

## Introdução às Medidas Físicas (4300152) - REMOTO

### Experimento 4 – Cordas Vibrantes

#### Objetivos do experimento:

A partir da observação dos modos de vibração em uma corda tensionada, de extremidades fixas e submetida a uma oscilação forçada de frequência variável:

- Estudar a relação entre as frequências normais de vibração ( $f_n$ ) para uma corda com densidade linear de massa ( $\mu$ ) e os parâmetros:
  - número de ventres ( $n$ ),
  - comprimento da corda ( $L$ ),
  - tensão aplicada à corda ( $T$ );
- Obter a velocidade de propagação das ondas na corda ( $v = \sqrt{T/\mu}$ ) para uma situação experimental;
- Obter graficamente a dependência funcional entre as frequências normais de vibração e esses parâmetros. A relação esperada é

$$f_n = \frac{1}{\lambda_n} \sqrt{T/\mu} \quad (1)$$

A Figura 1 mostra que o comprimento de onda para cada modo normal  $n$  é dado por  $\lambda_n = 2L/n$ .

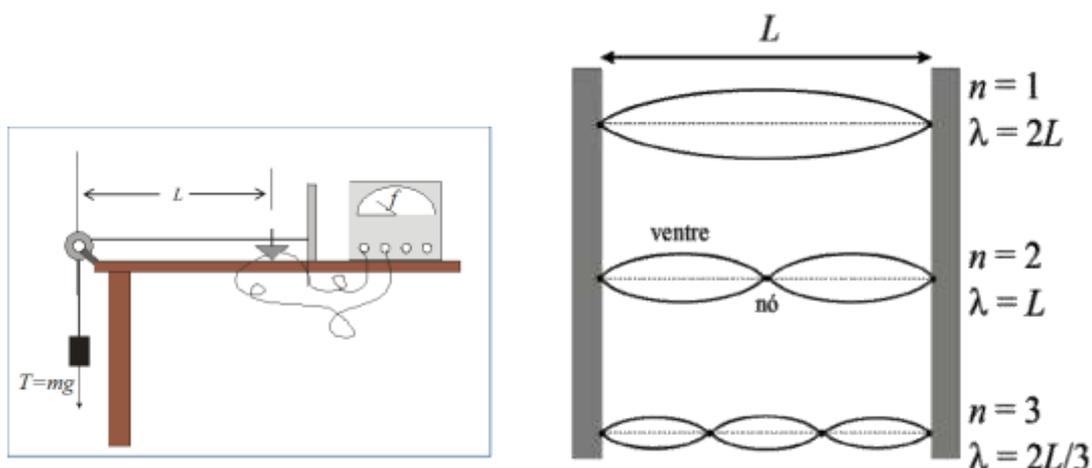


Figura 1. Corda fixa nas duas extremidades mostrando as ondas estacionárias correspondentes aos modos normais  $n = 1, 2$  e  $3$ . Note que um comprimento de onda ( $\lambda$ ) é visto com 2 ventres e 1 nó. Neste vídeo está a reprodução da forma que o experimento é realizado, como mostra o lado esquerdo da figura.

(<https://www.youtube.com/watch?reload=9&v=jplFqvqW6V8>)

## Procedimento Realizado:

Com a montagem que é vista na Figura 1, foi possível fazer variações independentes dos parâmetros  $n$ ,  $T$  e  $L$ , mantendo a corda e obtendo figuras das ondas estacionárias.

- i. Mantendo comprimento ( $L$ ) e a tensão ( $T$ ), ao variar as frequências no gerador de frequências, identificamos as frequências nas quais 1 ventre ( $n=1$ ), 2 ventres ( $n=2$ ), 3 ventres ( $n=3$ ) etc, são claramente observados, obtendo-se uma tabela de dados com essas variáveis como esta Tabela 1.

Tabela 1- frequências correspondentes aos modos normais de vibração

Modo normal $n$	Frequência $f_n$ (Hz)	Incerteza $\Delta f_n$ (Hz)
1		
2		
⋮	⋮	⋮

- ii. Fixando o comprimento da corda ( $L$ ), e o modo normal ( $n=2$ ) são feitas variações controladas da força de tensão (variando a massa  $m$  pendurada na extremidade da corda). Para cada nova tensão  $T=mg$ , obtém-se a frequência para que 2 ventres sejam observados na corda, construindo-se então uma tabela como a Tabela 2.

Tabela 2- frequências correspondentes ao segundo modo normal para  $L$  fixo.

Massa $m$ ( $\pm 0,0001$ kg)	$T = mg$ (N)	Incerteza $\Delta T$ (N)	Frequência $f_2$ (Hz)	Incerteza $\Delta f_2$ (Hz)
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

- iii. Fixando a tensão a que a corda é submetida ( $T$ ), e o modo normal ( $n=2$ ), são feitas variações controladas do comprimento da corda  $L$  (variando a posição do alto-falante sobre um trilho). Para cada novo comprimento, obtém-se a frequência para que 2 ventres ( $n=2$ ) sejam observados na corda, construindo-se então uma tabela como a Tabela 3.

