

FUNCIONAMENTO DO TRANSFORMADOR

TRANSFORMADOR → ESTRUTURA CONSTITUÍDA DE NÚCLEO DE MATERIAL FERROMAGNÉTICO ASSOCIADO A UMA BOBINA DE EXCITAÇÃO (DESCONSIDERADO, POR ORA, O SECUNDÁRIO)

→ CONFIGURA UM **CIRCUITO MAGNÉTICO** COM SECÇÃO “ S_{FE} ” E COMPRIMENTO “ L_{FE} ”

CONECTADO À FONTE DE TENSÃO V_1 :

→ ABSORVE CORRENTE DE EXCITAÇÃO: I_m

→ FORÇA MAGNETOMOTRIZ: $F_{MM} = N_1 \cdot I_m$
 APLICADA AO CIRCUITO MAGNÉTICO

→ RESULTA FLUXO MAGNÉTICO

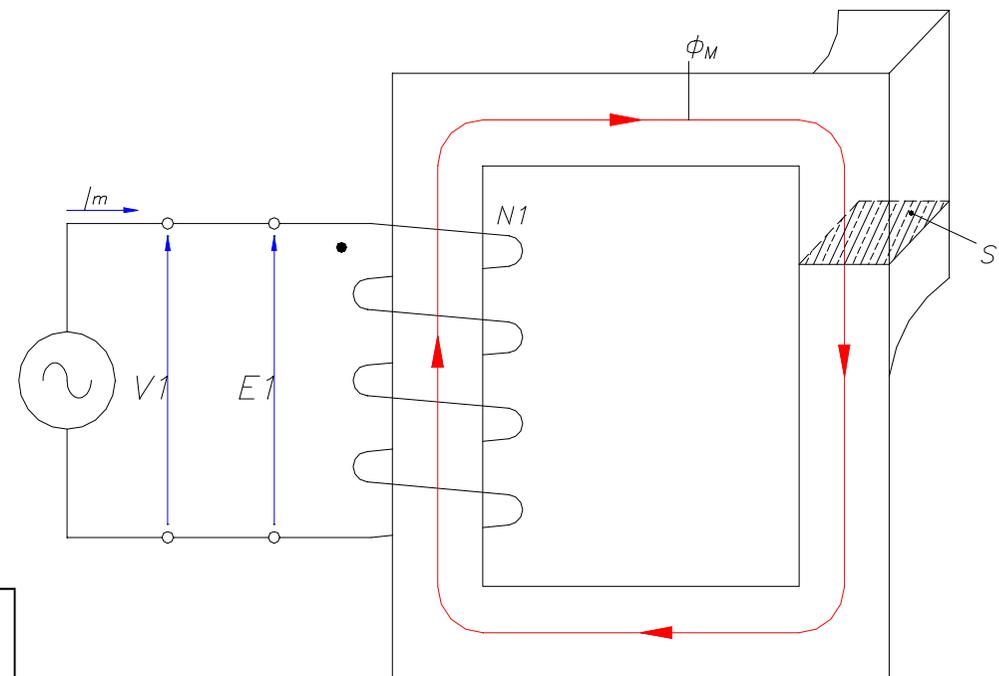
ESTABELECIDO NO NÚCLEO: $\Phi = F_{MM} / \mathfrak{R}$

ONDE \mathfrak{R} É A RELUTÂNCIA NO NÚCLEO

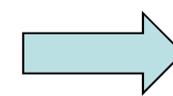
FLUXO SE DISTRIBUI UNIFORMEMENTE NA SECÇÃO DO NÚCLEO, PRODUZINDO UMA DISTRIBUIÇÃO DE INDUÇÕES: $B_{FE} = \Phi / S_{FE}$

FORÇA MAGNETOMOTRIZ SE APLICA AO LONGO DO COMPRIMENTO DO CIRCUITO MAGNÉTICO, RESULTANDO NUMA DISTRIBUIÇÃO DE

CAMPO MAGNÉTICO: $H_{FE} = F_{MM} / L_{FE}$



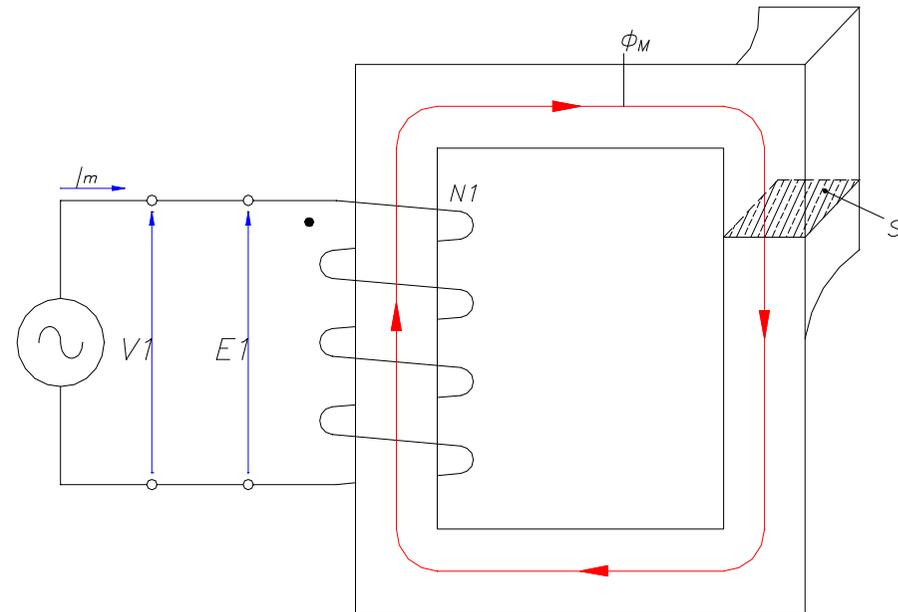
F_{MM}
(CAUSA)



Φ
(EFEITO)

CIRCUITO MAGNÉTICO ALIMENTADO EM TENSÃO ALTERNADA:

- CORRENTE DE EXCITAÇÃO É ALTERNADA
- FORÇA MAGNETOMOTRIZ É ALTERNADA
- FLUXO É ALTERNADO NO TEMPO
- $\Phi = \Phi(t) = \Phi_M \cdot \text{sen } \omega \cdot t$



LEI DE FARADAY: $E_1 = E_1(t) = N_1 \cdot d\Phi(t) / dt$

$E_1 \rightarrow$ f.e.m. INDUZIDA, QUE EQUILIBRA A TENSÃO APLICADA PELA FONTE, PERMITINDO A ABSORÇÃO DA CORRENTE DE EXCITAÇÃO I_m

$$V_1(t) \approx E_1(t)$$

$$E_1(t) = N_1 \cdot d\Phi(t) / dt = N_1 \cdot d/dt (\Phi_M \cdot \text{sen } \omega \cdot t) = N_1 \cdot \Phi_M \cdot \omega \cdot \text{cos } \omega \cdot t = E_M \cdot \text{cos } \omega \cdot t$$

$$E_M = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot N_1 \cdot \Phi_M = \sqrt{2} \cdot E_1 \rightarrow E_1: \text{VALOR EFICAZ DA TENSÃO INDUZIDA}$$

$$\rightarrow E_1 = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot f \cdot N_1 \cdot \Phi_M = 4,44 \cdot f \cdot N_1 \cdot \Phi_M$$

$$\Phi = \Phi_M \cdot \text{sen } \omega \cdot t \rightarrow B_{FE} = B_M \cdot \text{sen } \omega \cdot t \rightarrow H_{FE} = H_M \cdot \text{sen } \omega \cdot t \rightarrow I_m = I_M \cdot \text{sen } \omega \cdot t$$

$$E_1 = E_M \cdot \text{cos } \omega \cdot t \rightarrow V_1(t) \approx E_1(t) \rightarrow V_1 = V_M \cdot \text{cos } \omega \cdot t$$

→ CORRENTE DE EXCITAÇÃO ABSORVIDA, ATRASADA 90° DA TENSÃO APLICADA

→ CORRENTE REATIVA INDUTIVA



DIAGRAMA DE FASORES DA OPERAÇÃO DO CIRCUITO MAGNÉTICO – TRANSFORMADOR EM VAZIO, COM NÚCLEO SEM PERDAS

**MATERIAIS MAGNÉTICOS EMPREGADOS NA CONSTRUÇÃO DOS NÚCLEOS
CARACTERÍSTICAS E PROPRIEDADES**

MATERIAL FERROMAGNÉTICO DO NÚCLEO NÃO IDEAL:

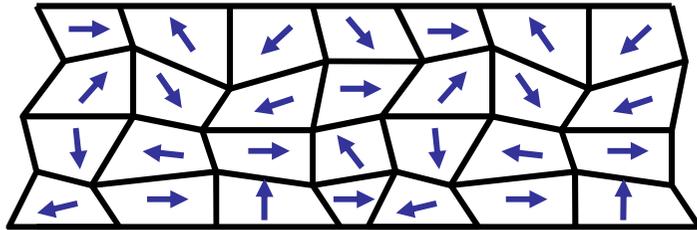
- PERMEABILIDADE ELEVADA PORÉM FINITA
- MANIFESTA EFEITOS DE SATURAÇÃO E HISTERÉSE MAGNÉTICA
- MANIFESTA PERDAS DE ENERGIA COM MAGNETIZAÇÃO CÍCLICA

PERMEABILIDADE ELEVADA → CONTRIBUIÇÃO DOS DOMÍNIOS MAGNÉTICOS COM O CAMPO EXTERNO APLICADO, REFORÇANDO O CAMPO NO INTERIOR DO MATERIAL

SATURAÇÃO → LIMITE DE CONTRIBUIÇÃO DO MATERIAL, POR ALINHAMENTO COMPLETO DOS DOMÍNIOS COM O CAMPO EXTERNO

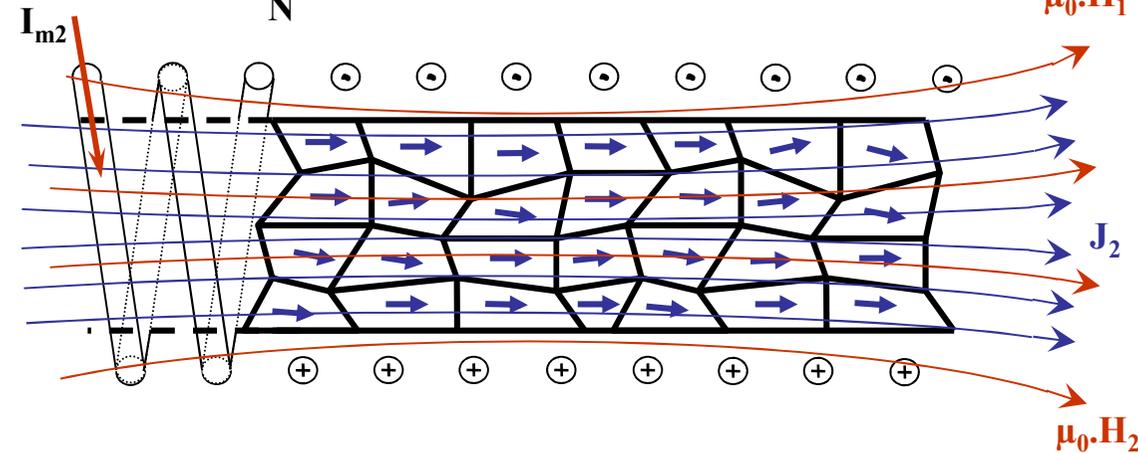
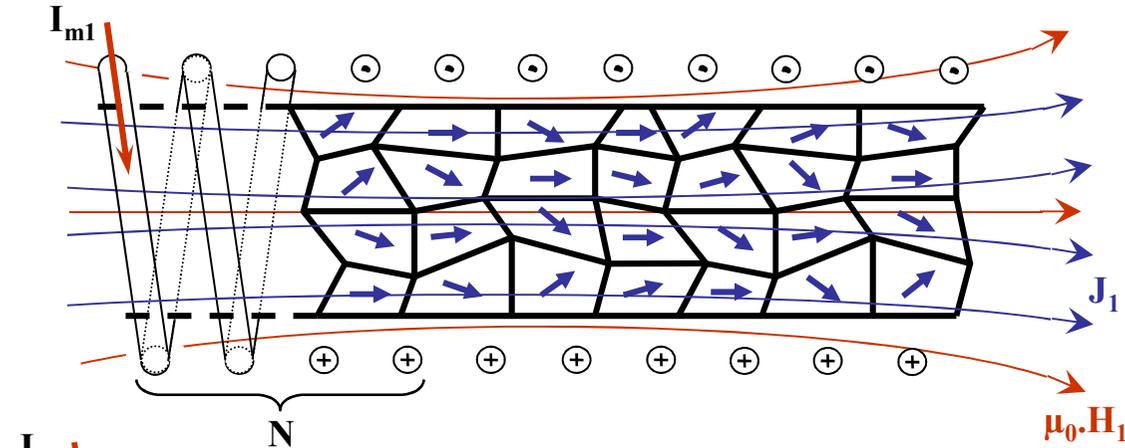
HISTERÉSE → RETENÇÃO DE MAGNETIZAÇÃO RESIDUAL NA AUSÊNCIA DE CAMPO EXTERNO, DEVIDO A RELAXAÇÃO NÃO INTEGRAL DOS DOMÍNIOS

