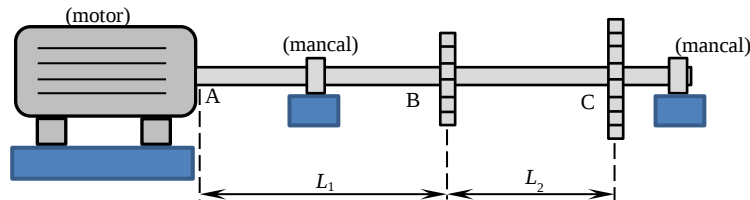


1ª Questão (2,0 pontos):

Um motor transmite 540 kW a 1200 rpm à extremidade de um eixo. As engrenagens em B e C transmitem 180 kW e 360 kW, respectivamente. Considere que os mancais indicados não exerçam torques sobre o eixo. Determine o diâmetro d necessário do eixo se a tensão de cisalhamento admissível for de 70 MPa e o ângulo de giro por unidade de comprimento, em qualquer parte do eixo, for limitado a $1,8^\circ/\text{m}$.

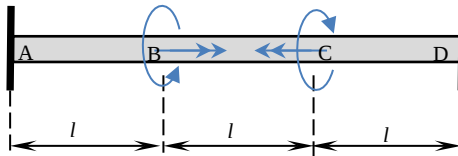
Dados: $G = 81 \text{ GPa}$, $L_1 = 1,8 \text{ m}$, $L_2 = 1,2 \text{ m}$. (Use: $\pi \cong 3$ nos cálculos!)



2ª Questão (2,0 pontos):

A barra biengastada indicada na figura possui seção circular cheia de diâmetro $d = 40 \text{ mm}$ e comprimento total 1800 mm. Considerando que sejam aplicados torques $T_B = T_o = 3 \text{ kN.m}$ e $T_C = 2T_o = 6 \text{ kN.m}$ nas seções B e C, conforme os sentidos indicados, pede-se:

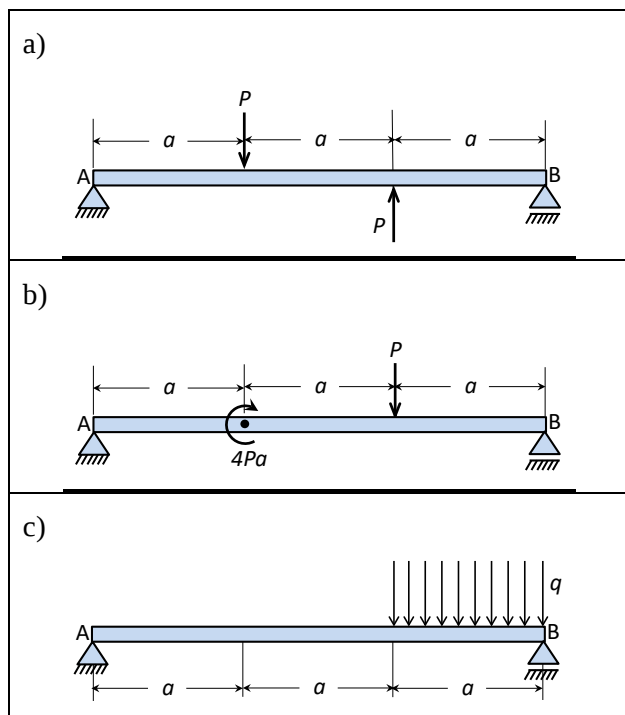
- Determinar o diagrama de momentos de torção na barra;
- Determinar a máxima tensão de cisalhamento na barra (Use: $\pi \cong 3$ nos cálculos!).



3ª Questão (6,0 pontos):

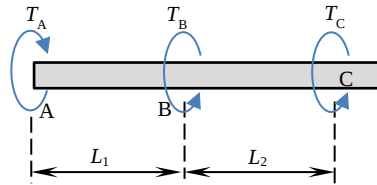
Para cada um dos três casos ao lado:

- calcular as reações vinculares;
- esboçar os diagramas de força cortante e momento fletor;
- calcular os módulos máximos da força cortante e do momento fletor.



