

Ajuste de Dados em Hipérbole

- Uma hipérbole é representada por

$$y = \frac{1}{ax + b}$$

- Inversa de uma reta, então determina-se uma nova variável

$$z = \frac{1}{y} = ax + b.$$

- Assim, pensamos em um ajuste similar ao de uma reta, corrigindo a tabela.

Ajuste de Dados em Hipérbole

- Considerando a nova variável: $z = \frac{1}{y} = ax + b$.
(inversa da anterior)

- a tabela é modificada:

i	x_i	y_i	z_i
1	0.8	-2.5	-0.4
2	1.0	-1.0	-1.0
3	1.5	-0.4	-2.5
4	2.0	-0.25	-4.0
5	3.0	-1/7	-7.0
6	5.0	-1/13	-13.0

Ajuste de Dados em Hipérbole

- Assim, desconsideramos y e realizamos o ajuste com uma reta: $z = ax + b$.

i	x_i	z_i
1	0.8	-0.4
2	1.0	-1.0
3	1.5	-2.5
4	2.0	-4.0
5	3.0	-7.0
6	5.0	-13.0

Ajuste de Dados em Hipérbole

- Como z é uma reta: $z = ax + b$.

i	x_i	z_i
1	0.8	-0.4
2	1.0	-1.0
3	1.5	-2.5
4	2.0	-4.0
5	3.0	-7.0
6	5.0	-13.0

Lembramos da fórmula para o ajuste linear:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i z_i \\ \sum_{i=1}^n z_i \end{bmatrix}$$

Calculando a hipérbole

- Basta complementar a tabela e somar:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i z_i \\ \sum_{i=1}^n z_i \end{bmatrix} \Rightarrow$$

i	x_i	z_i	x_i^2	$x_i z_i$
1	0.8	-0.4	0.64	-0.32
2	1.0	-1.0	1.0	-1.0
3	1.5	-2.5	2.25	-3.75
4	2.0	-4.0	4.0	-8.0
5	3.0	-7.0	9.0	-21.0
6	5.0	-13.0	25.0	-65.0
	13.3	-27.9	41.89	-99.07

Calculando a hipérbole

$$\Rightarrow$$

item	x_i	z_i	x_i^2	$x_i z_i$
1	0.8	-0.4	0.64	-0.32
2	1.0	-1.0	1.0	-1.0
3	1.5	-2.5	2.25	-3.75
4	2.0	-4.0	4.0	-8.0
5	3.0	-7.0	9.0	-21.0
6	5.0	-13.0	25.0	-65.0
<hr/>				
	13.3	-27.9	41.89	-99.07

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 41.89 & 13.3 \\ 13.3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -99.07 \\ -27.9 \end{bmatrix} \Rightarrow z = (-3.)x + 2.$$

Calculando a hipérbole

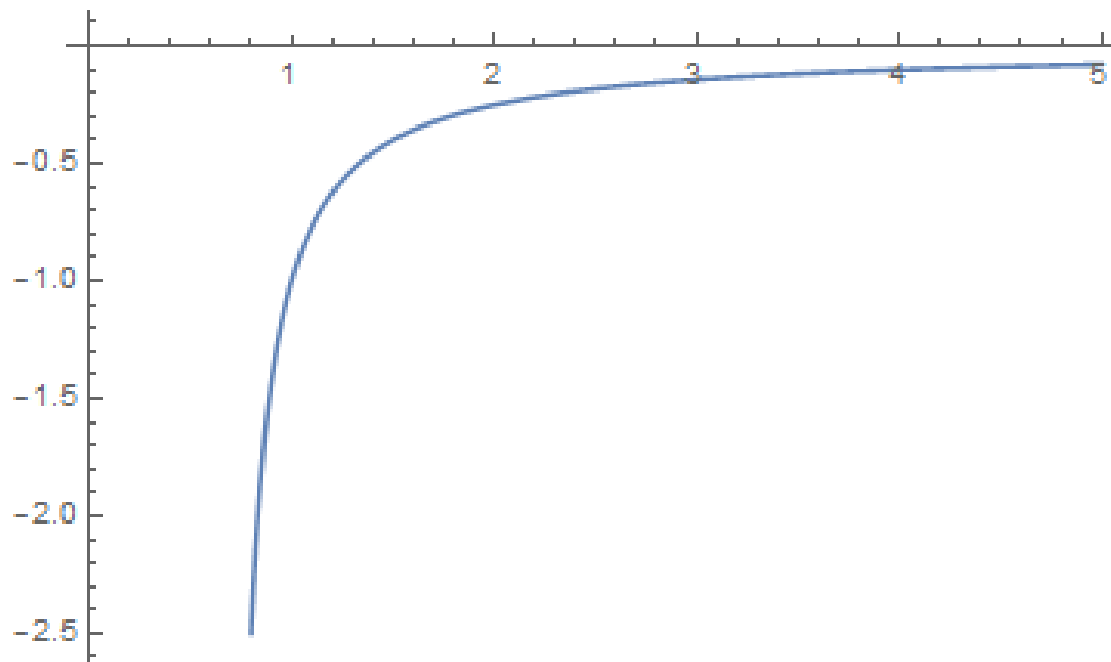
$$\begin{bmatrix} 41.89 & 13.3 \\ 13.3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -99.07 \\ -27.9 \end{bmatrix} \Rightarrow z = (-3.)x + 2.$$

