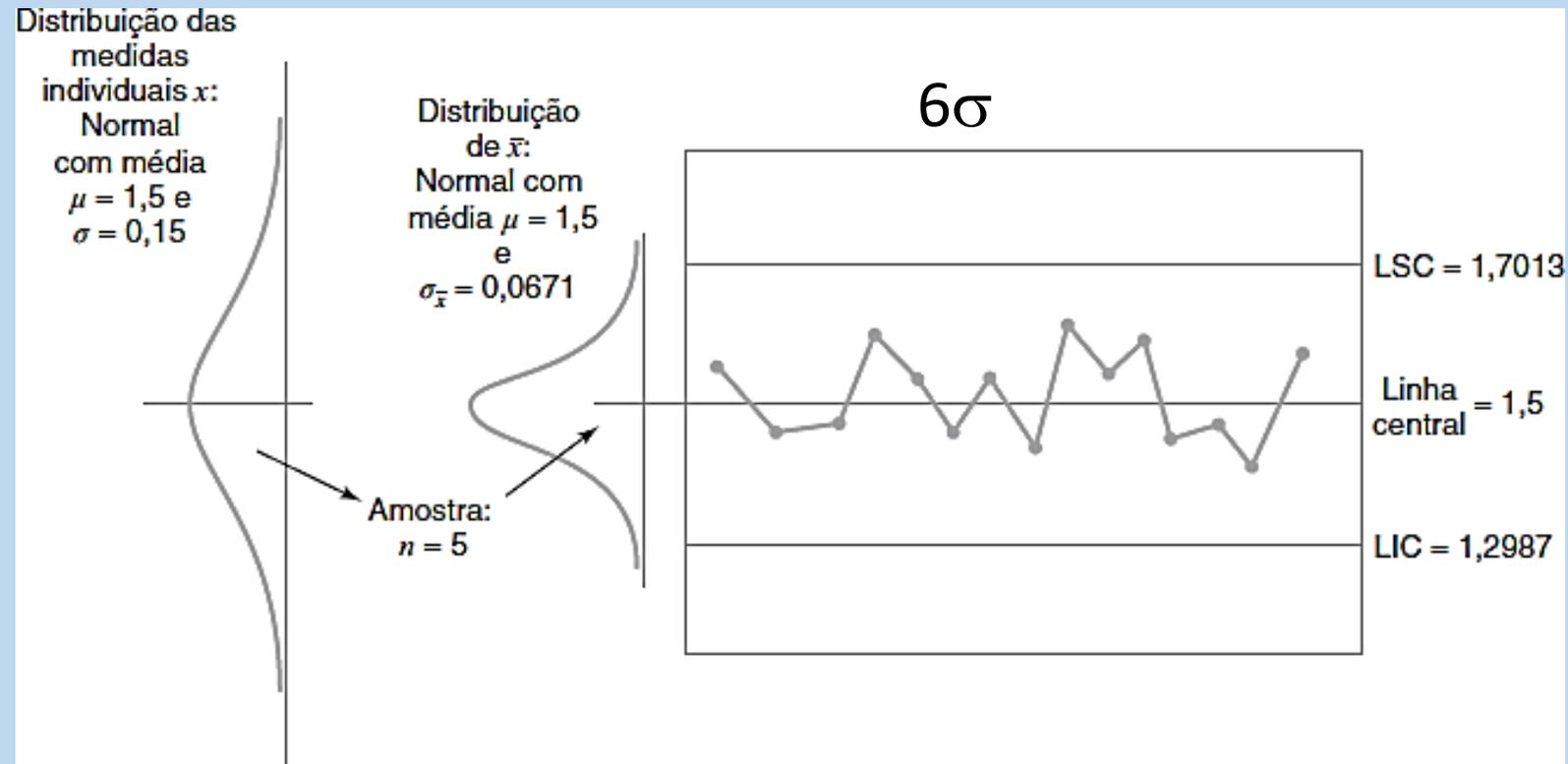
$$LSC = \bar{\bar{x}} + 3\sigma_{\bar{x}}$$

Linha central - média = $\bar{\bar{x}}$

$$LIC = \bar{\bar{x}} - 3\sigma_{\bar{x}}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

