

Física Experimental IV

Segundo semestre de 2020

Experimento III - Atividade 2

Página da disciplina:

<https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=82701>

2020

Experimento III - Estudos de polarização



1 Experimento

- Experimento III
- Polarização da luz
- Ferramenta de cálculo: as matrizes de Jones
- Polarização
- Elipsometria
- Atividade 2

1 Experimento

- Experimento III
- Polarização da luz
- Ferramenta de cálculo: as matrizes de Jones
- Polarização
- Elipsometria
- Atividade 2

1 Experimento

- Experimento III
 - Polarização da luz
 - Ferramenta de cálculo: as matrizes de Jones
 - Polarização
 - Elipsometria
 - Atividade 2

Objetivos do experimento

- Polarização linear, circular, elíptica
- A reflexão e a polarização: reflexão na interface com dielétricos e com superfícies metálicas
- Dielétricos que mudam o estado de polarização: as placas $\frac{1}{2}$ onda e $\frac{1}{4}$ de onda

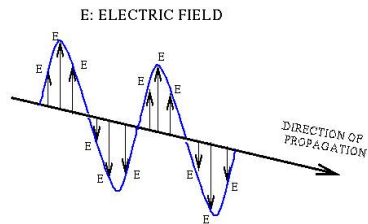
- 4 atividades
 - ▶ Atividade 1
 - ★ Fenômenos de polarização da luz - Lei de Malus
 - ▶ Atividade 2
 - ★ Determinação de estados de polarização após reflexão por um dielétrico em diferentes ângulos
 - ▶ Atividade 3
 - ★ Determinação de estados de polarização após reflexão pelo espelho em diferentes ângulos
 - ▶ Atividade 4
 - ★ Alteração da polarização da luz utilizando uma placa de onda

1 Experimento

- Experimento III
- **Polarização da luz**
- Ferramenta de cálculo: as matrizes de Jones
- Polarização
- Elipsometria
- Atividade 2

- Efeito característico de ondas transversais
- No caso da luz, a direção de polarização é aquela do campo elétrico
- Tipos de polarização:
 - ▶ Linear
 - ▶ Circular ou elíptica
 - ▶ Não polarizada

- A direção do campo elétrico não se altera com o tempo, somente a sua intensidade



- No caso de uma onda de frequência bem definida, podemos escrever o campo elétrico como:

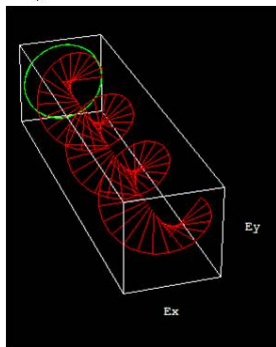
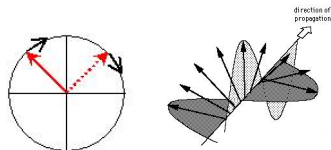
$$\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{j}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega = 2\pi f$$

Polarização circular

- A direção do campo elétrico depende do tempo mas sua intensidade é constante



- No caso da polarização circular, podemos escrever o campo elétrico como a superposição de dois campos linearmente polarizados, defasados de 90° , ou seja:

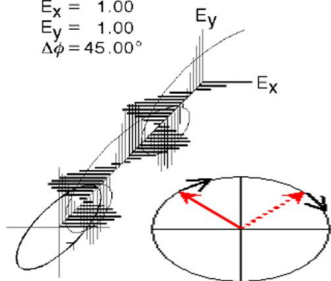
$$\vec{E}(z, t) = E_0 \begin{bmatrix} \text{sen}(kz - \omega t)\hat{i} \\ + \\ \text{cos}(kz - \omega t)\hat{j} \end{bmatrix}$$

Polarização elíptica

- A direção do campo elétrico depende do tempo, bem como a sua intensidade

Right-hand Elliptical Polarization

$$\begin{aligned}E_x &= 1.00 \\E_y &= 1.00 \\ \Delta\phi &= 45.00^\circ\end{aligned}$$



- No caso da polarização elíptica, podemos escrever o campo elétrico como a superposição de dois campos linearmente polarizados, defasados de 90° , ou seja:

$$\vec{E}(z, t) = \begin{bmatrix} E_0^i \sin(kz - \omega t)\hat{i} \\ + \\ E_0^j \cos(kz - \omega t)\hat{j} \end{bmatrix}$$