Tabela 3- frequências correspondentes ao segundo modo normal para  $T$  fixo.

Comprimento $L$ ( $\pm 0,0005$ m)	Frequência $f_2$ (Hz)	Incerteza $\Delta f_2$ (Hz)

### Medidas Experimentais e Análise de Dados:

As medidas experimentais correspondentes às Tabelas 1 a 3 já foram efetuadas, e serão distribuídas aos estudantes por sorteio.

#### Análise Gráfica:

Para analisar expressões como as da Equação (1), em que a variável dependente ( $f$ ) depende de cada uma das variáveis independentes ( $n$ ,  $T$ ,  $L$ ) por uma expressão algébrica do tipo potência ( $x^a$ ), com o expoente  $a$  racional o emprego da função *logaritmo* é de muita utilidade.

Usando as propriedades gerais dos logaritmos

$$\log(x^a) = a \log x$$

$$\log XY = \log X + \log Y$$

podemos trabalhar a expressão (1) para cada uma das variáveis ( $n$ ,  $T$  e  $L$ ) da seguinte forma:

$$\log f = 1 \log n + \log C \quad (2)$$

$$\log f_2 = -1 \log L + \log D \quad (3)$$

$$\log f_2 = 1/2 \log T + \log E \quad (4)$$

Onde  $C$ ,  $D$  e  $E$  são constantes relacionadas às variáveis fixas:

$$C = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad D = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad E = \frac{1}{L\sqrt{\mu}}$$

Se fazemos gráficos de  $\log f$  em função de  $\log n$ ,  $\log L$  ou  $\log T$  obtemos retas cujos coeficientes angulares correspondem às potências da expressão (1), ou seja: 1, -1 e  $1/2$ , e cujos coeficientes lineares se relacionam com os parâmetros experimentais.

Tais gráficos são chamados gráficos di-log, e podem ser feitos com um papel específico (papel di-log) ou com um software que empregue escalas logarítmicas nos eixos  $x$  e  $y$ .

Assim, faça 3 gráficos, com eixos logarítmicos, dos dados das tabelas 1, 2 e 3 que você receber. A partir dos gráficos faça ajustes de retas e obtenha os expoentes da variação das frequências com as três variáveis ( $n$ ,  $T$  e  $L$ ), ou seja, os coeficientes angulares das retas obtidas.

*Obs. Ao usar o webroot para fazer os gráficos, os ajustes lineares são feitos com uma função do tipo:  $y = 10^{(\log_{10}(x) * [0] + [1])}$ . O parâmetro [0] corresponde ao expoente da expressão (1); o parâmetro [1] representa  $\log C$ ,  $\log D$  e  $\log E$  das expressões (2), (3) e (4).*

**Nos três casos, apresente seus resultados finais com valor  $\pm$  incerteza, lembrando de acertar os algarismos.**

### **Análise de dados**

- i. Coeficiente angular obtido nos gráficos di-log: para cada uma das situações verifique a compatibilidade dos coeficientes obtidos com os esperados. Lembre-se de fazer essa análise com a função Z, sendo que os valores esperados têm incerteza nula.
- ii. O coeficiente linear da relação entre  $\log f_2$  e  $\log L$  é o logaritmo da velocidade de propagação da onda na corda para essa situação experimental. Determine então essa velocidade, com incerteza.
- iii. O coeficiente linear da relação entre  $\log f_2$  e  $\log T$ , conhecida a densidade linear da corda ( $\mu$ ), fornece o comprimento da corda empregada nessa tomada de dados. Determine esse comprimento, com incerteza.

### **Discussão:**

Discuta os resultados obtidos para os coeficientes e os esperados pela relação (1). Foi obtida a relação esperada entre frequência e as variáveis de interesse?

Comente sobre esse método de linearização por gráfico log. Compare com o que empregou no experimento de Queda Livre ao linearizar por substituição de variável. Há limitações para os dois métodos? Quais vantagens / desvantagens de cada um?

## APÊNDICE: propagação de incertezas

- I. Para expressões matemáticas do tipo  $y = \frac{x}{z} \sqrt{\frac{w}{v}}$ , em que  $x$ ,  $z$ ,  $w$  e  $v$  são conhecidos com suas incertezas, a incerteza de  $y$  é calculada por:

$$\sigma_y = y \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_z}{z}\right)^2 + \left(1/2 \frac{\sigma_w}{w}\right)^2 + \left(1/2 \frac{\sigma_v}{v}\right)^2}$$

- II. Para expressões matemáticas do tipo  $y = 10^x$ , a incerteza é obtida por

$$\Delta y = [10^x \ln 10] \Delta x$$