3 - “distância” dos limites de controle à linha central, expressa em unidades de desvio-padrão



- Para construir os limites de controle, é necessária uma estimativa do desvio-padrão σ .
- Podemos estimar σ , ou através dos desvios-padrão, ou das amplitudes das m amostras
- No momento, vamos nos concentrar no método da **amplitude**. Se x_1, x_2, \dots, x_n é uma amostra de tamanho n , então a amplitude da amostra é a diferença entre a maior e a menor observação; isto é,

$$R = x_{\text{máx}} - x_{\text{mín}}$$

Sejam R_1, R_2, \dots, R_m as amplitudes das m amostras. A amplitude média é

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_m}{m}$$

Fórmulas para a construção dos limites de controle para o gráfico \bar{x}

$$\text{LSC} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

$$\text{Linha central} = \bar{\bar{x}}$$

$$\text{LIC} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$

A constante A_2 encontra-se tabulada para vários tamanhos de amostra na Tabela do próximo slide.

A **variabilidade** do processo pode ser monitorada marcando-se os valores das amplitudes amostrais R em um gráfico de controle. A linha central e os limites de controle para o gráfico R são os seguintes:

$$\text{LSC} = D_4 \bar{R}$$

$$\text{Linha central} = \bar{R}$$

$$\text{LIC} = D_3 \bar{R}$$

As constantes D_3 e D_4 encontram-se tabuladas para vários valores de n na Tabela.

n	Médias		Desvio-padrão		Amplitudes	
	A2	A3	B3	B4	D3	D4
2	1,88	2,659	0	3,267	0	3,267
3	1,023	1,954	0	2,568	0	2,574
4	1,729	1,628	0	2,266	0	2,282
5	0,577	1,427	0	2,089	0	2,114
6	0,483	1,287	0,03	1,97	0	2,004
7	0,419	1,182	0,118	1,882	0,076	1,924
8	0,373	1,099	0,185	1,815	0,136	0,864
9	0,337	1,032	0,239	1,761	0,184	1,816
10	0,308	0,975	0,284	1,716	0,223	1,777
11	0,285	0,927	0,321	1,679	0,256	1,744
12	0,266	0,888	0,354	1,646	0,283	1,717
13	0,249	0,85	0,382	1,618	0,307	1,693
14	0,235	0,817	0,406	1,594	0,328	1,672
15	0,223	0,789	0,428	1,572	0,347	1,653
16	0,212	0,763	0,448	1,552	0,363	1,637
17	0,203	0,739	0,466	1,534	0,378	1,622
18	0,194	0,718	0,482	1,518	0,391	1,608
19	0,187	0,698	0,497	1,503	0,403	1,597
20	0,18	0,68	0,51	1,49	0,415	1,585
21	0,173	0,663	0,523	1,477	0,425	1,575
22	0,167	0,647	0,534	1,466	0,434	1,566
23	0,162	0,633	0,545	1,455	0,443	1,557
24	0,157	0,619	0,555	1,445	0,451	1,548
25	0,153	0,606	0,565	1,435	0,459	1,541