1 Experimento

- Experimento III
- Polarização da luz
- Ferramenta de cálculo: as matrizes de Jones
- Polarização
- Elipsometria
- Atividade 2

- Onda linearmente polarizada

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(kz - \omega t) [\cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j}]$$

$$\vec{E}(z, t) = E_0 e^{i(kz - \omega t)} \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}$$

- Onda circularmente polarizada

$$\vec{E}(z, t) = E_0 [\cos(kz - \omega t) \hat{i} + \text{sen}(kz - \omega t) \hat{j}]$$

$$\vec{E}(z, t) = E_0 e^{i(kz - \omega t)} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} \text{ e } \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$$

- São chamados vetores de Jones
- Como sempre, quando é usada a notação complexa, o campo 'físico' que é medido é só a parte real das expressões
- No caso da luz, só a intensidade é medida, a quantidade física (intensidade) é proporcional ao produto do campo pelo seu conjugado transposto.

Polarizador descrito por uma matriz: caso linear

- Se no polarizador (orientado horizontalmente (\hat{i})) chega luz com direção de polarização θ , só a componente \hat{i} sobrevive

$$\vec{E}_{\text{antes}} = E(z, t) [\cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j}] \Rightarrow \vec{E}_{\text{depois}} = E(z, t) \cos \theta \hat{i}$$

- Escrevendo a polarização com a notação dos vetores do Jones

$$\vec{E}_{\text{antes}} = E_0 e^{i(kz - \omega t)} \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{E}_{\text{depois}} = E_0 e^{i(kz - \omega t)} \begin{pmatrix} \cos \theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Por praticidade, vamos a partir de agora omitir o termo $e^{i(kz - \omega t)}$, mas é preciso lembrar que ele está sempre lá!

$$\vec{E}_{\text{antes}} = E_0 \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{E}_{\text{depois}} = E_0 \begin{pmatrix} \cos \theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

Polarizador descrito por uma matriz: caso linear

Polarizador no sentido 'horizontal'

- Já calculamos que:

$$\vec{E}_{\text{antes}} = E_0 \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{E}_{\text{depois}} = E_0 \begin{pmatrix} \cos \theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Queremos escrever algo como:

$$\vec{E}_{\text{depois}} = \mathbf{POL} \vec{E}_{\text{antes}}$$

- É fácil ver que a matriz precisa ser:

$$\mathbf{POL} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Como E_0 é uma constante:

$$\vec{E}_{\text{depois}} = E_0 \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} \right) = E_0 \begin{pmatrix} \cos \theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

Polarizador descrito por uma matriz

- Construimos a matriz **POL** discutindo a polarização linear. Vamos verificar que ela está correta aplicando-a a um feixe incidente com polarização circular.

$$\vec{E}_{\text{depois}} = \mathbf{POL} \vec{E}_{\text{antes}}$$

$$\mathbf{POL} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{E}_{\text{depois}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$I_0 \propto \frac{E_0^2}{2} \begin{pmatrix} 1 & +i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = E_0^2$$

$$I \propto \frac{E_0^2}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{E_0^2}{2} \Rightarrow I = \frac{1}{2} I_0$$

Polarizador com orientação arbitrária θ

- Qual é a matriz que descreve um polarizador com orientação θ ?
- É só aplicar uma rotação à matriz

$$\mathbf{POL}(\theta) = \mathbf{R}(\theta)\mathbf{POL}(0^\circ)\mathbf{R}(-\theta)$$

$$\mathbf{POL}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\text{sen } \theta \\ \text{sen } \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \text{sen } \theta \\ -\text{sen } \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{POL}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \text{sen } \theta \cos \theta \\ \text{sen } \theta \cos \theta & \text{sen}^2 \theta \end{pmatrix}$$

- Cuidado: $\theta = 0$ na direção de \hat{i}

- O que acontece se a luz tem polarização horizontal e o polarizador está em um ângulo θ ?

$$\begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta \\ \sin \theta \cos \theta \end{pmatrix}$$

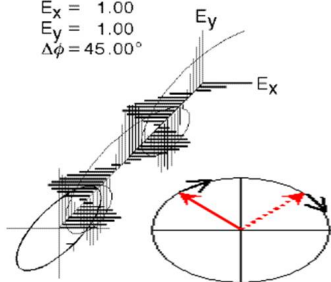
- Verificar que do resultado acima (elevado ao quadrado) é obtida a lei de Malus ($I = I_0 \cos^2 \theta$); são necessárias algumas manipulações ...

