

Exercício 2 (08/04/2021)

Num espaço bidimensional, sejam u^a e w_a um vetor e um covetor, respectivamente, definidos num mesmo ponto p . Num dado sistema de coordenadas $\{(x^1, x^2)\}$, no qual p possui coordenadas $(1, -2)$, as componentes de u^a são $u^\mu = (2, 1)$ e as componentes de w_a são $w_\mu = (1, 3)$.

- (a) Calcule $u^a w_a$. O que aconteceria com esse valor se escolhêssemos um outro sistema de coordenadas (mudando, assim, os valores das componentes de u^a e w_a)? Justifique;
- (b) Calcule $u^a(f)$ e $u^a(g)$, onde f e g são funções que, quando expressas em termos das coordenadas $\{(x^1, x^2)\}$, assumem a forma $f(x^1, x^2) = (x^1)^2(x^2)$ e $g(x^1, x^2) = x^1 + x^2$ — ou seja, $f(x^1, x^2)$ já representa a função $f \circ \varphi^{-1}$; o mesmo vale para g .
- (c) Seria possível inverter as contas acima e a partir dos valores de $u^a(f)$ e $u^a(g)$ (como os obtidos acima) obter as componentes u^μ ? (Se não, justifique; se sim, faça as contas.)