Fatores para Construção de Gráficos de Controle para Variáveis

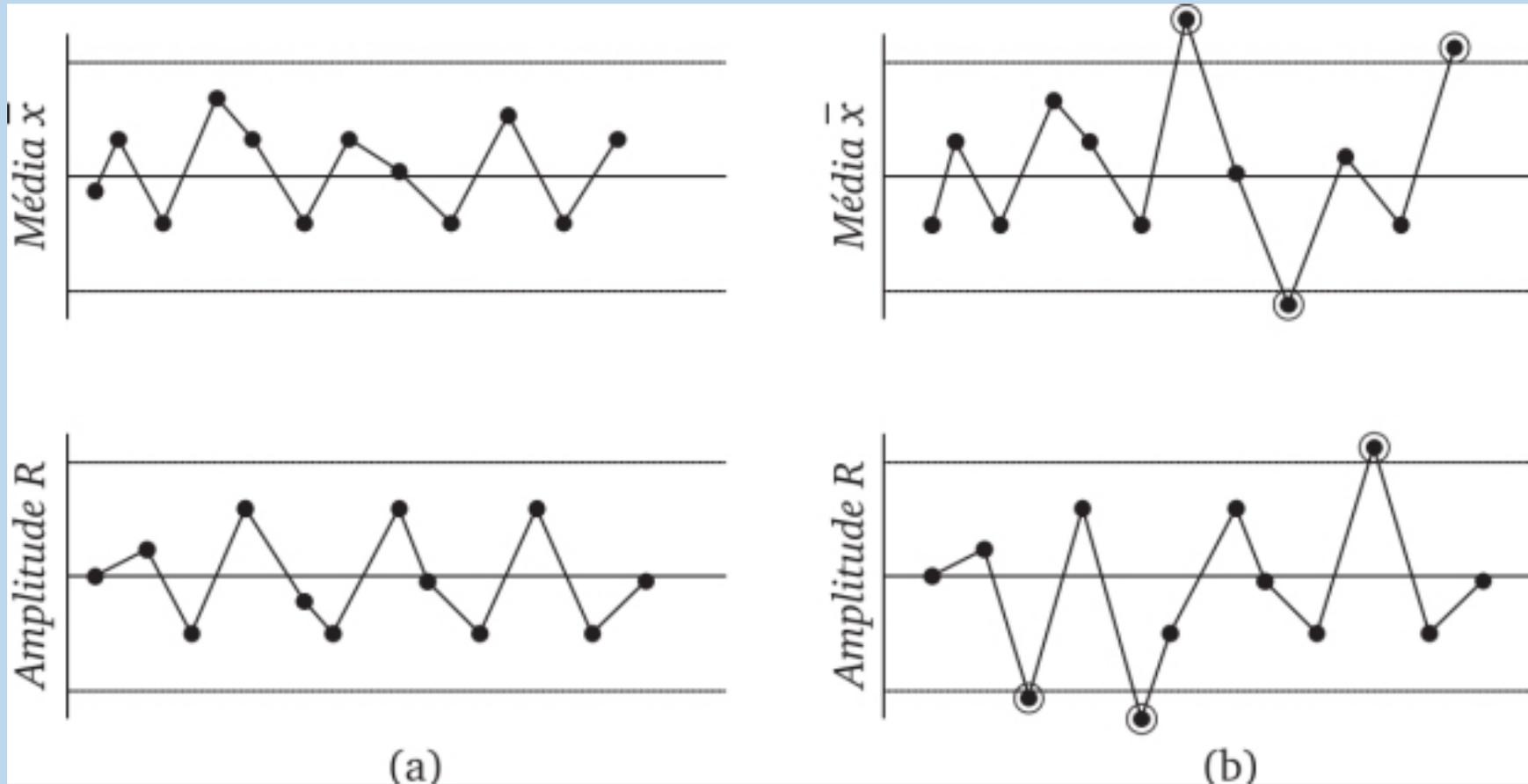
7 – Gráfico de Controle

- ✓ Suponha um processo de usinagem de um eixo, em que, periodicamente, é feita a medição da dimensão do diâmetro externo de um conjunto de cinco eixos (amostra) fabricados consecutivamente.
- ✓ R – amplitude, diferença entre o valor máximo e mínimo.

Amostra 1	Amostra 2	Amostra 3
0.63	0.66	0.64
0.64	0.64	0.63
0.64	0.65	0.65
0.62	0.65	0.64
0.67	0.67	0.64
$\bar{x} = 0.64$	$\bar{x} = 0.654$	$\bar{x} = 0.64$
R = 0.05	R = 0.03	R = 0.02

m = 3
n = 5

Ilustração dos gráficos da média e da amplitude.