CARACTERIZAÇÃO DA PERMEABILIDADE E SATURAÇÃO MAGNÉTICA



MATERIAL FERROMAGNÉTICO

→ DOMÍNIOS MAGNÉTICOS ORIENTÁVEIS



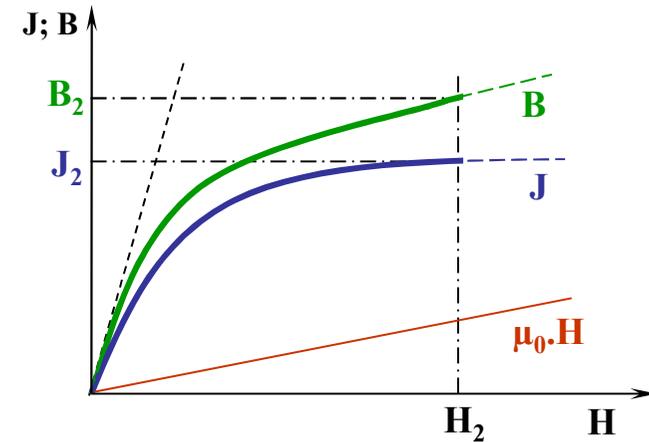
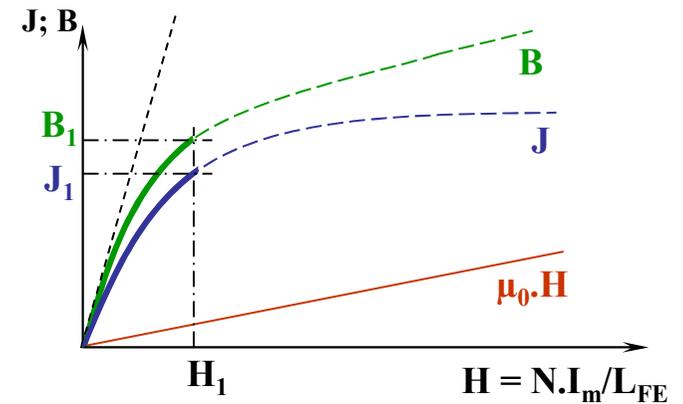
MECANISMO DE MAGNETIZAÇÃO NÃO LINEAR DO NÚCLEO:

H → INTENSIDADE DE CAMPO PRODUZIDA PELA CORRENTE DE EXCIT. I_m

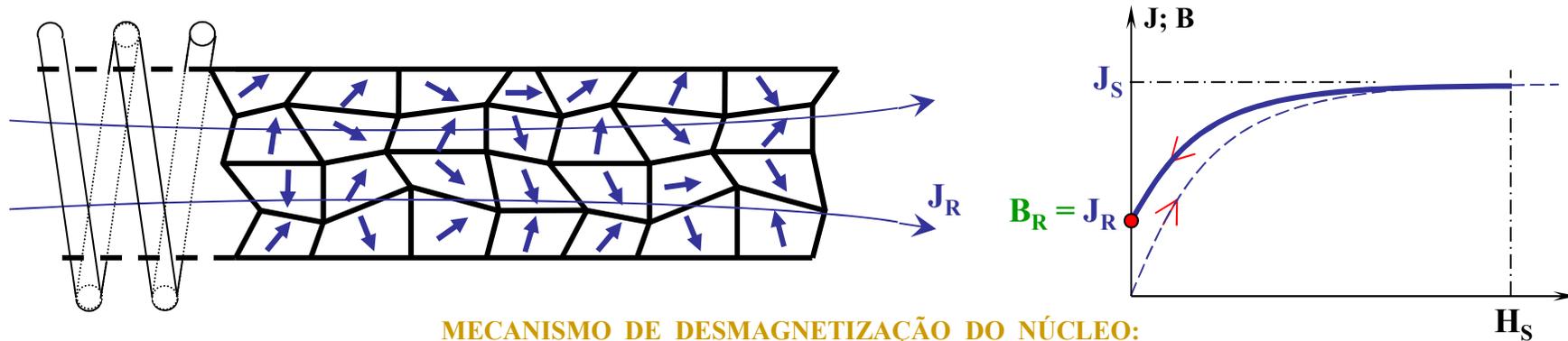
$\mu_0 \cdot H$ → INDUÇÃO RESULTANTE NO AR (SEM O MEIO FERROMAGNÉTICO)

J → POLARIZAÇÃO MAGNÉTICA DO MEIO (RESPOSTA DO MATERIAL)

B → DENSIDADE DE FLUXO TOTAL RESULTANTE NO MEIO: $B = \mu_0 \cdot H + J$



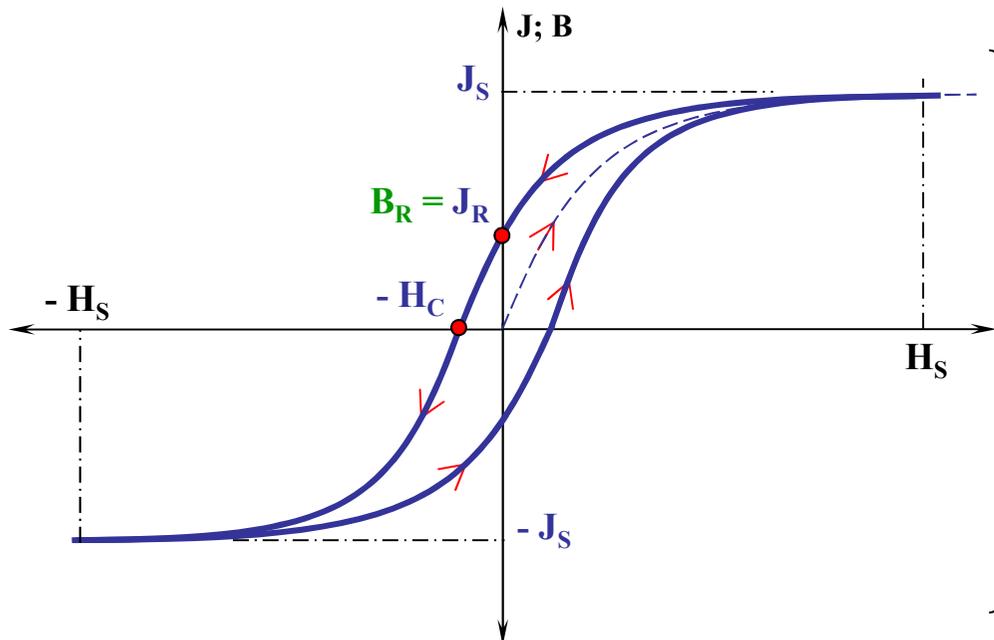
CARACTERIZAÇÃO DA HISTERESE MAGNÉTICA



H → INTENSIDADE DE CAMPO ANULADA APÓS A SATURAÇÃO → **RELAXAÇÃO DOS DOMÍNIOS MAGNÉTICOS NO MATERIAL**

J_R → POLARIZAÇÃO MAGNÉTICA RESIDUAL DO MEIO → **RELAXAÇÃO INCOMPLETA DOS DOMÍNIOS MAGNÉTICOS**

B_R → DENSIDADE DE FLUXO RESIDUAL – **INDUÇÃO REMANENTE**



NÚCLEO SUBMETIDO A FLUXO ALTERNADO NO TEMPO

→ **MAGNETIZAÇÃO CÍCLICA DO MEIO**

→ **MATERIAL SUBMETIDO AO CICLO DE HISTERESE**

→ **DOMÍNIOS REORIENTADOS CICLICAMENTE**

→ **CONSUMO DE ENERGIA PARA TAL EFEITO**

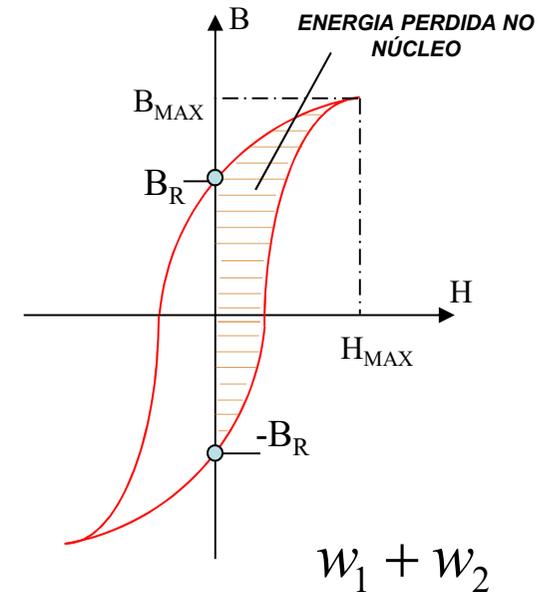
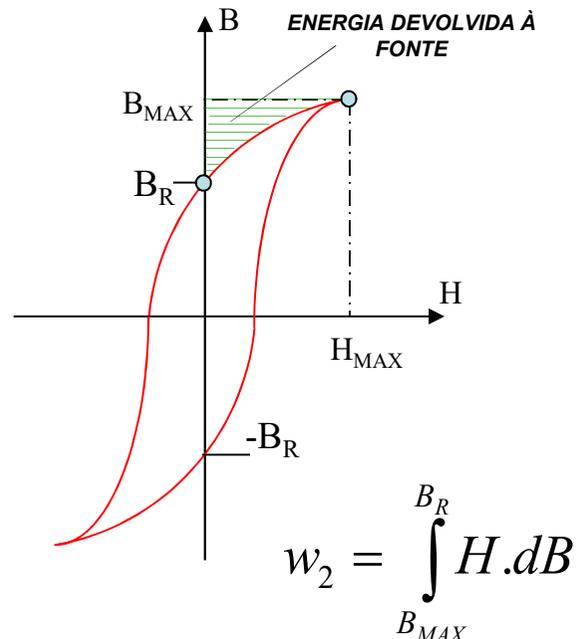
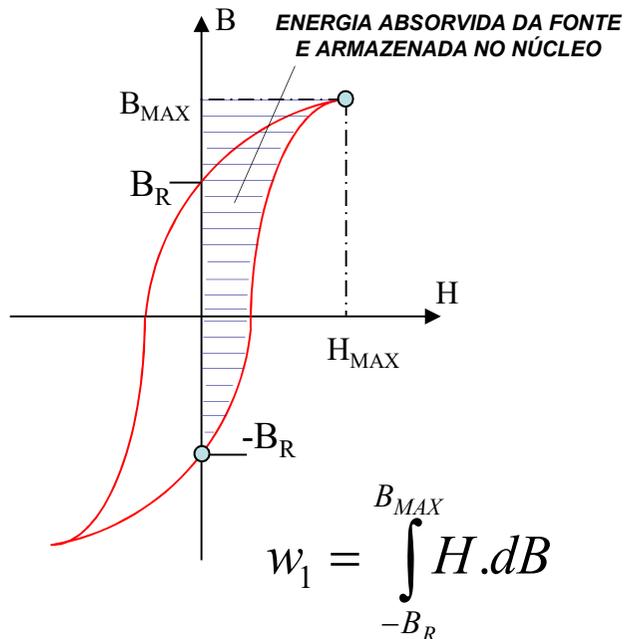
CARACTERIZAÇÃO DAS PERDAS NO FERRO