GABARITO**Solução: 1ª Questão**

O diagrama de corpo livre do eixo ABC para o carregamento indicado fica:



Onde, por equilíbrio de momentos devemos ter:

$$T_A = T_B + T_C$$

A relação entre a potência entregue pelo motor, o torque T_A e a velocidade angular do eixo fornece:

$$P = T_A \cdot \omega \Leftrightarrow T_A = \frac{P}{\omega} = \frac{540 \cdot 10^3}{1200 \cdot \frac{2\pi}{60}} \cong \frac{540 \times 10^3}{1200 \times \frac{\pi}{30}} = 4500 \text{ N.m}$$

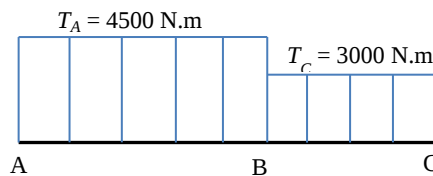
Os torques T_B e T_C são proporcionais às respectivas potências transmitidas, na forma:

$$T_B = \left(\frac{180}{540}\right) \cdot T_A = 1500 \text{ N.m}$$

$$T_C = \left(\frac{360}{540}\right) \cdot T_A = 3000 \text{ N.m}$$

(observe que, de fato, a soma dos torques T_B e T_C iguala o torque T_A aplicado pelo motor ao eixo).

O diagrama de momentos de torção fica dado por:

**1º Requisito (resistência):**

Devemos ter:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{T_{m\acute{a}x}}{I_p} \cdot \frac{d}{2} = \frac{16 \cdot T_{m\acute{a}x}}{\pi \cdot d^3} \leq \tau_{adm} \Leftrightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T_{m\acute{a}x}}{\pi \cdot \tau_{adm}}}$$

Como $T_{m\acute{a}x} = T_A = 4500 \text{ N.m}$, e $\tau_{adm} = 70 \text{ MPa}$, resulta:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \times 4500 \times 10^3}{3 \times 70}} \text{ mm} \Leftrightarrow d \geq 70 \text{ mm}$$

2º Requisito (máxima deformação):

Devemos ter:

$$\left(\frac{\phi}{L}\right)_{\max} = \frac{T_{\max}}{G \cdot I_p} = \frac{32 \cdot T_A}{G \cdot \pi \cdot d^4} \leq \left(\frac{\phi}{L}\right)_{adm} \Leftrightarrow d \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot T_A}{G \cdot \pi \cdot (\phi/L)_{adm}}}$$

No caso, $T_A = 4500 \text{ N.m}$, e $(\phi/L)_{adm} = 1,8^\circ/\text{m} = \pi/100000 \text{ rad/mm}$, $G = 81 \text{ GPa} = 81000 \text{ N/mm}^2$.

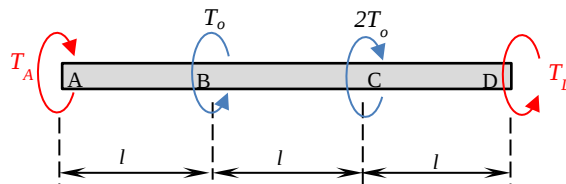
Logo:

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32 \times 4500 \times 10^3}{81 \times 10^3 \times 3 \times \frac{3}{10^5}}} \text{ mm} \Leftrightarrow d \geq \sqrt[4]{\frac{16 \times 10^8}{81}} \text{ mm} \Leftrightarrow d \geq 66,7 \text{ mm}$$

Logo, o diâmetro deve ser superior a 70 mm (pelo requisito de resistência).

Solução: 2ª Questão

O diagrama de corpo livre da barra ABCD para o carregamento indicado fica dado por¹:



Como o ângulo de giro da seção D em relação à seção A deve ser nulo (já que se trata de uma barra biengastada), temos a equação de compatibilidade:

$$\phi_{D/A} = \frac{T_D \cdot l}{G \cdot I_p} + \frac{(T_D - 2T_o) \cdot l}{G \cdot I_p} + \frac{(T_D - T_o) \cdot l}{G \cdot I_p} = 0$$

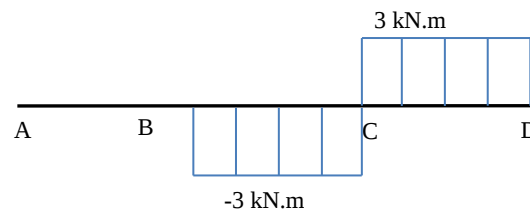
Cuja solução fornece:

$$T_D = T_o = 3 \text{ kN.m}$$

Da equação de equilíbrio de momentos, temos:

$$T_A + 2T_o = T_o + T_D \Leftrightarrow T_A = T_D - T_o = 0$$

Assim, o diagrama de momentos de torção fica:



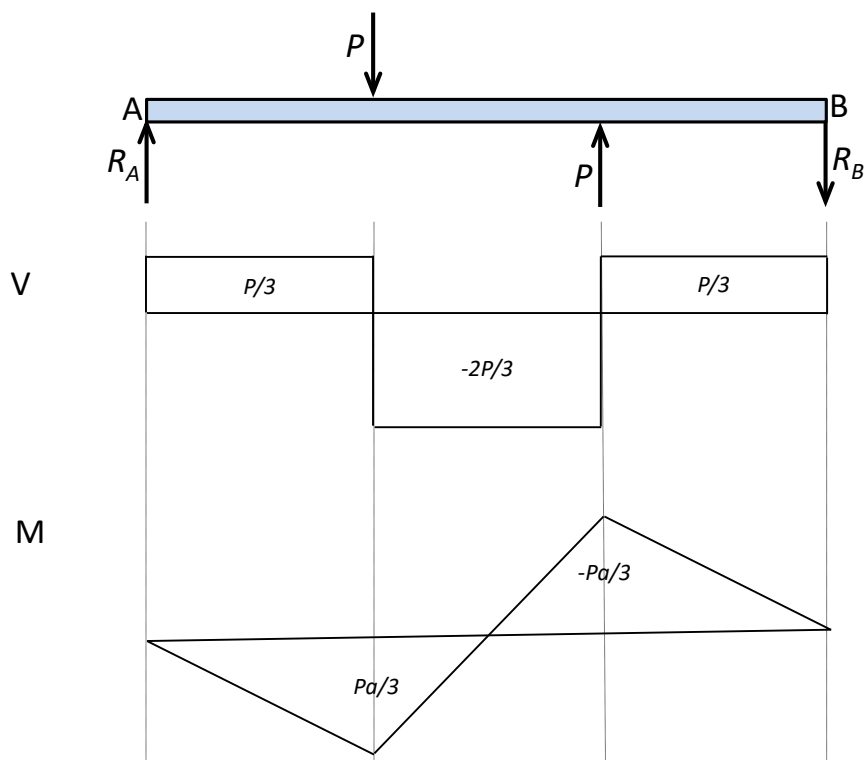
A máxima tensão cisalhante na barra será:

$$\tau_{\max} = \frac{16 \cdot T_{\max}}{\pi \cdot d^3} \cong \frac{16 \times 3 \times 10^6}{3 \times 40^3} \text{ MPa} = 250 \text{ MPa}$$

¹ Os sentidos dos torques reativos em A e em D foram arbitrados.

Solução: 3ª Questão;

a)