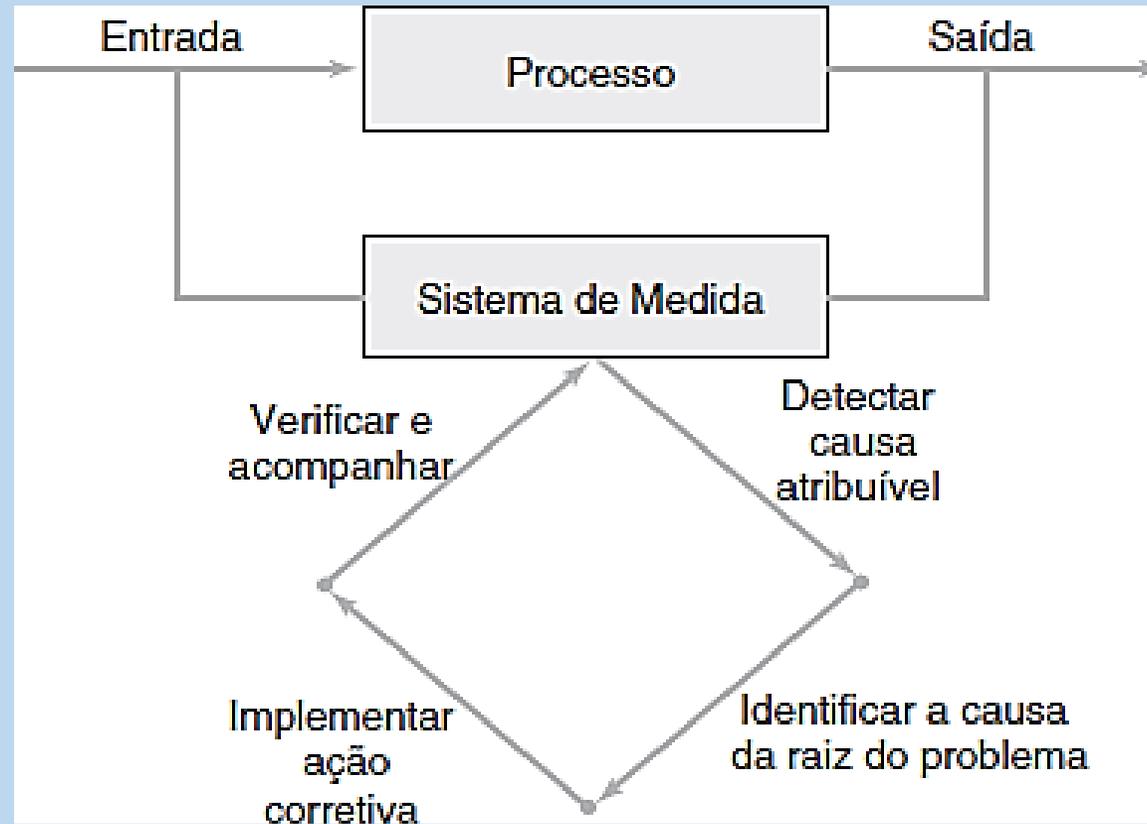


O gráfico de controle é um artifício para se descrever, de maneira precisa, o que se entende por controle estatístico.

O uso mais importante do gráfico de controle é melhorar o processo. Vimos que, em geral,

1. A maior parte dos processos não opera em estado de controle estatístico e,
2. Conseqüentemente, o uso rotineiro e atento dos gráficos de controle ajudará na identificação de causas atribuíveis. Se essas causas puderem ser eliminadas do processo, a variabilidade será reduzida e o processo melhorará.
3. O gráfico de controle apenas detectará causas atribuíveis. A ação da gerência, do operador e da engenharia será, usualmente, necessária para a eliminação das causas atribuíveis.