MAGNETIZAÇÃO *CÍCLICA* DO MATERIAL DO NÚCLEO →

- PERDA POR EFEITO DE HISTERÉSE MAGNÉTICA
- PERDA POR CIRCULAÇÃO DE CORRENTES PARASITAS
- PERDA “ANÔMALA”

DENSIDADE VOLUMÉTRICA DE ENERGIA ARMAZENADA NO CAMPO MAGNÉTICO [J / m³] → $w_m = \int_0^B H \cdot dB$

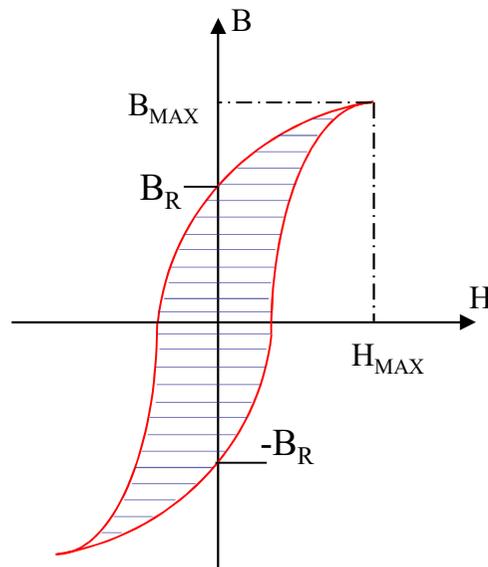
VARIAÇÃO DA DENSIDADE DE ENERGIA MAGNÉTICA ARMAZENADA EM MATERIAL COM HISTERÉSE :



CARACTERIZAÇÃO DAS PERDAS NO NÚCLEO (PERDAS NO FERRO)**1 - MAGNETIZAÇÃO CÍCLICA EM MATERIAL MAGNÉTICO DOTADO DE HISTERÉSE :**

→ **ENERGIA PERDIDA NA FORMA DE CALOR NO VOLUME DO NÚCLEO EM CADA CICLO**

→ **ENERGIA PROPORCIONAL À ÁREA DO CICLO DE HISTERÉSE**



$$W_H = Vol. \oint H . dB$$

POTÊNCIA DE PERDAS POR HISTERÉSE → $p_H = f \cdot W_H$

RELAÇÃO DE STEINMETZ → $\oint H . dB = k_H \cdot B_{FE}^\alpha$

PERDA HISTERÉTICA →

$$p_H = k_H \cdot B_{FE}^\alpha \cdot f \cdot Vol$$

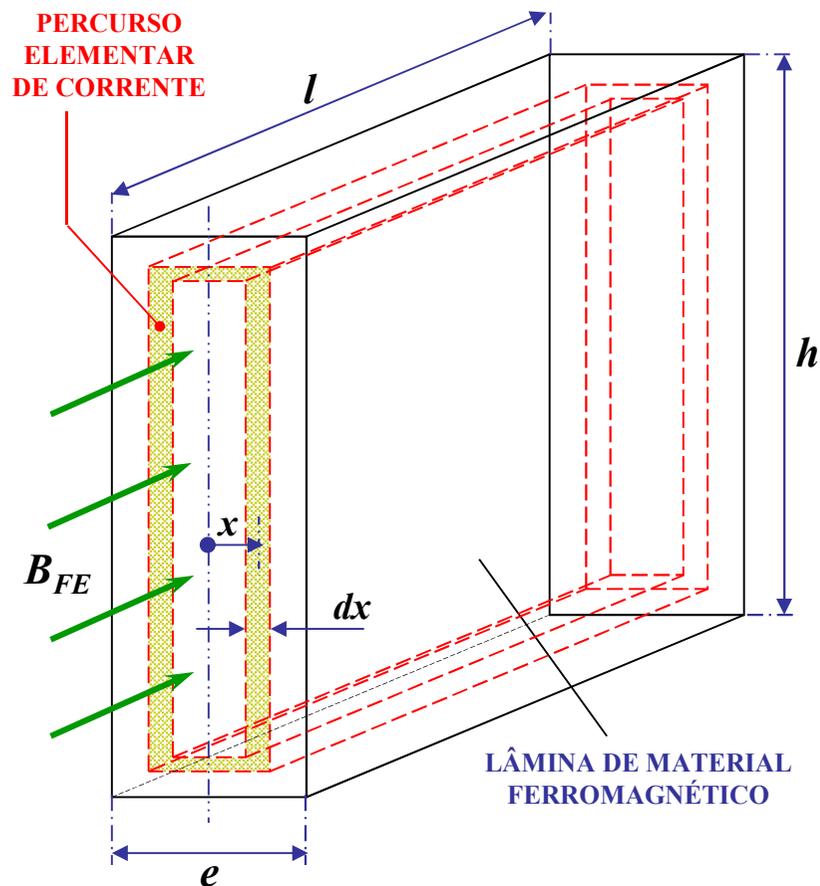
α : 1,6 A 2,2 → DEPENDE DO MATERIAL (*TEOR DE SILÍCIO - PROCESSO DE LAMINAÇÃO*)

k_H : **COEFICIENTE DE PERDA HISTERÉTICA** → DEPENDE DO MATERIAL

f : [Hz] → **FREQÜÊNCIA DE ALIMENTAÇÃO**

Vol : [m³] → **VOLUME TOTAL DO NÚCLEO ONDE ESTÁ ESTABELECIDO A INDUÇÃO B_{FE} [T]**

2 - MATERIAL FERROMAGNÉTICO → CONDUTOR ELÉTRICO DE RESISTIVIDADE “ELEVADA”

FLUXO ALTERNADO ESTABELECIDO NO NÚCLEO → INDUÇÃO DE TENSÕES NO MEIO MATERIAL ($E = d\phi/dt$)CIRCUITOS ELÉTRICOS ELEMENTARES NO MEIO → CIRCULAÇÃO DE CORRENTES PARASITASLÂMINAS DE PEQUENA ESPESSURA → $e \ll h$

TENSÃO INDUZIDA NO PERCURSO ELEMENTAR

$$E = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot f \cdot B_{FE} \cdot 2 \cdot h \cdot x$$

RESISTÊNCIA ELÉTRICA DO PERCURSO ELEMENTAR

$$r_{FE} = \frac{\rho_{FE} \cdot 2 \cdot h}{l \cdot dx}$$

CORRENTE ELEMENTAR INDUZIDA NO PERCURSO

$$di_F = \frac{E}{r_{FE}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot f \cdot B_{FE} \cdot l \cdot x \cdot dx}{\rho_{FE}}$$

POTÊNCIA DE PERDAS NO FERRO, POR CIRCULAÇÃO DE CORRENTES PARASITAS

$$p_F = \int_0^{0,5.e} E \cdot di_F = \int_0^{0,5.e} \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 B_{FE}^2 h \cdot l \cdot x^2 \cdot dx}{\rho_{FE}} \Rightarrow p_F = \frac{\pi^2 \cdot f^2 \cdot B_{FE}^2 \cdot h \cdot l \cdot e^3}{6 \cdot \rho_{FE}}$$

VOLUME TOTAL DA LÂMINA → $Vol = h \cdot l \cdot e$

PERDA “FOUCAULT” NO VOLUME TOTAL DE FERRO

$$p_F = \frac{\pi^2}{6 \cdot \rho_{FE}} \cdot B_{FE}^2 \cdot f^2 \cdot e^2 \cdot Vol \Rightarrow p_F = k_F \cdot B_{FE}^2 \cdot f^2 \cdot e^2 \cdot Vol$$

ρ_{FE} : [Ω.m] → RESISTIVIDADE DO MATERIAL (TEOR DE SILÍCIO – MODO DE LAMINAÇÃO)

k_F : COEFICIENTE DE PERDA FOUCAULT → DEPENDE DO MATERIAL (REVESTIMENTO - PROCESSAMENTO)

f : [Hz] → FREQUÊNCIA DE ALIMENTAÇÃO

e : [m] → ESPESSURA DA CHAPA

Vol : [m³] → VOLUME TOTAL DO NÚCLEO ONDE ESTÁ ESTABELECIDAA INDUÇÃO B_{FE} [T]

PERDA NO FERRO TOTAL $\rightarrow p_H + p_F$

$$p_{FE} = \frac{1}{\gamma_{FE}} \cdot \underbrace{(k_H \cdot B_{FE}^\alpha \cdot f + k_F \cdot B_{FE}^2 \cdot f^2 \cdot e^2)}_{\text{PERDA ESPECÍFICA NO FERRO (W / kg)}} \cdot G_{FE}$$

$\left. \begin{array}{l} \gamma_{FE} = \text{DENSIDADE DO FERRO} \\ G_{FE} = \text{MASSA DE FERRO DO NÚCLEO} \end{array} \right\}$

PERDA ESPECÍFICA NO FERRO – VALORES TÍPICOS:

1,25 A 2,30 W / kg @ 1T - 50Hz - CHAPA NÃO ORIENTADA - 0,50 mm
 0,30 A 0,80 W / kg @ 1T - 50Hz - CHAPA ORIENTADA - 0,35 mm

DADOS DISPONÍVEIS EM CURVAS DE MAGNETIZAÇÃO E DE PERDAS TOTAIS

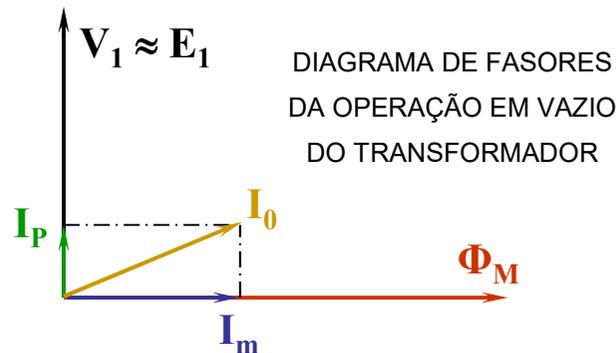
CURVAS FORNECIDAS PELOS FABRICANTES DE CHAPAS MAGNÉTICAS, OBTIDAS A PARTIR DE ENSAIOS DE AMOSTRAS (ENSAIO DE EPSTEIN)

CARREGAMENTO MAGNÉTICO ESPECÍFICO \rightarrow INDUÇÃO MÁXIMA NO NÚCLEO B_{FE}

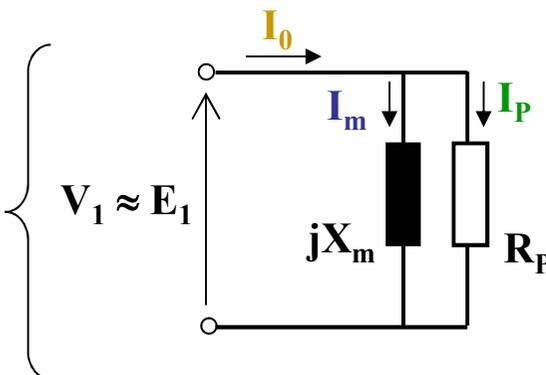
MATERIAL : AÇO SILÍCIO COM ELEVADO TEOR (4 A 6 % DE SILÍCIO) - ESPESSURA 0,35mm / 0,50 mm

$B_{FE} \rightarrow 0,9$ A $1,2$ T - AÇO SILÍCIO NÃO ORIENTADO, REVESTIDO, ESP. 0,50 mm

