ZAB 0161 - Álgebra linear com aplicações em geometria analítica
Lista 3 - Aplicação: Circuitos, Cadeias de Markov, Determinantes

Todo sistema de equações lineares deve ser resolvido utilizando o método de eliminação Gauss ou Gauss-Jordan.

1. Um editor publica um possível sucesso em três apresentações diferentes: livro de bolso, edição para clube de leitores e edição de luxo. Cada livro de bolso precisa de um minuto de costura e 2 para colar. Cada livro da edição para clube de leitores precisa 2 minutos para costura e 4 para colar. Cada livro da edição de luxo precisa 3 minutos de costura e 5 de cola. Se o talher de costura está disponível 6 horas diárias e a de cola 11 horas, quantos livros de cada apresentação podem ser elaborados por dia, de maneira a aproveitar os talheres em toda sua capacidade?

2. Considere uma sociedade simples, formada por um agricultor, um carpinteiro e um alfajate. Cada um produz um bem: o agricultor produz alimentos, o carpinteiro construe casas e o alfajate fabrica roupa. Para simplicidade, assuma que cada individuo produz uma unidade de cada bem em três meses.
Suponha que o agricultor consome $\frac{2}{5}$ do alimento, $\frac{1}{3}$ da habitação e $\frac{1}{2}$ da roupa. Que o carpinteiro consome $\frac{2}{5}$ do alimento, $\frac{1}{3}$ da habitação e $\frac{1}{2}$ da roupa. Que o alfajate consome $\frac{1}{5}$ do alimento, $\frac{1}{3}$ da habitação e nada de roupa. Determine a matriz de transição do problema e um vetor estacionário.

3. Em uma cidade do interior existem três indústrias primárias. Uma mina de cobre que para produzir R\$ 1.00 de cobre consome R\$ 0.20 de cobre, R\$ 0.10 de transporte e R\$ 0.20 de energia elétrica. Uma estrada de ferro que para produzir R\$ 1.00 de transporte, requer R\$ 0.10 de cobre, R\$ 0.10 de transporte e R\$ 0.40 de energia elétrica. Uma planta geradora de energia elétrica que para produzir R\$ 1.00 de energia elétrica consome R\$ 0.20 de cobre, R\$ 0.30 de energia elétrica e R\$ 0.20 de transporte. Para o presente ano, as indústrias têm uma demanda externa de R\$ 1.2 milhões de cobre, R\$ 0.80 milhões de transporte e R\$ 1.5 milhões de energia elétrica.

   (a) Monte um sistema de equações que possibilite resolver quanto cada indústria deve produzir para atender as demandas.

   (b) Represente o sistema como um sistema matricial, $AX = B$, (B é uma matriz coluna) e resolva o sistema encontrando a inversa da matriz A.

4. Considere a matriz de transição

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 0.3 & 0.0 \\ 0 & 0.2 & 0.2 \\ 1 & 0.5 & 0.8 \end{bmatrix}.$$

(a) Seja o estado inicial $X^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, determine $X^{(1)}$, $X^{(2)}$ e $X^{(3)}$ utilizando até três casas decimais.

(b) A matriz de transição T é regular?. Encontre o estado estacionário, se existir.
Definição: Uma matriz de transição T, é regular se todas as entradas de alguma potência de T são positivas.
Definição: Um vetor de probabilidades, estado X, é o estado estacionário para uma matriz de transição T, se satisfaz $TX = X$.

5. Mostre que cada uma das seguintes matrizes de transição atingem o seu estado de equilibrio

(a) $\begin{bmatrix} 0.3 & 0.1 & 0.4 \\ 0.2 & 0.4 & 0.0 \\ 0.5 & 0.5 & 0.6 \end{bmatrix}$.

(b) $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$.

