ZAB 0161 - Álgebra linear com aplicações em geometria analítica
Lista 1 - Matrizes e Sistemas Lineares

Todo sistema de equações lineares deve ser resolvido utilizando o método de eliminação Gauss-Jordan.

1. Resolver os seguintes sistemas expressando os sistemas de equações como uma equação matricial

   (a) $\begin{cases} 2x + 4z - 5y = -3 \\ 2z - 2y + x = 5 \\ -4y + x + 5z = 10 \end{cases}$

   (b) $\begin{cases} 2x + 8y + 6z = 20 \\ 4x + 2 - 2z = -2y \\ 3x - y + z = 11 \end{cases}$

   (c) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + 1 = x_3 \\ -2x_3 + 3x_2 - 2x_1 + x_4 = -6 \\ -x_1 + x_4 - 3x_3 + 2x_2 = -5 \end{cases}$

   (d) $\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 + x_4 - x_5 = -3 \\ x_3 - 2x_2 + x_1 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 - 4 + 6x_4 + 2x_2 - x_5 = 6 \end{cases}$

2. Calcule os produtos AB e BA, sempre que possível

   (a) $A = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 2 \\ -1 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$

   (b) $A = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 2 \\ -1 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$

3. Determine $AB - BA$

   (a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

   (b) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \\ -3 & 5 & 11 \end{bmatrix}$

4. Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Obter uma fórmula para A^n.

5. Seja $A = \begin{bmatrix} cos(\theta) & -sen(\theta) \\ sen(\theta) & cos(\theta) \end{bmatrix}$. Obter uma fórmula para A^n.

6. Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Mostre que

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

   e determine uma expressão geral para A^n por indução.

7. Resolver o sistema $2X + 3Y = A$ e $5X - 2Y = B$, $X, Y \in M_{2x2}$, onde

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 16 & -6 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 16 & -40 \\ 21 & 23 \end{bmatrix}.$$

8. Resolver a seguinte equação matricial $Ax = b$, para os seguintes casos:

   (a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & -4 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \\ -1 \end{bmatrix}$

   (b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & \alpha \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ \beta \end{bmatrix}$, discutir a solução em função dos parâmetros α e β.

   (c) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$.

9. Discuta em função dos parâmetros os seguintes sistemas

   (a) $\begin{cases} x + 4y + 3z = 10 \\ 2x + 7y + 9z = 30 \\ x + 5y + \alpha z = \beta \end{cases}$ ou $\begin{cases} x + 4y + 3z = 10 \\ 2x + 7y - 2z = 10 \\ x + 5y + \alpha z = \beta \end{cases}$

   (b) $\begin{cases} x + 2y + 3z + 4t = 2 \\ 2y + 6t = 2 \\ \alpha y + 3t = 1 \\ 5y + z - t = 2 \end{cases}$

   (c) DESAFIO: $\begin{cases} 2x + y + z = -6\beta \\ \alpha x + 3y + 2z = 2\beta \\ 3x + y + (\alpha + 1)z = 4 \end{cases}$

10. Sejam as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 2x + 1 & 2 & z - 1 \\ x + 2 & -1 & 2y \\ y - 1 & 8 & x - 2z \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 3 - 2y & 2 & x + y \\ z + 3 & -1 & z - 2x \\ z - 5 & b & -1 \end{bmatrix}.$$

   Se $A = B$, determine o valor de xyz.