$B_{FE} \rightarrow 1,3$ A $1,6$ T - AÇO SILÍCIO ORIENTADO, REVESTIDO, ESP. 0,35 mm

DIAGRAMA FASORIAL E CIRCUITO EQUIVALENTE PARA OPERAÇÃO EM VAZIO DO TRANSFORMADOR**PERDAS NO FERRO SÃO SUPRIDAS PELA FONTE DE ALIMENTAÇÃO DO TRANSFORMADOR****RESULTA NECESSARIAMENTE A ABSORÇÃO DE UMA COMPONENTE DE CORRENTE ATIVA, I_P , PARA O SUPRIMENTO DE TAIS PERDAS**

$$\bar{I}_0 = \bar{I}_P + \bar{I}_m = I_P + j \cdot I_m$$

 I_0 : CORRENTE TOTAL EM VAZIO I_P : CORRENTE DE PERDAS NO FERRO I_m : CORRENTE MAGNETIZANTECIRCUITO EQUIVALENTE
PARA OPERAÇÃO EM
VAZIO DO
TRANSFORMADOR X_m : REATÂNCIA DE MAGNETIZAÇÃO R_P : RESISTÊNCIA EQUIVALENTE DE PERDAS NO FERRO

PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO DO TRANSFORMADOR - ACOPLAMENTO COM O SECUNDÁRIO**FLUXO MÚTUO NO TRANSFORMADOR – RELAÇÃO DE TRANSFORMAÇÃO**

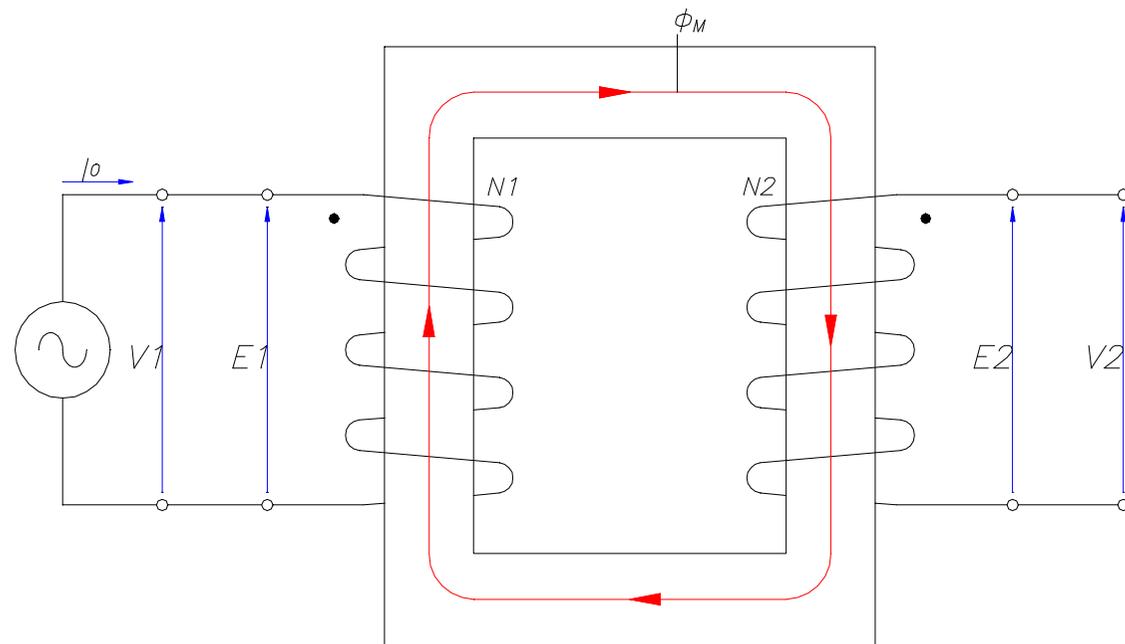
TENSÃO INDUZIDA NA BOBINA PRIMÁRIA (LEI DE FARADAY):

$$\rightarrow V_1 \cong E_1 = 4,44.f.N_1 \cdot \Phi_M$$

FLUXO CONFINADO NO NÚCLEO É COMUM ÀS DUAS BOBINAS (FLUXO MÚTUO):

TENSÃO INDUZIDA NA BOBINA SECUNDÁRIA (LEI DE FARADAY):

$$\rightarrow V_2 = E_2 = 4,44.f.N_2 \cdot \Phi_M$$



$$\text{RELAÇÃO DE TRANSFORMAÇÃO: } a = E_1 / E_2 = N_1 / N_2$$

FLUXOS DE REAÇÃO NO TRANSFORMADOR – CONFRONTO DE FORÇAS MAGNETOMOTRIZES

EM CARGA: $I_2 = V_2 / Z_C$

$$F_{MM2} = N_2 \cdot I_2 \rightarrow \Phi_{R2}$$

TRANSITORIAMENTE:

$$\Phi_{RES} = \Phi_M - \Phi_{R2} < \Phi_M$$

DESMAGNETIZAÇÃO DO NÚCLEO:

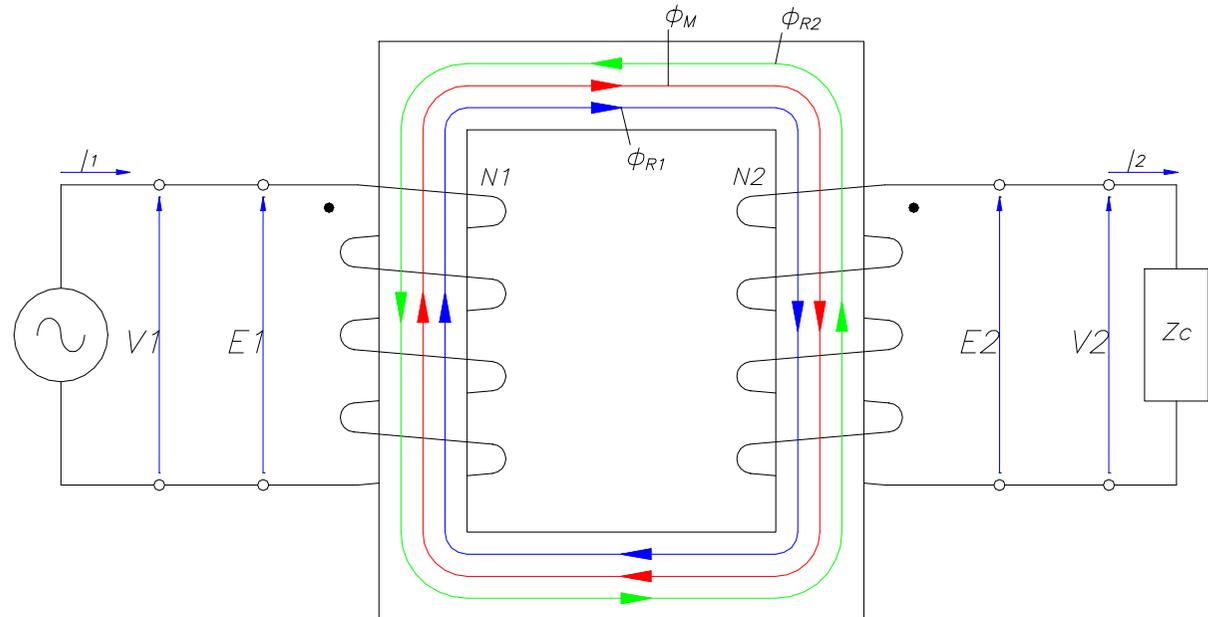
$$\rightarrow E_1 = N_1 \cdot d/dt(\Phi_{RES}) < V_1$$

SISTEMA REAGE ABSORVENDO I_1

$$\rightarrow F_{MM1} = N_1 \cdot I_1 \rightarrow \Phi_{R1} = \Phi_{R2}$$

RELUTÂNCIA É CONSTANTE:

$$\Phi_{R1} = \Phi_{R2} \rightarrow F_{MM1} = F_{MM2}$$



TRANSFORMADOR IDEAL EM CARGA

$$F_{MM1} = F_{MM2} \rightarrow N_1 \cdot I_1 = N_2 \cdot I_2 \rightarrow I_1 / I_2 = N_2 / N_1 = 1 / a$$

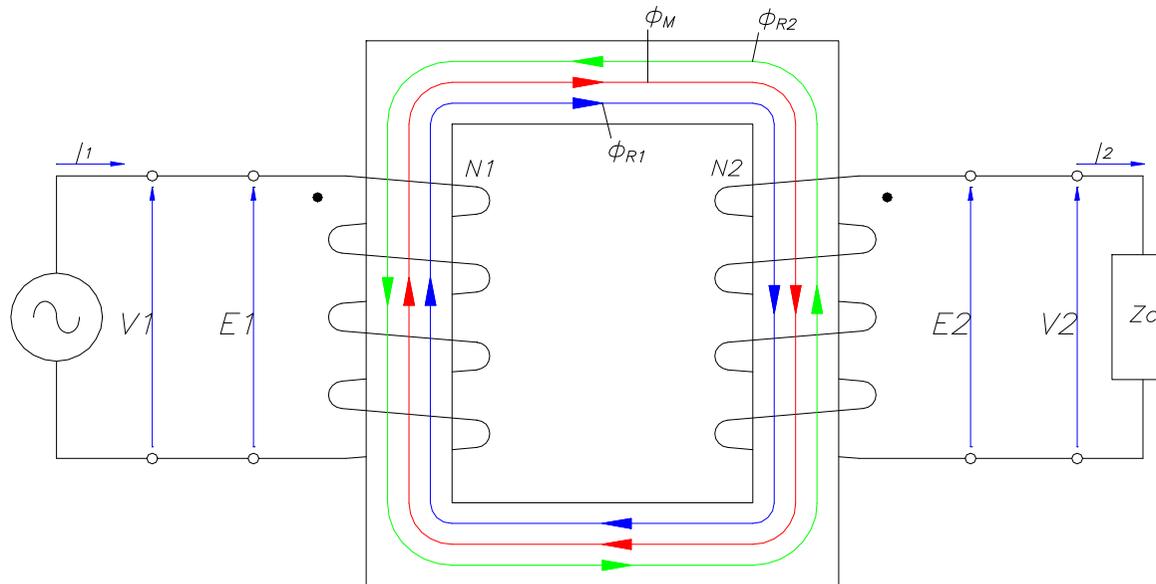
POTÊNCIAS APARENTES NO TRANSFORMADOR – REFLEXÃO DA CARGA

POTÊNCIA APARENTE PRIMÁRIA:

$$S_1 = V_1 \cdot I_1 \cong E_1 \cdot I_1 = a \cdot E_2 \cdot I_2 / a = E_2 \cdot I_2 = S_2$$

POTÊNCIA APARENTE SECUNDÁRIA:

$$S_2 = V_2 \cdot I_2 \cong E_2 \cdot I_2$$



TRANSFORMADOR
IDEAL EM CARGA

IMPEDÂNCIA DE CARGA VISTA PELA REDE:

$$Z_1 = V_1 / I_1 \cong E_1 / I_1 = a \cdot E_2 / (I_2 / a) = a^2 \cdot (E_2 / I_2) = a^2 \cdot Z_C$$