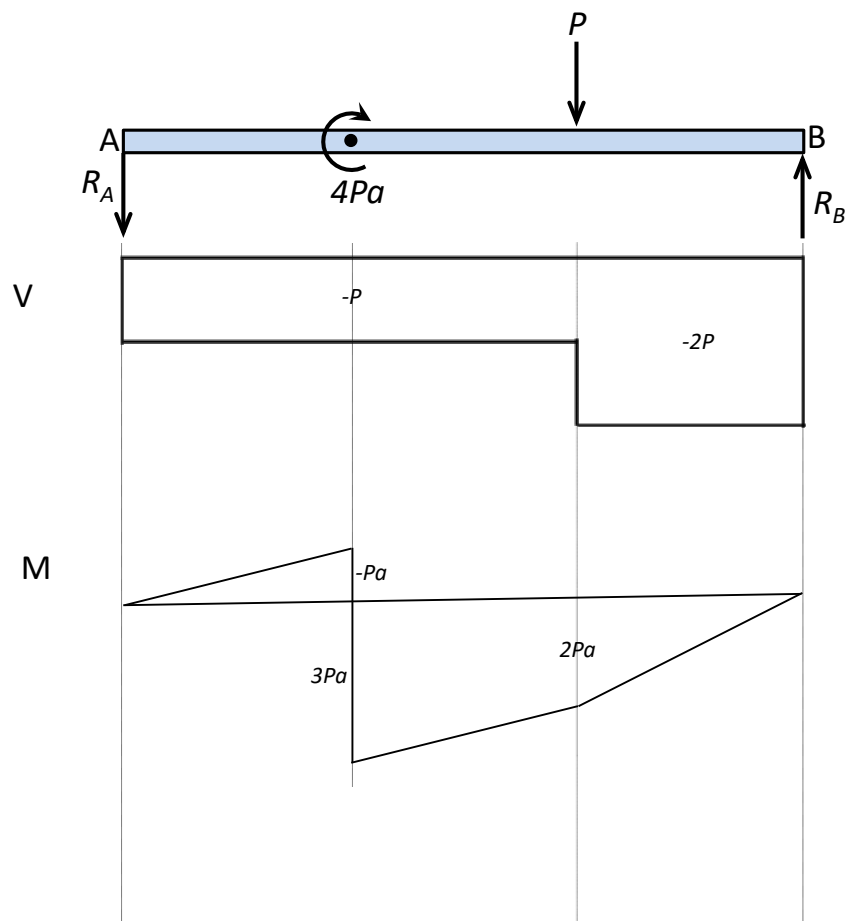


$$R_A = R_B = \frac{P}{3}$$

$$|V_{max}| = \frac{2P}{3}$$

$$|M_{max}| = \frac{Pa}{3}$$

b)



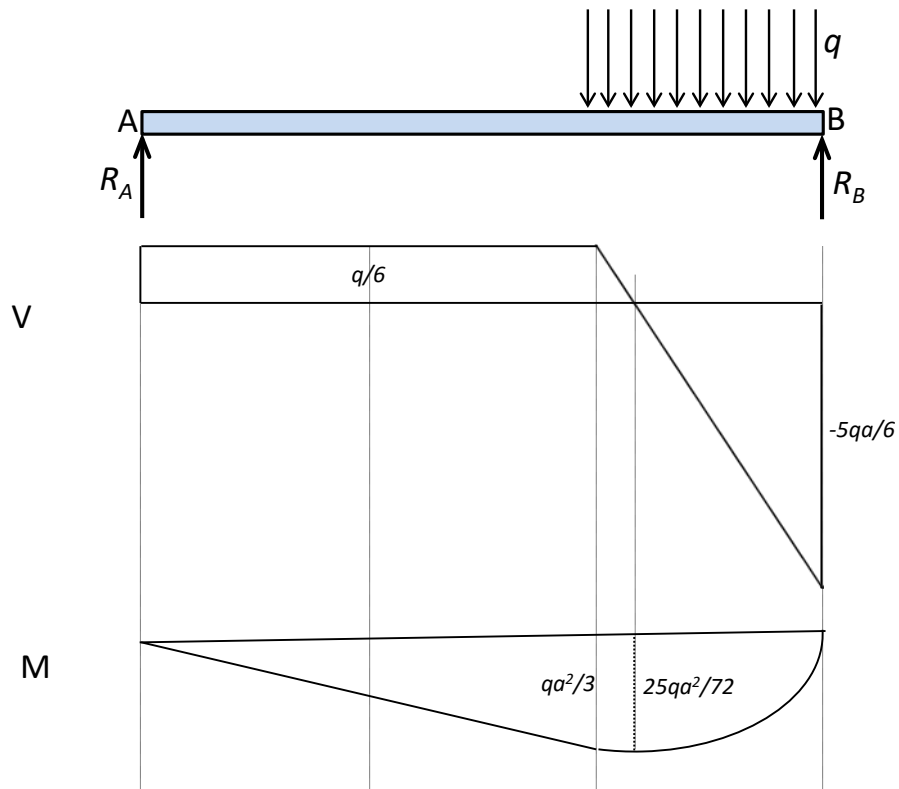
$$R_A = P$$

$$R_B = 2P$$

$$|V_{max}| = 2P$$

$$|M_{max}| = 3Pa$$

c)



$$R_A = \frac{qa}{6}$$

$$R_B = \frac{5qa}{6}$$

$$|V_{max}| = \frac{5qa}{6}$$

$$|M_{max}| = \frac{25qa^2}{72}$$

(o momento máximo ocorre no ponto correspondente à cortante nula)