Polarização elíptica

- A direção do campo elétrico depende do tempo, bem como a sua intensidade

Right-hand Elliptical Polarization

$$\begin{aligned}E_x &= 1.00 \\E_y &= 1.00 \\ \Delta\phi &= 45.00^\circ\end{aligned}$$



- No caso da polarização elíptica, podemos escrever o campo elétrico como a superposição de dois campos linearmente polarizados, defasados de 90° , mas com amplitudes diferentes, ou seja:

$$\vec{E}(z, t) = \begin{bmatrix} E_0^i \sin(kz - \omega t) \hat{i} \\ + \\ E_0^j \cos(kz - \omega t) \hat{j} \end{bmatrix}$$

- A expressão para uma onda elíptica (com eixos da elipse alinhados com os eixos x e y) é

$$\vec{E}(z, t) = \begin{bmatrix} E_0^i \text{sen}(kz - \omega t) \hat{i} \\ + \\ E_0^j \text{cos}(kz - \omega t) \hat{j} \end{bmatrix}$$

- Pode ser descrita com o seguinte vetor de Jones (não normalizado)

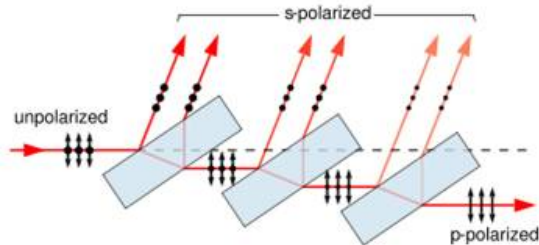
$$\begin{pmatrix} a \\ -ib \end{pmatrix}$$

1 Experimento

- Experimento III
- Polarização da luz
- Ferramenta de cálculo: as matrizes de Jones
- **Polarização**
- Elipsometria
- Atividade 2

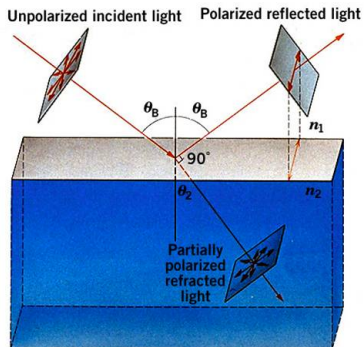
Polarizador por reflexão

- Ao incidir sobre uma superfície refratora/refletora, dependendo do ângulo de incidência, a luz refletida e refratada são polarizadas



Polarização por reflexão

- Onda não polarizada incidente em uma superfície
- As ondas refletida e refratada possuem diferentes graus de polarização, dependendo das condições de contorno
 - ▶ Ângulo de incidência
 - ▶ Índices de refração



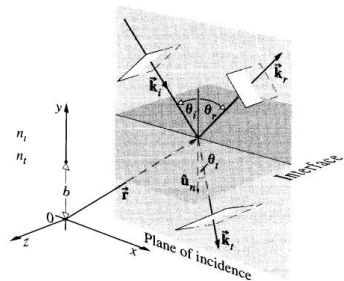
Copyright John Wiley & Sons

Alguns exemplos

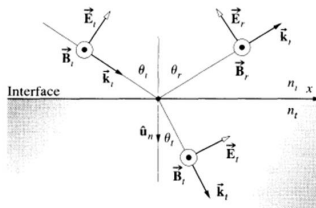
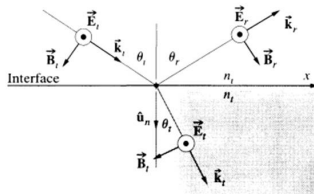


Motivação teórica: ver Hecht - seção 4.6

- Uma onda não polarizada pode ser decomposta em duas componentes:



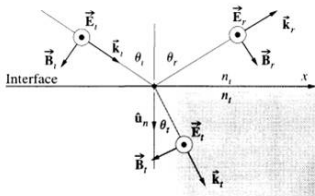
Campo transversal ao plano



Campo paralelo ao plano

Motivação teórica: ver Hecht - seção 4.6

- Condições de contorno na superfície:
 - ▶ Meios dielétricos $\rightarrow \mu \sim \mu_0$
 - ▶ Continuidade dos campos tangenciais à superfície