IMPEDÂNCIA DO SECUNDÁRIO
REFLETIDA AO PRIMÁRIO:

$$Z'_C = a^2 \cdot Z_C$$

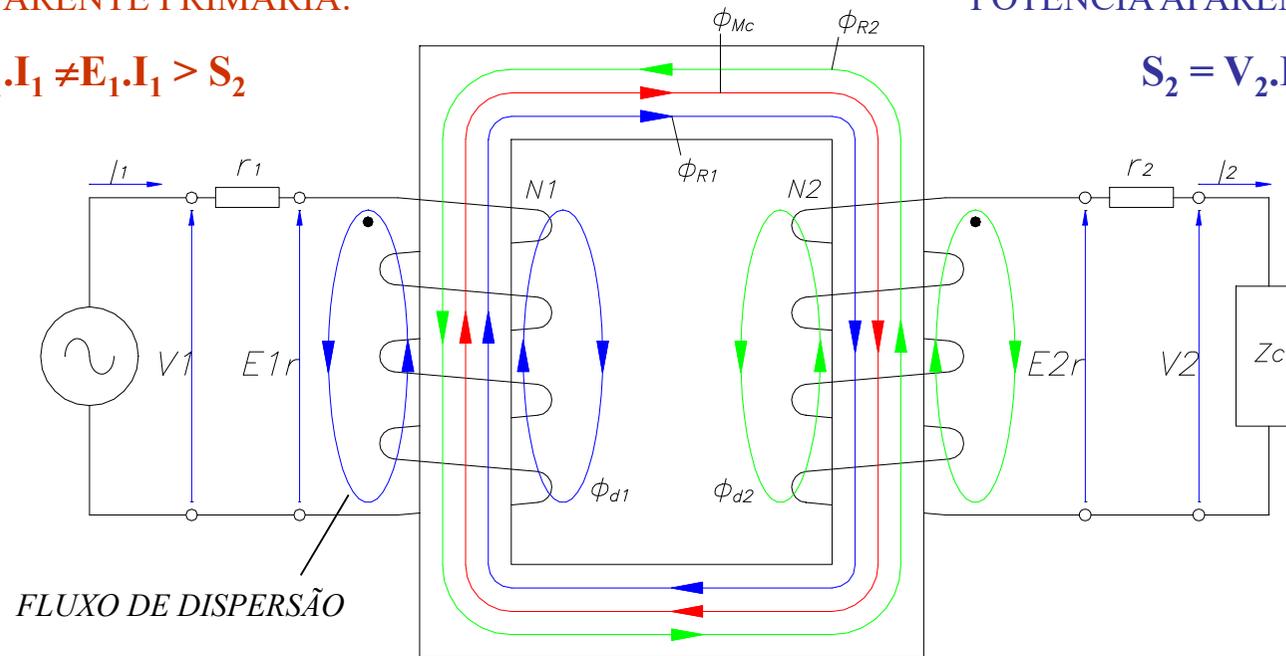
INCORPORAÇÃO DOS ASPECTOS FÍSICOS NO TRANSFORMADOR REAL

POTÊNCIA APARENTE PRIMÁRIA:

$$S_1 = V_1 \cdot I_1 \neq E_1 \cdot I_1 > S_2$$

POTÊNCIA APARENTE SECUNDÁRIA:

$$S_2 = V_2 \cdot I_2 \neq E_2 \cdot I_2$$



EFEITOS ADICIONAIS DAS RESISTÊNCIAS (ALÉM DAS PERDAS JOULE):

→ QUEDAS DE TENSÃO ÔHMICAS - $r_1 \cdot I_1$ NO PRIMÁRIO - $r_2 \cdot I_2$ NO SECUNDÁRIO

EFEITOS ADICIONAIS DOS FLUXOS DE DISPERSÃO:

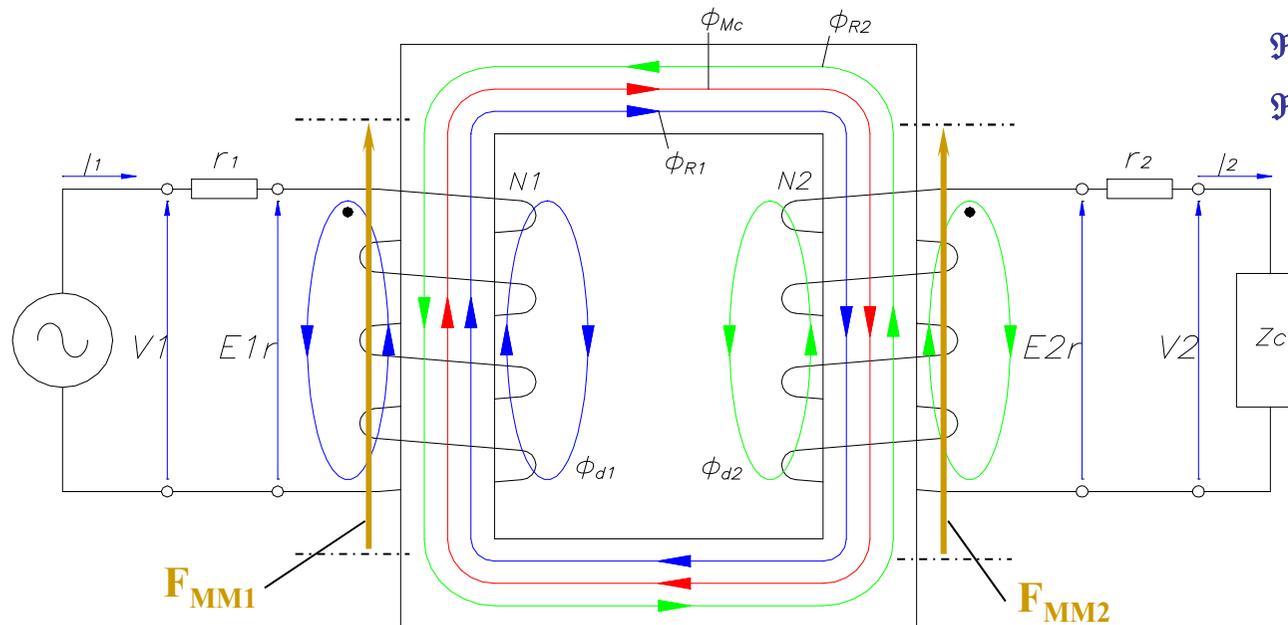
→ QUEDAS DE TENSÃO REATIVAS NO PRIMÁRIO E SECUNDÁRIO

CARACTERIZAÇÃO DA DISPERSÃO DE FLUXO NO TRANSFORMADOR EM CARGA

$F_{MM2} = N_2 \cdot I_2 \rightarrow$ APLICADA AO CIRCUITO MAGNÉTICO TOTAL : NÚCLEO + AR NO ENTORNO DA BOBINA 2^{ÁRIA}

RESULTA FLUXO DE REAÇÃO TOTAL DO SECUNDÁRIO: $\Phi_{R2T} = \Phi_{R2} + \Phi_{d2}$

$\rightarrow \Phi_{d2}$ NÃO CONCATENA COM O 1^{ÁRIO} MAS APENAS COM O 2^{ÁRIO} \rightarrow FLUXO DISPERSO SECUNDÁRIO



\mathcal{R}_{FE} : RELUTÂNCIA DO NÚCLEO $\approx 1 / \mu_{FE}$

\mathcal{R}_d : RELUTÂNCIA DE DISPERSÃO $\approx 1 / \mu_0$

$\rightarrow \mathcal{R}_{FE} \ll \mathcal{R}_d$

$\rightarrow \Phi_d \ll \Phi_{MC}$

$F_{MM1} = N_1 \cdot I_1 \rightarrow$ APLICADA AO CIRCUITO MAGNÉTICO TOTAL : NÚCLEO + AR NO ENTORNO DA BOBINA 1^{ÁRIA}

RESULTA FLUXO DE REAÇÃO TOTAL DO PRIMÁRIO: $\Phi_{R1T} = \Phi_{R1} + \Phi_{d1}$

$\rightarrow \Phi_{d1}$ NÃO CONCATENA COM O 2^{ÁRIO} MAS APENAS COM O 1^{ÁRIO} \rightarrow FLUXO DISPERSO PRIMÁRIO

EFEITOS DOS FLUXOS DE DISPERSÃO NO TRANSFORMADOR EM CARGA

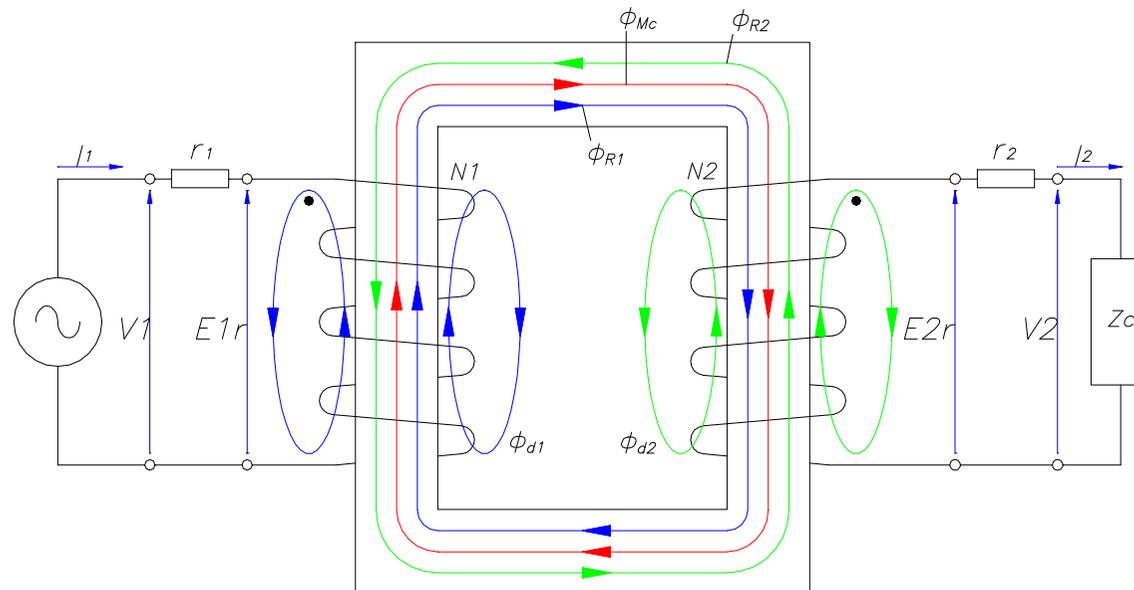
EM VAZIO: TENSÃO INDUZIDA NO PRIMÁRIO : $E_{1r} = N_1 \cdot d/dt(\Phi_M) \cong V_1 \rightarrow \Phi_M$: FLUXO MÚTUO ORIGINAL

EM CARGA: $E_{1r} = N_1 \cdot d/dt(\Phi_{TOT}) = N_1 \cdot d/dt(\Phi_{MC} + \Phi_{d1}) \rightarrow \Phi_{TOT}$: FLUXO TOTAL QUE CONCATENA N_1 ($= \Phi_M$)

\rightarrow FLUXO DISPERSO DO 1^ºÁRIO - Φ_{d1} - CONTRIBUI PARA TENSÃO INDUZIDA NA BOBINA PRIMÁRIA

RESULTA: $\Phi_{MC} = \Phi_{TOT} - \Phi_{d1} = \Phi_M - \Phi_{d1} < \Phi_M \rightarrow$ FLUXO MÚTUO EM CARGA MENOR QUE O ORIGINAL (VAZIO)

\rightarrow FLUXO NO NÚCLEO NÃO É MAIS RIGOROSAMENTE CONSTANTE



QUEDAS DE TENSÃO REATIVAS NO TRANSFORMADOR EM CARGA

NO PRIMÁRIO, Φ_{d1} TEM MESMO SENTIDO DE Φ_{MC} :

