

ZAB 0161 - Álgebra linear com aplicações em geometria  
analítica

Lista 9 - Diagonalização. Cônicas.

1. Calcule os autovalores e autovetores de  $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$  e de  $A^2$ . Elabore duas afirmações sobre a relação dos autovetores e autovalores dessas duas matrizes.
2. Encontre o posto e todos os quatro autovalores da matriz quadrada

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Quais autovetores correspondem aos autovalores não nulos?

3. Se  $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ , encontre  $A^{100}$  diagonalizando  $A$ .
4. Suponha que a matriz simétrica  $A = PDP^t$ , qual é a matriz de autovalores de  $A + 2I$ ? e qual a matriz de autovetores?
5. As matrizes a seguir, são definidas positivas?

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 4 & 4 \\ 4 & 7 & 4 \\ 4 & 4 & 7 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

6. Um esguicho, posicionado na origem, lança água e esta descreve uma parábola de vértice  $V = (1, 5)$ . Calcular a altura  $h$  do filete de água, a uma distância de 1.5 metros da origem, sobre a horizontal  $OX$ .
7. Determine a equação da circunferência cujo centro é o ponto  $(-4, -1)$  e que é tangente à reta  $3x + 2y = 12$ .
8. Dois dos vértices de um polígono regular de quatro lados coincidem com os focos da elipse  $9x^2 + 5y^2 = 1$  e os outros dois com os vértices do eixo menor da elipse. Calcular a área do polígono.
9. Escreva a equação canônica da elipse, dados:
  - (a) os focos  $(\pm 5, 0)$  e dois vértices  $(\pm 13, 0)$ .
  - (b) o centro  $(0, 0)$ , um dos focos  $(0, -\sqrt{40})$  e um ponto  $(\sqrt{5}, \frac{14}{3})$ .
10. Qual a equação do conjunto de pontos  $P = (x, y)$  cuja soma das distâncias a  $F_1 = (1, 0)$  e a  $F_2 = (3, 0)$  é igual a 5?