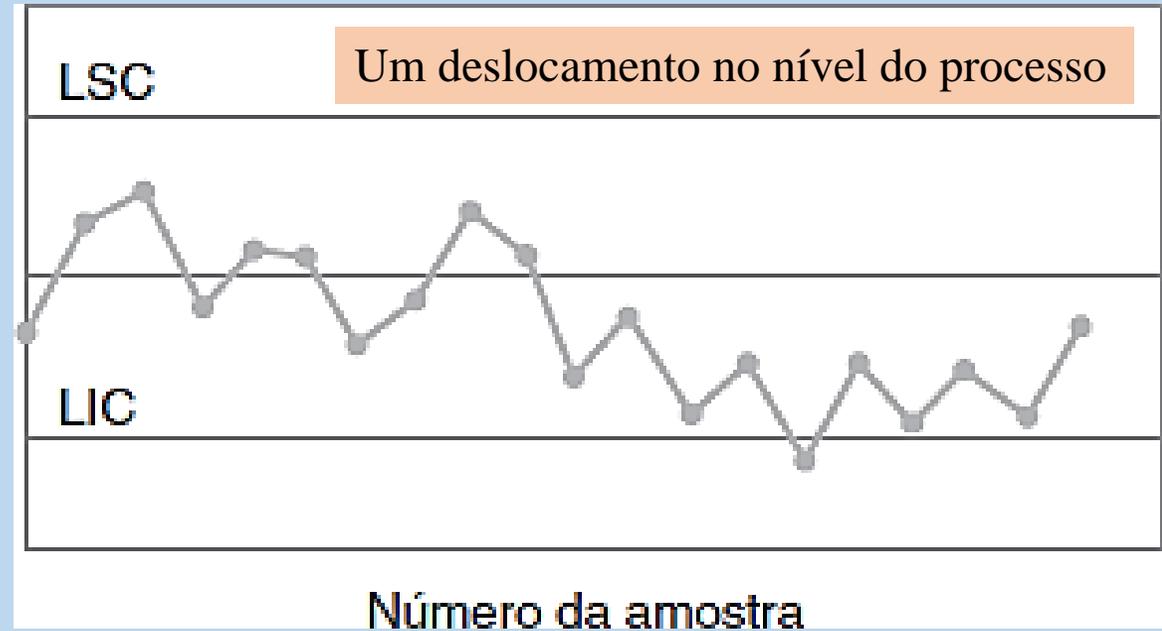
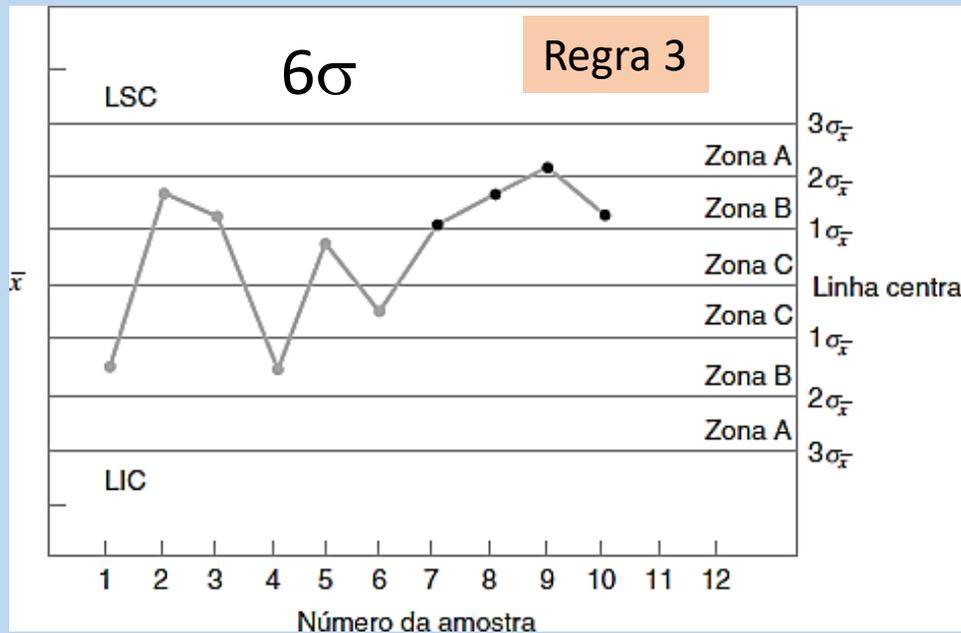
Melhoria do processo com o uso do gráfico de controle



Análise de Padrões em Gráficos de Controle

- **Padrões em gráficos de controle** devem ser avaliados.
- Um gráfico de controle pode indicar uma condição fora de controle quando um ou mais pontos se localizam além dos limites de controle, ou quando os pontos marcados exibem algum padrão de comportamento não aleatório.
- Segundo o *Statistical Quality Control Handbook* (Manual do Controle Estatístico da Qualidade) sugere que se conclua que o processo está fora de controle se:
 1. um ponto se localiza fora dos limites de controle três sigmas;
 2. dois, em três pontos consecutivos, se localizam além dos limites de alerta de dois sigmas;
 3. quatro, em cinco pontos consecutivos, se localizam a uma distância de um sigma ou mais em relação à linha central
 4. oito pontos consecutivos se localizam de um mesmo lado da linha central.

