

# Ajuste com função **exponencial**

- Uma função exponencial pode ser expressada

$$y = Ce^{ax}$$

- Para ajustar os dados a uma curva exponencial observamos que podemos criar uma nova variável para transformar o ajuste em reta.

$$z = \ln y = \ln Ce^{ax} = \ln C + \ln e^{ax} = \ln C + ax$$

# Ajuste com função **exponencial**

- Uma função exponencial pode ser expressada

$$y = C e^{ax}$$

- Para ajustar os dados a uma curva exponencial observamos que podemos criar uma nova variável para transformar o ajuste em reta.

$$z = \ln y = \ln C e^{ax} = \ln C + \ln e^{ax} = \ln C + ax$$

Fazendo  $B = \ln C$ , temos :  $z = B + ax$ ,

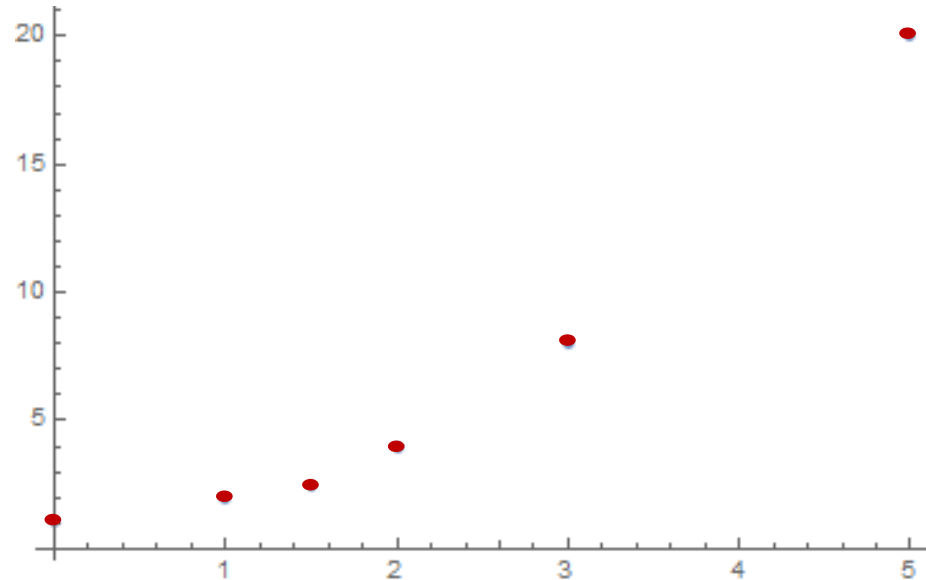
portanto o ajuste é :  $z = ax + B$

# Exemplo: Dados para o ajuste

- Dados iniciais

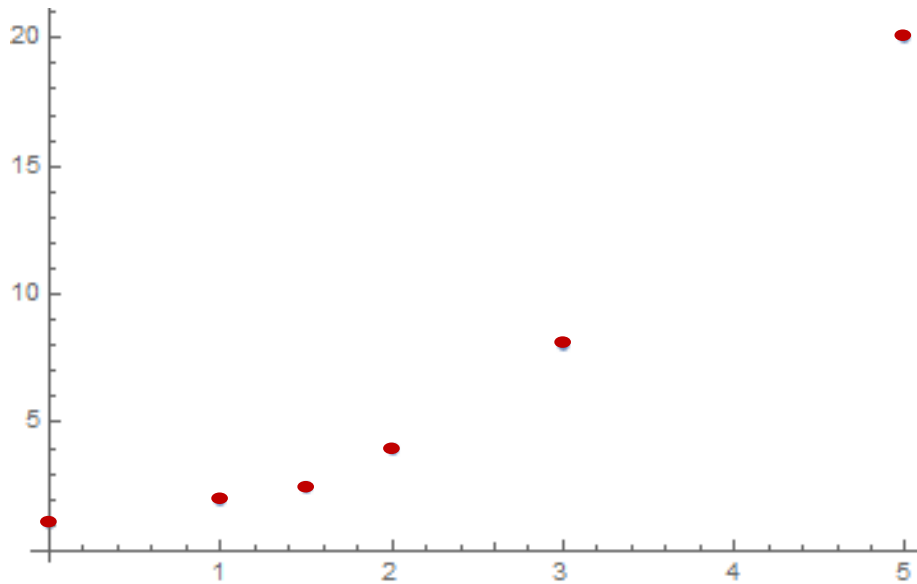
$i$	$x_i$	$y_i$
1	0.0	1.0
2	1.0	2.0
3	1.5	2.5
4	2.0	4.0
5	3.0	8.0
6	5.0	20.0