NO SECUNDÁRIO, Φ_{d2} TEM SENTIDO CONTRÁRIO A Φ_{MC} :

$$E_{1r} = N_1 \cdot d/dt(\Phi_{MC} + \Phi_{d1})$$

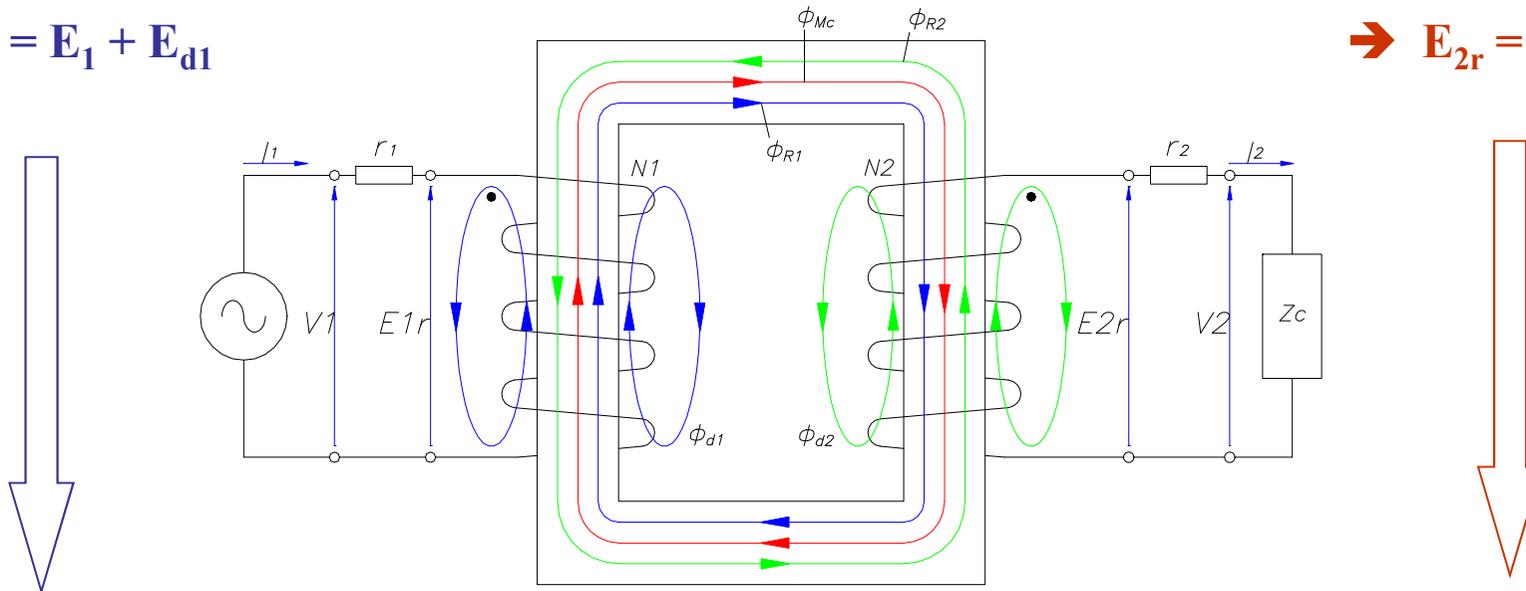
$$E_{2r} = N_2 \cdot d/dt(\Phi_{MC} - \Phi_{d2})$$

$$E_{1r} = N_1 \cdot d/dt(\Phi_{MC}) + N_1 \cdot d/dt(\Phi_{d1})$$

$$E_{2r} = N_2 \cdot d/dt(\Phi_{MC}) - N_2 \cdot d/dt(\Phi_{d2})$$

$$\rightarrow E_{1r} = E_1 + E_{d1}$$

$$\rightarrow E_{2r} = E_2 - E_{d2}$$



E_1 : f.e.m. INTERNA INDUZIDA NA BOBINA PRIMÁRIA

E_2 : f.e.m. INTERNA INDUZIDA NA BOBINA SECUNDÁRIA

E_{d1} : QUEDA DE TENSÃO REATIVA NO PRIMÁRIO

E_{d2} : QUEDA DE TENSÃO REATIVA NO SECUNDÁRIO

CARACTERIZAÇÃO DAS REATÂNCIAS DE DISPERSÃO NO TRANSFORMADOR**QUEDAS DE TENSÃO REATIVAS → ASSOCIADAS AOS FLUXOS DE DISPERSÃO:**

$$E_{d1} = N_1 \cdot d/dt(\Phi_{d1}) \quad ; \quad E_{d2} = N_2 \cdot d/dt(\Phi_{d2})$$

FLUXOS DE DISPERSÃO PRODUZIDOS PELAS CORRENTES DE CARGA:

$$\Phi_{d1} = F_{MM1} / \mathcal{R}_{1d} = N_1 \cdot I_1 / \mathcal{R}_{1d} \quad ; \quad \Phi_{d2} = F_{MM2} / \mathcal{R}_{2d} = N_2 \cdot I_2 / \mathcal{R}_{2d}$$

$$E_{d1} \approx I_1 \rightarrow E_{d1} = x_1 \cdot I_1 \quad ; \quad E_{d2} \approx I_2 \rightarrow E_{d2} = x_2 \cdot I_2$$

 x_1 : REATÂNCIA DE DISPERSÃO DO PRIMÁRIO **x_2 : REATÂNCIA DE DISPERSÃO DO SECUNDÁRIO**

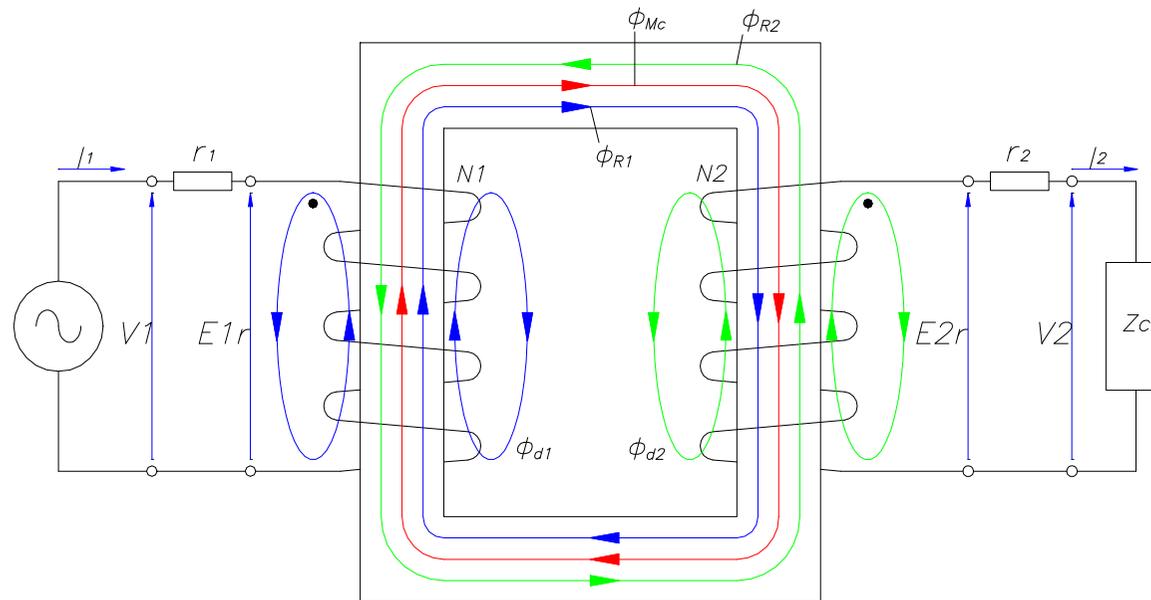
FLUXOS DE DISPERSÃO EM FASE COM AS CORRENTE QUE OS GERARAM

QUEDAS DE TENSÃO OBTIDAS POR DERIVAÇÃO DOS FLUXOS DISPERSOS (TENSÕES REATIVAS)

QUEDAS DE TENSÃO ADIANTADAS DE 90° EM RELAÇÃO ÀS CORRENTES - $E_{d1} = j \cdot x_1 \cdot I_1$; $E_{d2} = j \cdot x_2 \cdot I_2$ PRODUTO : $E_{d1} \cdot I_1 = Q_{Rd1} = x_1 \cdot I_1^2$: POTÊNCIA REATIVA DE DISPERSÃO DO PRIMÁRIO $E_{d2} \cdot I_2 = Q_{Rd2} = x_2 \cdot I_2^2$: POTÊNCIA REATIVA DE DISPERSÃO DO SECUNDÁRIO

EQUACIONAMENTO DOS CIRCUITOS ELÉTRICOS PRIMÁRIO E SECUNDÁRIO

TENSÕES E
CORRENTES
FASORIAIS



$$V_1 = r_1 \cdot I_1 + j \cdot x_1 \cdot I_1 + E_1$$

$$I_1 = I'_2 + I_0$$

I'_2 : CORRENTE SECUNDÁRIA REFERIDA
AO PRIMÁRIO $\rightarrow I'_2 = I_2 / a$

$$I_0 = I_p + j \cdot I_m \text{ : CORRENTE EM VAZIO}$$

$$V_2 = E_2 - r_2 \cdot I_2 - j \cdot x_2 \cdot I_2$$

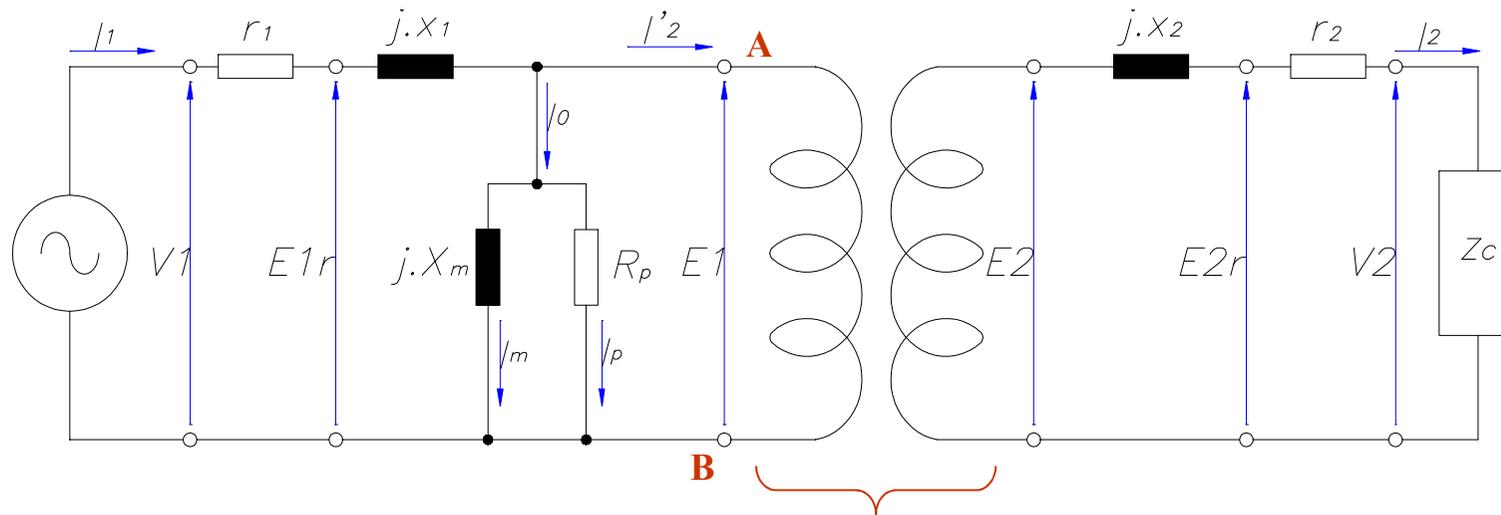
$$E_1 = a \cdot E_2$$

$a = N_1 / N_2$: RELAÇÃO DE TRANSFORMAÇÃO

$E_1 ; E_2$: TENSÕES INTERNAS INDUZIDAS NO
PRIMÁRIO E SECUNDÁRIO

EQUAÇÕES DO TRANSFORMADOR SUGEREM UM CIRCUITO ELÉTRICO REPRESENTATIVO DE SEU FUNCIONAMENTO EM CARGA:

