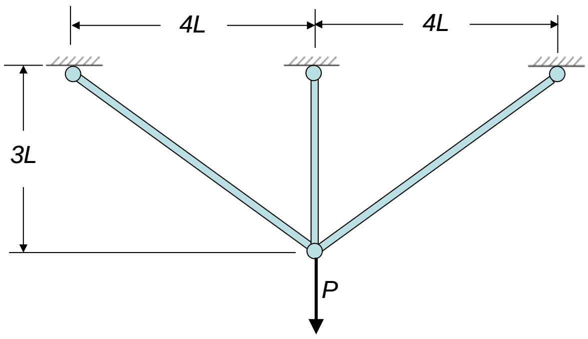
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia Mecânica

PME-3210 MECÂNICA DOS SÓLIDOS I - Profs.: Clóvis A. Martins e R. Ramos Jr.

Prova Substitutiva – 28/06/2016 – Duração: 100 minutos

Resolução

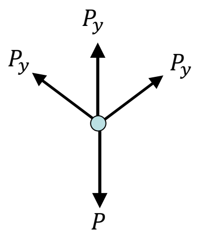
1ª Questão (3,5 pontos):



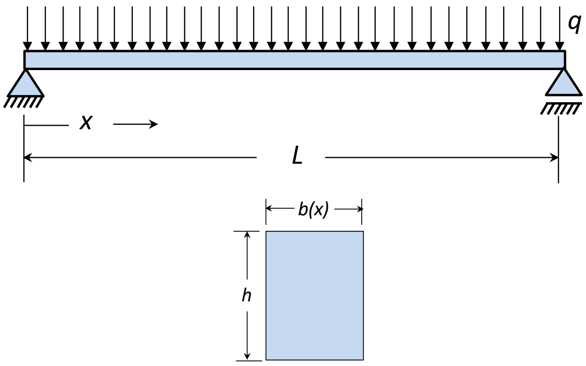
A treliça da figura é formada por barras de seção transversal igual, de área *A*. O material das barras é elastoplástico com tensão de escoamento σ_y . Pede-se o valor máximo da força *P* que a estrutura pode suportar.

Resolução:

A força máxima que a estrutura suporta é aquela que corresponde à situação em que todas as barras atingiram a força de plastificação P_y :

 	Assim, conforme o desenho: $$P_{max} = P_y + \frac{3}{5}P_y + \frac{3}{5}P_y = \frac{11}{5}P_y$$	Como: $$P_y = \sigma_y A$$ segue: $$\boxed{P_{max} = \frac{11}{5}\sigma_y A}$$

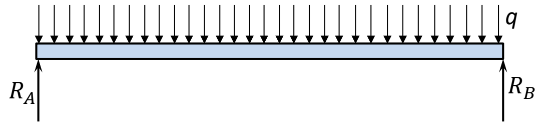
2ª Questão (3,5 pontos):



A viga da figura tem seção transversal retangular de altura *h* constante e largura *b*(*x*) (varia com a posição). Sabendo que a viga está submetida a uma força distribuída *q* uniforme, determine a largura *b*(*x*) que a seção deve ter para que a máxima tensão normal seja igual a σ_{adm} em todas as seções da barra (melhor aproveitamento do material). Comente o resultado que você obteve para as extremidades da viga.

Resolução:

Diagrama de corpo livre:



Equilíbrio:

$$R_A = R_B = \frac{qL}{2}$$

Momento fletor:

$$M(x) = \frac{qL}{2}x - qx\frac{x}{2} = \frac{q}{2}x(L - x)$$

Tensão máxima em cada seção:

$$\sigma_{max}(x) = \frac{M(x)}{I}\frac{h}{2} = \frac{M(x)}{\frac{b(x)h^3}{12}}\frac{h}{2} = \frac{6M(x)}{b(x)h^2}$$

Então:

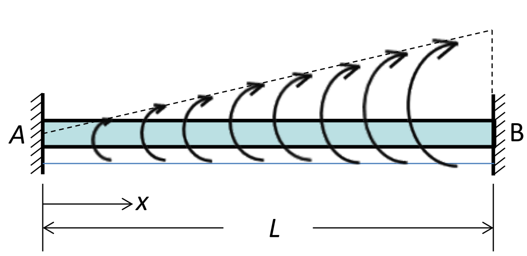
$$\sigma_{adm} = \frac{3qx(L - x)}{b(x)h^2}$$

Portanto:

$$\boxed{b(x) = \frac{3qx(L - x)}{\sigma_{adm}h^2}}$$

De acordo com a expressão obtida, a largura seria nula nas extremidades. Nessa região o que definiria a largura, na prática, seria a tensão de cisalhamento devida à força cortante, que é máxima nas extremidades da viga.

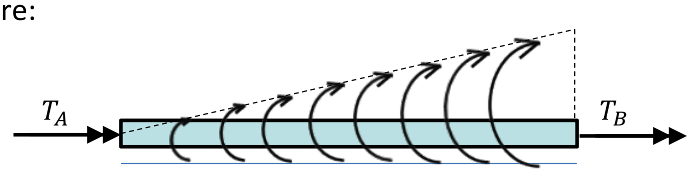
3ª Questão (3,0 pontos):



A barra prismática circular da figura tem comprimento *L* e está engastada nas suas duas extremidades. Ela está carregada por um torque distribuído $t(x)$, que varia linearmente, de zero na extremidade *A* até um valor t_0 na extremidade *B*. Determine os torques reativos nas extremidades *A* e *B* da barra.

Resolução:

Diagrama de corpo livre:



Equilíbrio:

$$T_A - \int_0^L t(x)dx + T_B = 0$$

$$t(x) = t_0 \frac{x}{L}$$

$$T_A + T_B = \frac{t_0 L}{2} \quad (1)$$

Compatibilidade de giro:

$$\phi_{AB} = 0 \quad (2)$$

Relação entre torque e giro:

$$\phi_{AB} = \int_0^L \frac{T(x)}{GI_P}\, dx$$

$$T(x) = -T_A + \int_0^t t(\xi)d\xi = -T_A + \int_0^x t_0 \frac{\xi}{L}\, d\xi = -T_A + \frac{t_0 x^2}{2L}$$

Portanto:

$$\phi_{AB} = \frac{1}{GI_P}\int_0^L \left(-T_A + \frac{t_0 x^2}{2L}\right) dx$$

$$\phi_{AB} = \frac{L}{GI_P}\left(-T_A + \frac{t_0 L}{6}\right) \quad (3)$$

Usando (2) em (3):

$$\boxed{T_A = \frac{t_0 L}{6}}$$

e aplicando esse resultado em (1):

$$\boxed{T_B = \frac{t_0 L}{3}}$$