Resultado:

A hipérbole

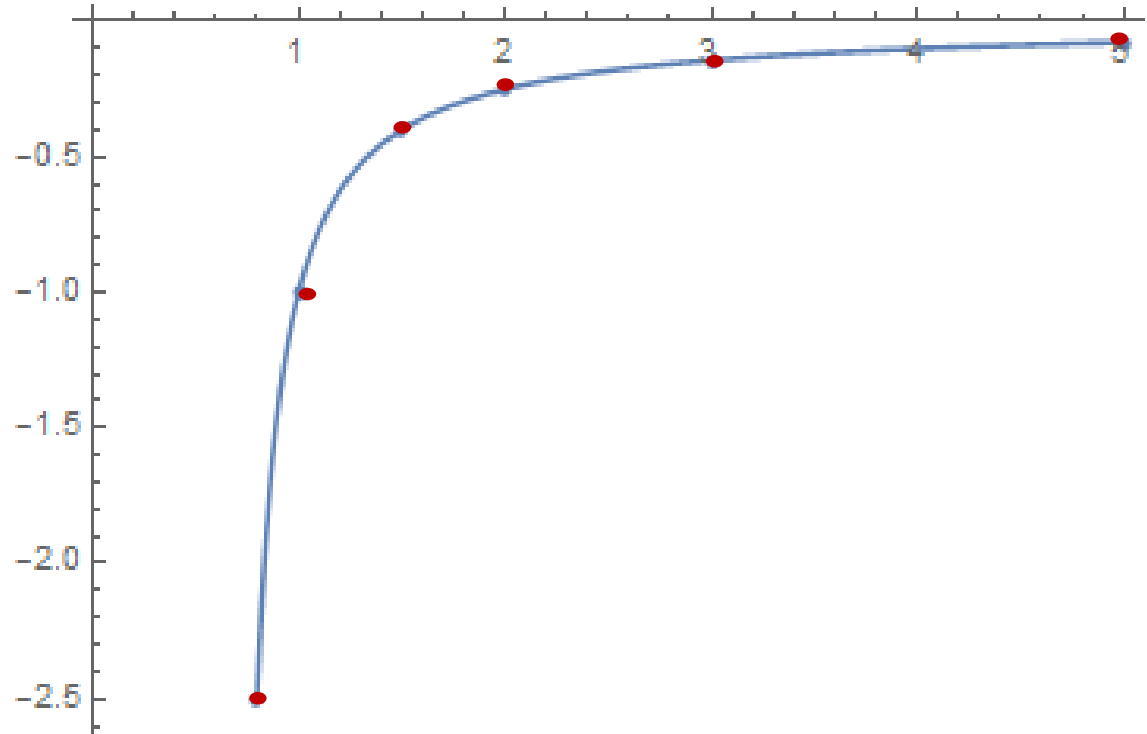
determinada é:

$$y = \frac{1}{-3x + 2}.$$



Comparando com os dados

$$y = \frac{1}{-3x + 2}$$



Para $x = 7.0$ temos $y(7) = \frac{1}{-3(7) + 2} = -\frac{1}{19} = -0.053$