⇒



# Exemplo: Dados para o ajuste

- Dados modificados para a nova variável


$$\Rightarrow$$

$i$	$x_i$	$y_i$	$z_i$
1	0.0	1.0	0.0
2	1.0	2.0	0.693
3	1.5	2.5	0.916
4	2.0	4.0	1.386
5	3.0	8.0	2.079
6	5.0	20.0	2.995

$$\ln 2 = 0.693$$

$$\ln 2.5 = 0.916$$

# Ajuste em reta

## Fórmula do ajuste linear

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i z_i \\ \sum_{i=1}^n z_i \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$i$	$x_i$	$z_i$	$x_i^2$	$x_i z_i$
1	0.000	0.000	0.000	0.000
2	1.000	0.693	1.000	0.693
3	1.500	0.916	2.250	1.374
4	2.000	1.386	4.000	2.772
5	3.000	2.079	9.000	6.237
6	5.000	2.995	25.000	14.975
$\Sigma$	12.5	8.069	41.25	26.051

# Ajuste em reta

$i$	$x_i$	$z_i$	$x_i^2$	$x_i z_i$
1	0.000	0.000	0.000	0.000
2	1.000	0.693	1.000	0.693
3	1.500	0.916	2.250	1.374
4	2.000	1.386	4.000	2.772
5	3.000	2.079	9.000	6.237
6	5.000	2.995	25.000	14.975
$\Sigma$	12.5	8.069	41.25	26.051

O sistema a ser resolvido é:

$$\begin{bmatrix} 41.25 & 12.5 \\ 12.5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 26.051 \\ 8.069 \end{bmatrix}$$

# Ajuste exponencial

$$\begin{bmatrix} 41.25 & 12.5 \\ 12.5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 26.051 \\ 8.069 \end{bmatrix}$$

Resolvendo:  $a = 0.6076$  e  $B = 0.079$

$$B = \ln C = 0.079 \Rightarrow C = e^{0.079}$$

Substituindo:  $z = ax + B = 0.6076x + 0.079$

$$y = C e^{ax} = e^{0.079} e^{0.6076x}$$

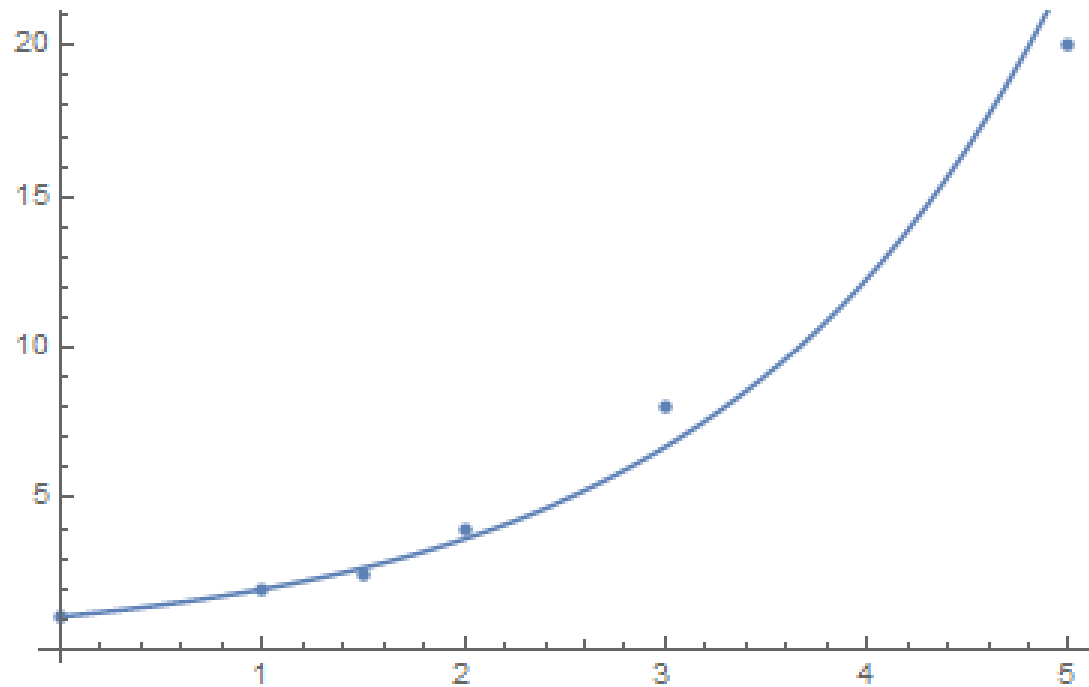
$$y = e^{0.079+0.6076x}$$

$$y = 1.0822 e^{0.6076x}$$

# Ajuste exponencial

Desenhando a função exponencial:

$$y = 1.0822 e^{0.6076x}$$





# Aplicação

- Uma pesquisadora em química, após um processo térmico sobre um alimento, tabelou a presença de uma componente em quatro tempos diferentes. Após uma análise dos dados conjectura que uma curva quadrática ajusta bem os mesmos. Determine a curva quadrática que melhor ajusta os dados:

Item	$t_i$	$y_i$
1	0.8	2.50
2	1.5	0.40
3	2.0	0.25
4	5.0	0.08
$\Sigma$	9.3	3.23