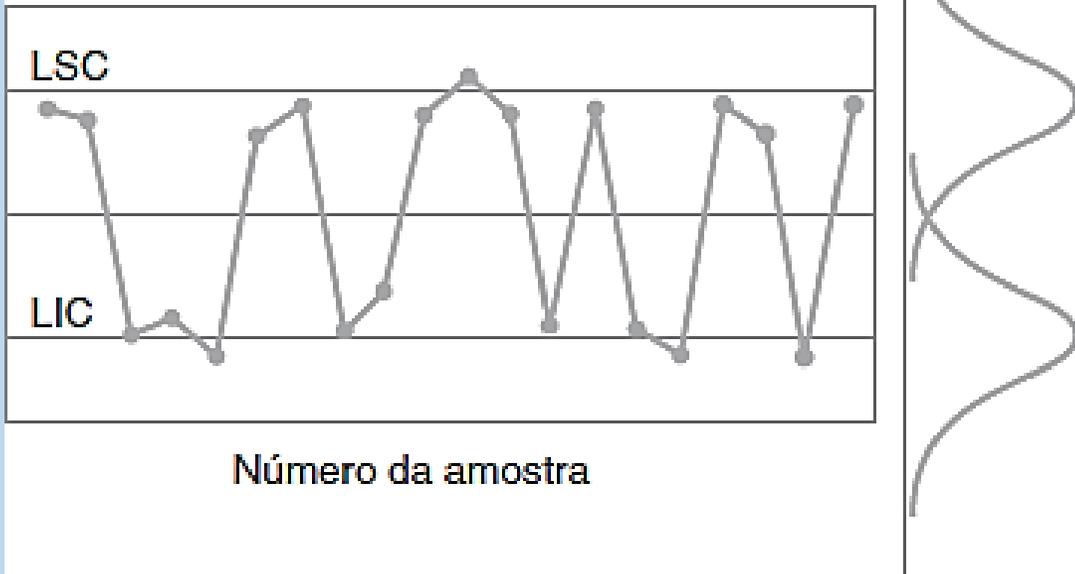
Interpretação dos gráficos de controle



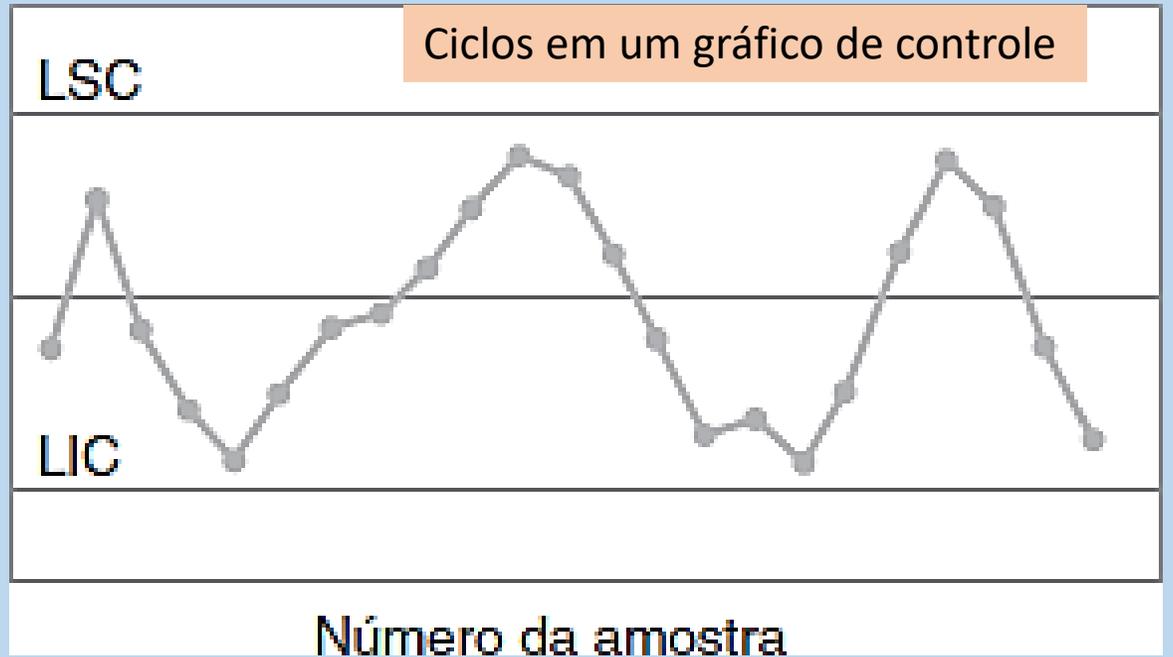
6σ = 3 para cima e três para baixo



Um padrão de mistura



Ciclos em um gráfico de controle



Regras Sensibilizantes para Gráficos de Controle de Shewhart

Sinal de Ação-Padrão: 1. Um ou mais pontos fora dos limites de controle

2. Dois ou três pontos consecutivos fora dos limites de alerta dois sigmas, mas ainda dentro dos limites de controle.

Regras da Western Electric

3. Quatro ou cinco pontos consecutivos além dos limites de um sigma.

Regras da Western Electric

4. Uma sequência de oito pontos consecutivos de um mesmo lado da linha central.

Regras da Western Electric

5. Seis pontos em uma sequência sempre crescente ou decrescente.

6. Quinze pontos em sequência na zona C (tanto acima quanto abaixo da linha central).

7. Quatorze pontos em sequência alternadamente para cima e para baixo.

8. Oito pontos em sequência de ambos os lados da linha central com nenhum na zona C.

9. Um padrão não usual ou não aleatório nos dados.

10. Um ou mais pontos perto de um limite de alerta ou de controle.

Exercícios 1

Um departamento de emergência de um hospital está monitorando o tempo necessário para a admissão de um paciente usando gráficos \bar{x} e R . A Tabela abaixo apresenta dados resumo para 20 Grupos de dois pacientes cada (tempo em minutos).