6. Um estudo determina que a ocupação de uma criança, quando vira adulto, depende da ocupação do pai e está dada pela seguinte matriz de transição (P é profissional, A é agricultor, O é operário)

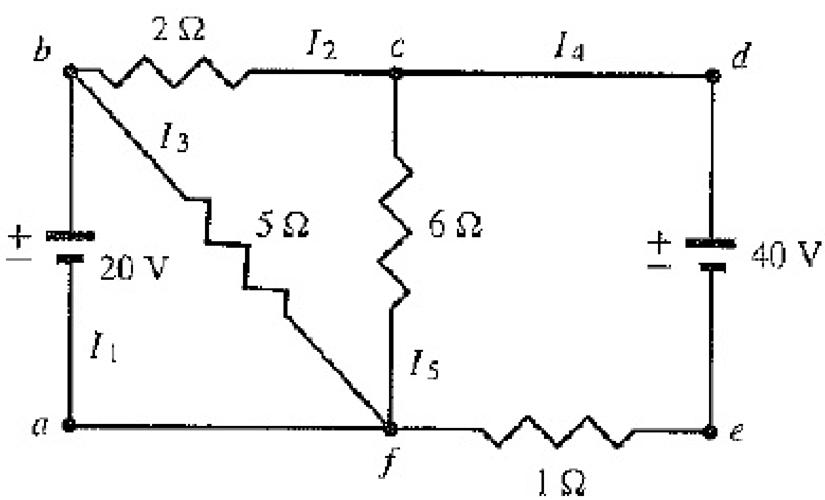
$$\begin{array}{cc} & \text{Ocupação do pai} \\ & \begin{array}{ccc} P & A & O \end{array} \\ \text{Ocupação do filho} \begin{array}{c} P \\ A \\ O \end{array} & \begin{bmatrix} 0.8 & 0.3 & 0.2 \\ 0.1 & 0.5 & 0.2 \\ 0.1 & 0.2 & 0.6 \end{bmatrix} \end{array}$$

Assim, a probabilidade de ser profissional o filho de um profissional é de 0.8.

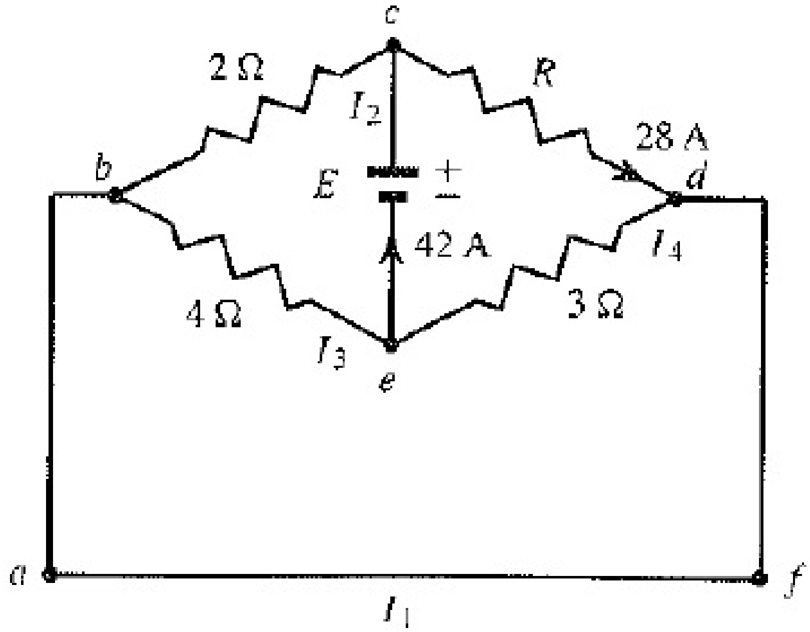
(a) Qual a probabilidade de que o neto de um profissional seja profissional?

(b) Ao longo prazo, qual a proporção da população que estará dedicada a agricultura?

7. Determine as intensidades de corrente no circuito:



8. Determine todos os valores envolvidos nos circuitos seguintes:



9. Encontre todos os valores de λ para os quais a matriz $A - \lambda I_n$ tem inversa, em que

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

10. Determine todos os valores de λ para os quais $det(A - \lambda I) = 0$, em que

(a) $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

(b) $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$