→ CIRCUITO EQUIVALENTE



TRANSFORMADOR "IDEAL"

$$E_1 / E_2 = N_1 / N_2 = a$$

CIRCUITO EQUIVALENTE → MODELO MATEMÁTICO QUANTITATIVO
PARA ANÁLISE DO TRANSFORMADOR

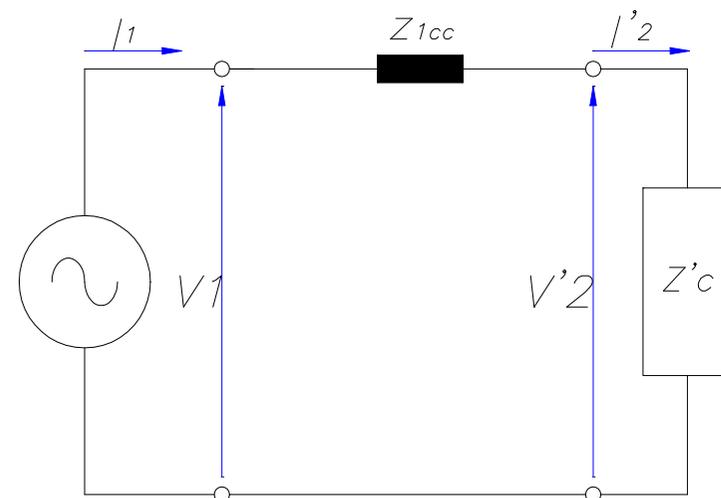
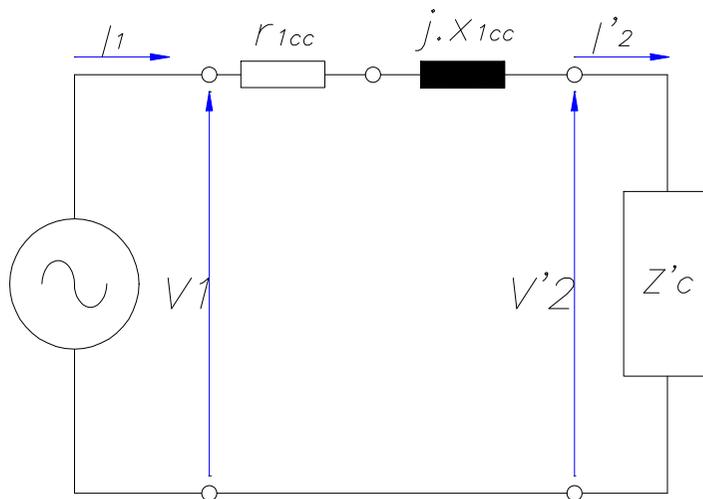
CIRCUITO EQUIVALENTE SIMPLIFICADO

NORMALMENTE: $I_0 \ll I'_2 \rightarrow$ RAMO MAGNETIZANTE DESPREZADO

$r_1 + r'_2 = r_{cc} \rightarrow$ RESISTÊNCIA DE CURTO-CIRCUITO

$x_1 + x'_2 = x_{cc} \rightarrow$ REATÂNCIA DE CURTO-CIRCUITO

$z_{cc} = r_{cc} + j \cdot x_{cc} \rightarrow$ IMPEDÂNCIA EQUIVALENTE DE CURTO-CIRCUITO



CIRCUITOS EQUIVALENTES REFERIDOS AOS LADOS PRIMÁRIO E SECUNDÁRIO

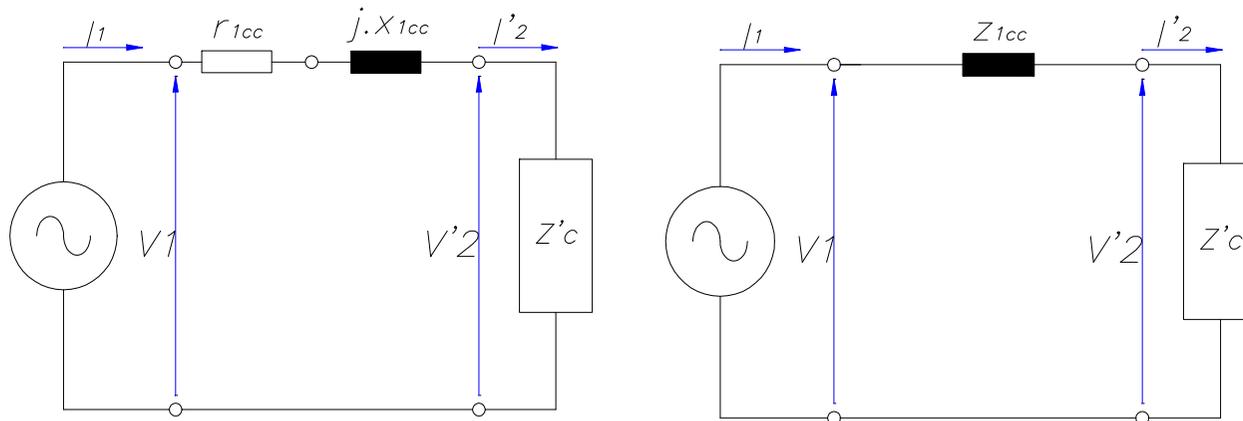
→ REFLEXÃO DOS PARÂMETROS PODE SER FEITA A QUALQUER DOS LADOS DO TRANSFORMADOR ARBITRARIAMENTE

$r_1 + r'_2 = r_{1CC}$ → RESISTÊNCIA DE CURTO – CIRCUITO REFERIDA AO PRIMÁRIO

$x_1 + x'_2 = x_{1CC}$ → REATÂNCIA DE CURTO – CIRCUITO REFERIDA AO PRIMÁRIO

$z_{1CC} = r_{1CC} + j \cdot x_{1CC} = r_1 + r'_2 + j \cdot (x_1 + x'_2) = (r_1 + j \cdot x_1) + (r'_2 + j \cdot x'_2) = z_1 + z'_2 = z_1 + a^2 \cdot z_2$

z_{1CC} → IMPEDÂNCIA EQUIVALENTE DE CURTO-CIRCUITO REFERIDA AO PRIMÁRIO



$$V'_2 = a \cdot V_2$$

$$I'_2 = (1/a) \cdot I_2$$

$$a = N_1 / N_2$$

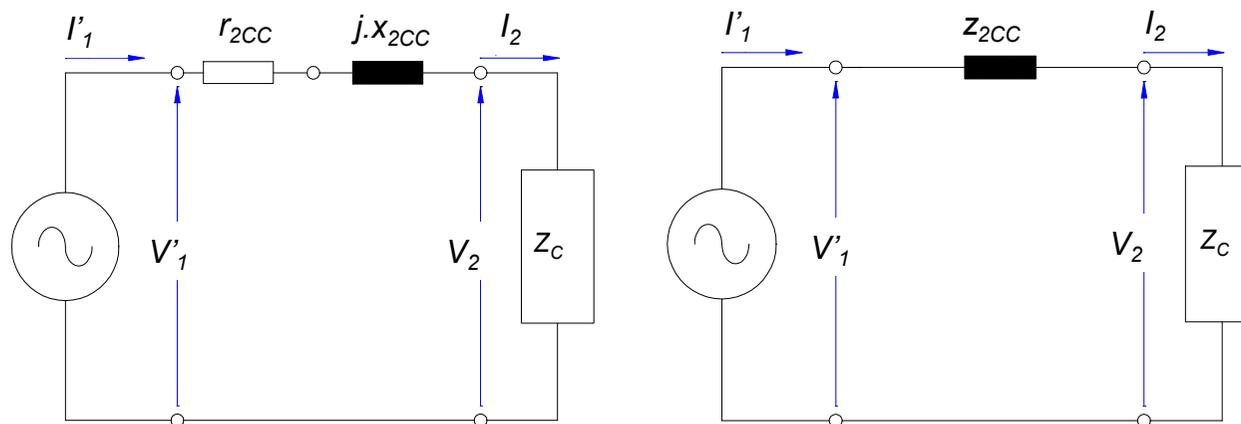
ANÁLISE FEITA PELO LADO DA LINHA

$r'_1 + r_2 = r_{2CC}$ → RESISTÊNCIA DE CURTO – CIRCUITO REFERIDA AO SECUNDÁRIO

$x'_1 + x_2 = x_{2CC}$ → REATÂNCIA DE CURTO – CIRCUITO REFERIDA AO SECUNDÁRIO

$$z_{2CC} = r_{2CC} + j \cdot x_{2CC} = r'_1 + r_2 + j \cdot (x'_1 + x_2) = (r'_1 + j \cdot x'_1) + (r_2 + j \cdot x_2) = z'_1 + z_2 = (1 / a^2) \cdot z_1 + z_2$$

z_{2CC} → IMPEDÂNCIA EQUIVALENTE DE CURTO-CIRCUITO REFERIDA AO SECUNDÁRIO



$$V'_1 = (1 / a) \cdot V_1$$

$$I'_1 = a \cdot I_1$$

$$z_{2CC} = z_{1CC} / a^2$$

$$a = N_1 / N_2$$

ANÁLISE FEITA PELO LADO DA CARGA

VALORES ABSOLUTOS DE TENSÕES (EM VOLTS), CORRENTES (EM AMPERES) E IMPEDÂNCIAS (EM OHMS) FICAM DIFERENTES DEPENDENDO DO LADO DA REFLEXÃO

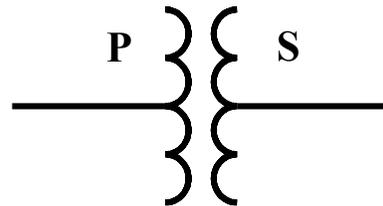
MODELO MAIS GERAL DO TRANSFORMADOR PARA EFEITO DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

→ INDEPENDENTE DO LADO DA REFLEXÃO DOS PARÂMETROS E GRANDEZAS DE LINHA

→ VALORES POR UNIDADE (p.u.) OU PORCENTUAIS

VALORES ABSOLUTOS DO PRIMÁRIO:

V_1 (V) ; I_1 (A) ; S_1 (V.A) ; Z_1 (Ω)



VALORES ABSOLUTOS DO SECUNDÁRIO:

V_2 (V) ; I_2 (A) ; S_2 (V.A) ; Z_2 (Ω)

VALORES DE BASE DO TRANSFORMADOR (OU DO SISTEMA)

→ NORMALMENTE IDENTIFICADOS COM OS VALORES NOMINAIS

V_B - TENSÃO DE BASE

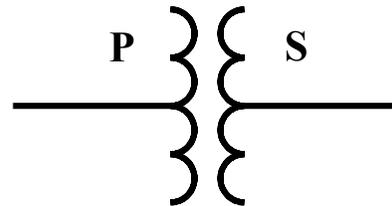
S_B - POTÊNCIA APARENTE DE BASE

$I_B = S_B / V_B$ - CORRENTE DE BASE

$Z_B = V_B / I_B = V_B^2 / S_B$ - IMPEDÂNCIA DE BASE

ATRIBUIÇÃO DOS VALORES DE BASE DO TRANSFORMADOR**VALORES DE BASE DO PRIMÁRIO:** V_{B1} (V) ; S_{B1} (V.A) ; I_{B1} (A) ; Z_{B1} (Ω)**VALORES DE BASE DO SECUNDÁRIO:** V_{B2} (V) ; S_{B2} (V.A) ; I_{B2} (A) ; Z_{B2} (Ω)

“VALORES NOMINAIS” PRIMÁRIOS



“VALORES NOMINAIS” SECUNDÁRIOS

RELAÇÃO ENTRE VALORES DE BASE PRIMÁRIOS E SECUNDÁRIOS

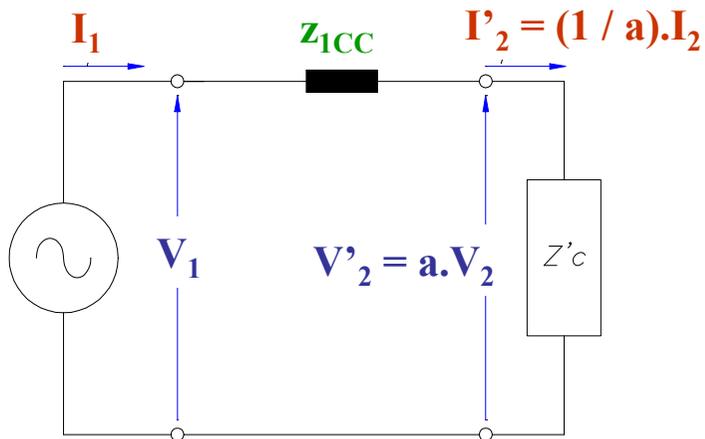
$$V_{B1} / V_{B2} = V_{1N} / V_{2N} = N_1 / N_2 = a$$

$$S_{B1} = S_{1N} = S_{2N} = S_{B2}$$

$$I_{B2} = S_{B2} / V_{B2} = S_{B1} / (V_{B1} / a) = a \cdot I_{B1}$$

$$Z_{B2} = V_{B2}^2 / S_{B2} = (1 / a)^2 \cdot V_{B1}^2 / S_{B1} = Z_{B1} / a^2$$