- Use esses dados para determinar os limites de controle para os gráficos de controle \bar{x} e R para esse processo de admissão de pacientes.
- Plote os dados preliminares das 20 primeiras amostras nos gráficos de controle estabelecidos na parte (a). Esse processo está sob controle estatístico?

Dados sobre Tempo de Admissão em Hospital para o Exercício.

Grupo	\bar{x}	R	Grupo	\bar{x}	R
1	8,3	2	11	8,8	3
2	8,1	3	12	9,1	5
3	7,9	1	13	5,9	3
4	6,3	5	14	9,0	6
5	8,5	3	15	6,4	3
6	7,5	4	16	7,3	3
7	8,0	3	17	5,3	2
8	7,4	2	18	7,6	4
9	6,4	2	19	8,1	3
10	7,5	4	20	8,0	2

Exercício 2 Os dados exibidos na Tabela abaixo são valores de \bar{x} e R para 24 amostras de tamanho $n = 5$ tiradas de um processo que produz mancais. As medidas são feitas no diâmetro interno dos mancais, registrando-se apenas as três últimas casas decimais (isto é, 34,5 representa 0,50345).

- a) Construa gráficos \bar{x} e R para esse processo. O processo parece estar sob controle estatístico? Se necessário, revise os limites de controle tentativos.
- b) Se as especificações para o diâmetro são $0,5030 \pm 0,0010$, ache a porcentagem de mancais não conformes produzidos por esse processo. Suponha que o diâmetro seja normalmente distribuído.

Número da Amostra	\bar{x}	R	Número da Amostra	\bar{x}	R
1	34,5	3	13	35,4	8
2	34,2	4	14	34,0	6
3	31,6	4	15	37,1	5
4	31,5	4	16	34,9	7
5	35,0	5	17	33,5	4
6	34,1	6	18	31,7	3
7	32,6	4	19	34,0	8
8	33,8	3	20	35,1	4
9	34,8	7	21	33,7	2
10	33,6	8	22	32,8	1
11	31,9	3	23	33,5	3
12	38,6	9	24	34,2	2