

ZAB 0161 - Álgebra linear com aplicações em geometria
analítica

Lista 8 - Autovalores e Formas quadráticas

1. Transforme o triângulo de vértices $A = (2, -2)$, $B = (1, 5)$ e $C = (-2, 0)$ realizando uma rotação de 30° e depois uma reflexão na origem. O resultado é diferente se é realizada primeiro a reflexão e depois a rotação? Desenhe os resultados.
2. Escreva os autoespaços da matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$.
3. Seja $g(x) = 4x_2^2 + 4x_3^2 - 10x_2x_3$ uma forma quadrática em três variáveis. Encontre uma forma quadrática do tipo $g(x) = x^T Ax$ que seja equivalente a g . Qual é o posto de g ?
4. Quais das formas quadráticas dadas em três variáveis são equivalentes?
 - (a) $g_1(x) = x_2^2 + 2x_1x_3$
 - (b) $g_2(x) = 2x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$
 - (c) $g_3(x) = 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$
 - (d) $g_4(x) = 4x_1^2 + 3x_2^2 + 4x_3^2 + 10x_1x_3$
5. Considere a matriz A da forma quadrática $2x^2 + xy + 3xz + 4y^2 - yx + 3yz + 7z^2 - 2zx + 6zy$ (sem comutar os fatores), verifique que 3 e 1 são autovalores de A e verifique que $(1, 1, 2)$ é um autovetor de A .
6. Diagonalize, se possível, a matriz A da forma quadrática $x^2 + 2xy - xz - 3y^2 - 2yx + yz - 2z^2 + 2z(x + y)$ (sem comutar os fatores).
7. Diagonalize, se possível, a matriz A da forma quadrática $-8x^2 - 5xy + xz + 8y^2 + 13yx - 2yz + z^2 - 5zx - 3zy$ (sem comutar os fatores).
8. Diagonalize, se possível, a matriz A da forma quadrática $3x^2 + 8xy + 9y^2$ (utilize a matriz simétrica). Também escreva a matriz de autovetores na forma ortonormal.
9. Diagonalize, se possível, a matriz A da forma quadrática $\frac{8}{3}z^2 + 4xy + 3y^2 + 2xz + 4yz$ (utilize a matriz simétrica). Também escreva a matriz de autovetores na forma ortonormal.
10. Encontre os autovalores de A^9 , para $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 & 11 \\ 0 & \frac{1}{2} & 3 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.