DEFINIÇÃO DE VALOR POR UNIDADE (p.u.): $valor(p.u.) = \frac{valor(ABSOLUTO)}{valor(BASE)}$



$V'_2 =$ TENSÃO 2^{ÁRIA} REFERIDA AO 1^{ÁRIO}

$V_2 =$ TENSÃO ABSOLUTA DO 2^{ÁRIO}

$I'_2 =$ CORRENTE 2^{ÁRIA} REFERIDA AO 1^{ÁRIO}

$I_2 =$ CORRENTE ABSOLUTA DO 2^{ÁRIO}

$z_{1CC} =$ IMPEDÂNCIA REFERIDA AO 1^{ÁRIO}

$z_{2CC} =$ IMPEDÂNCIA REFERIDA AO 2^{ÁRIO}

EXPRIMINDO OS VALORES EM p.u.

$$v'_2 (p.u.) = V'_2 / V_{B1} = a.V_2 / a.V_{B2} = V_2 / V_{B2} = v_2 (p.u.)$$

$$i'_2 (p.u.) = I'_2 / I_{B1} = (I'_2 / a) / (I_{B2} / a) = I_2 / I_{B2} = i_2 (p.u.)$$

$$z_{1CC} (p.u.) = z_{1CC} / Z_{B1} = a^2.z_{2CC} / a^2.Z_{B2} = z_{2CC} / Z_{B2} = z_{2CC} (p.u.)$$

CONCLUSÃO:

- EXPRESSOS EM VALOR p.u., AS TENSÕES, CORRENTES E IMPEDÂNCIAS DO PRIMÁRIO E SECUNDÁRIO SÃO IDÊNTICAS
- TRANSFORMADOR TRATADO EM p.u. APRESENTA RELAÇÃO DE TRANSFORMAÇÃO SEMPRE UNITÁRIA (a = 1)
- REFLEXÃO DOS PARÂMETROS E GRANDEZAS A QUALQUER DOS LADOS É A MESMA

$$\text{VALOR PORCENTUAL (\%)} = (\text{VALOR p.u.}) \times 100$$

VALOR PORCENTUAL (OU p.u.) DA IMPEDÂNCIA EQUIVALENTE É *INDICADOR IMPORTANTE* DO TRANSFORMADOR:

- NUMERICAMENTE IGUAL AO INVERSO DA CORRENTE DE CURTO-CIRCUITO EM p.u.
 - “NUMERICAMENTE” IGUAL À REGULAÇÃO DE TENSÃO DO TRANSFORMADOR EM CARGA
- IMPEDÂNCIA PORCENTUAL (OU p.u.) “INDEPENDE” DA POTÊNCIA E TENSÃO DO TRANSFORMADOR

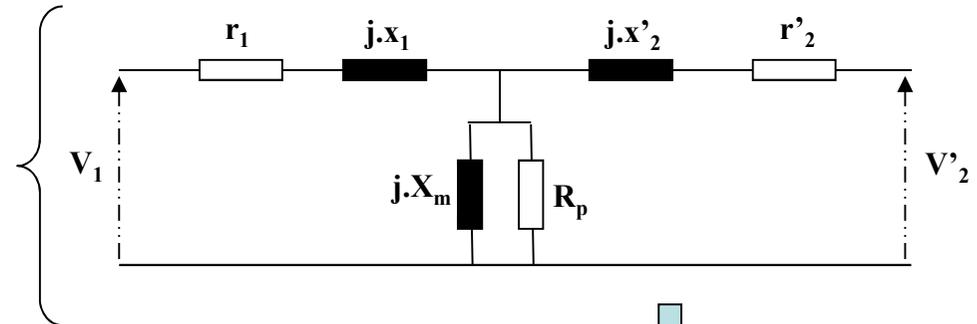
DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DO CIRCUITO EQUIVALENTE - ENSAIOS EM VAZIO E EM CURTO

PARÂMETROS DETERMINADOS EM PROJETO

→ DISPONÍVEL APENAS AO FABRICANTE DO TRANSFORMADOR

PARÂMETROS DETERMINADOS POR MEDIÇÃO, A PARTIR DE 2 ENSAIOS TÍPICOS

→ DISPONÍVEL A QUALQUER TEMPO, EM LABORATÓRIO



1 - ENSAIO EM VAZIO

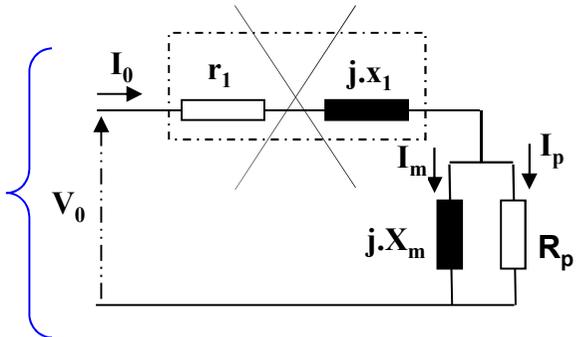
→ SECUNDÁRIO MANTIDO EM *CIRCUITO ABERTO*

→ ENSAIO REALIZADO USUALMENTE PELO LADO DA BAIXA TENSÃO

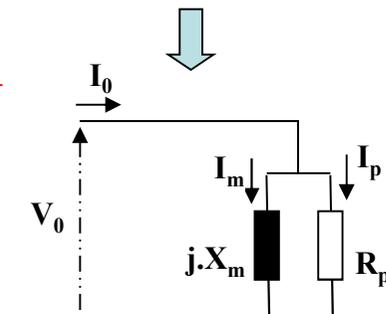
→ MEDIDAS AQUISITADAS (*SOB TENSÃO NOMINAL*):

TENSÃO DE ALIMENTAÇÃO	→ V_0	} $p / V_0 = V_{\text{NOM}}$
CORRENTE ABSORVIDA	→ I_0	
POTÊNCIA CONSUMIDA	→ W_0	

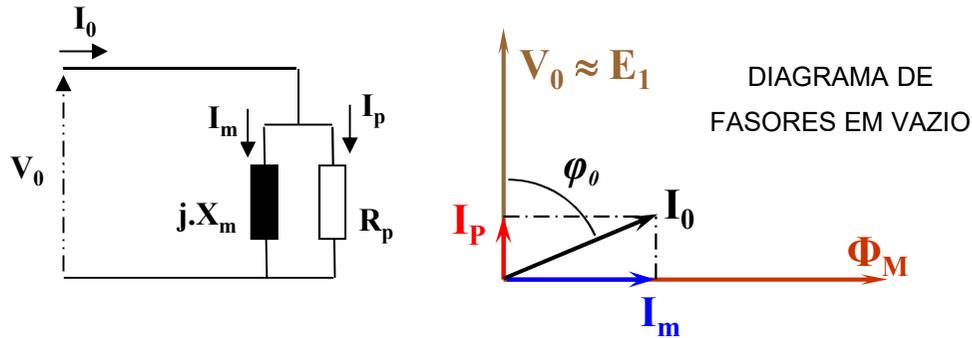
$I_0 \ll I_{\text{NOM}}$
EFEITO DE $(r_1 + jX_1)$
É DESPREZÍVEL



MODELO SIMPLIFICADO
PARA A CONDIÇÃO DE
VAZIO



PARÂMETROS OBTIDOS A PARTIR DO ENSAIO EM VAZIO:



$$\cos \varphi_0 = \frac{W_0}{V_0 \cdot I_0}$$

$$I_p = I_0 \cdot \cos \varphi_0 \Rightarrow R_p = \frac{V_0}{I_p}$$

$$I_m = I_0 \cdot \sin \varphi_0 \Rightarrow X_m = \frac{V_0}{I_m}$$

2 - ENSAIO EM CURTO-CIRCUITO

→ SECUNDÁRIO MANTIDO EM *CURTO-CIRCUITO*

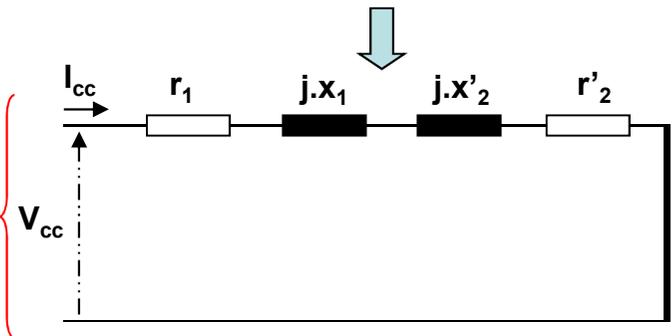
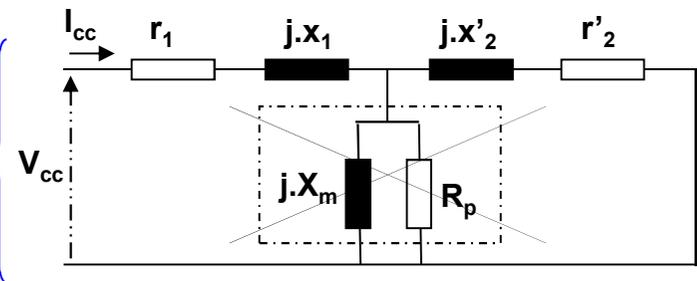
→ ENSAIO REALIZADO USUALMENTE PELO LADO DA ALTA TENSÃO

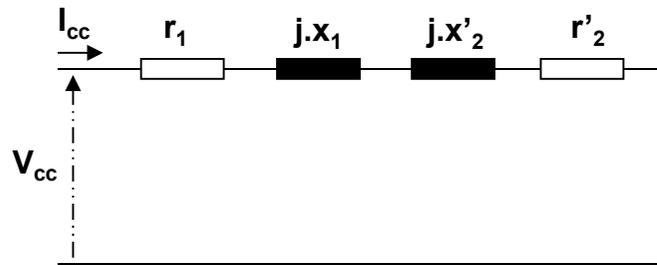
→ MEDIDAS AQUISITADAS (*SOB CORRENTE NOMINAL*):

TENSÃO DE ALIMENTAÇÃO	→ V_{CC}	} $p / I_{CC} = I_{NOM}$
CORRENTE ABSORVIDA	→ I_{CC}	
POTÊNCIA CONSUMIDA	→ W_{CC}	

$V_0 \ll V_{NOM}$
 $I_0 \ll I_{cc}$

MODELO SIMPLIFICADO PARA CURTO-CIRCUITO



PARÂMETROS OBTIDOS A PARTIR DO ENSAIO EM CURTO-CIRCUITO:

$$r_1 + r'_2 = r_{cc}$$

$$x_1 + x'_2 = x_{cc}$$

$$r_{cc} + j \cdot x_{cc} = z_{cc}$$

$$z_{cc} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}}$$

$$r_{cc} = \frac{W_{cc}}{I_{cc}^2}$$

$$x_{cc} = \sqrt{(z_{cc}^2 - r_{cc}^2)}$$

$$r_1 \cong r'_2 = \frac{r_{cc}}{2}$$

$$x_1 \cong x'_2 = \frac{x_{cc}}{2}$$

NOTA: OS PARÂMETROS RESULTAM REFERIDOS AOS LADOS EM QUE OS RESPECTIVOS ENSAIOS FORAM REALIZADOS

PARA COMPOR O CIRCUITO EQUIVALENTE CORRETAMENTE, DEVE-SE REFERIR TODOS OS PARÂMETROS A UM ÚNICO LADO