- Campo elétrico perpendicular ao plano de incidência - componente *s* (*senkrecht* - perpendicular em alemão)

$$E_{tan}^{meio1} = E_{tan}^{meio2}$$

$$E_i + E_r = E_t$$

$$B_{tan}^{meio1} = B_{tan}^{meio2}$$

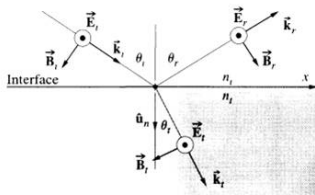
$$-B_i \cos \theta_i + B_r \cos \theta_r = -B_t \cos \theta_t$$

$$B = \frac{E}{v}$$

$$n = \frac{c}{v}$$

- Define-se coeficientes de reflexão para o campo elétrico:

$$r = \frac{E_r}{E_i}$$



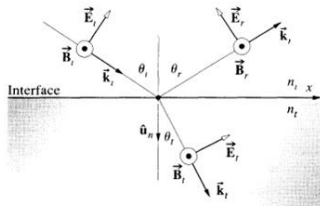
$$r_s = \frac{n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}$$

- Usando a Lei de Snell

$$r_s = -\frac{\text{sen}(\theta_i - \theta_t)}{\text{sen}(\theta_i + \theta_t)}$$

Motivação teórica: ver Hecht - seção 4.6

- Condições de contorno na superfície:
 - ▶ Meios dielétricos $\rightarrow \mu \sim \mu_0$
 - ▶ Continuidade dos campos tangenciais à superfície



- Campo elétrico paralelo ao plano de incidência - componente p

$$E_{tan}^{meio1} = E_{tan}^{meio2}$$

$$E_i \cos \theta_i - E_r \cos \theta_r = E_t \cos \theta_t$$

$$B_{tan}^{meio1} = B_{tan}^{meio2}$$

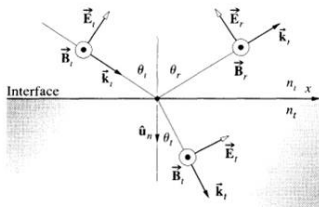
$$B_i + B_r = B_t$$

$$B = \frac{E}{v}$$

$$n = \frac{c}{v}$$

Motivação teórica: ver Hecht - seção 4.6

- Pode-se calcular o coeficiente de reflexão de reflexão, da mesma forma que a anterior



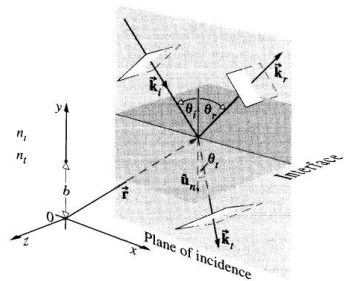
$$r_p = \frac{n_t \cos \theta_i - n_i \cos \theta_t}{n_t \cos \theta_i + n_i \cos \theta_t}$$

- Note que os índices de refração estão trocados em relação ao caso anterior
- Usando a Lei de Snell

$$r_p = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}$$

Motivação teórica: ver Hecht - seção 4.6

- Ou seja, para uma luz incidente com polarização genérica, temos:

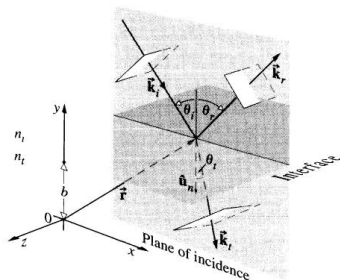


$$r_s = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$$

$$r_p = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}$$

Motivação teórica: ver Hecht - seção 4.6

- Como medimos intensidade luminosa, definimos os coeficientes de reflexão como sendo a razão entre as intensidades. Como $I \propto E^2$



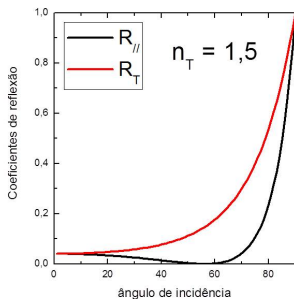
$$R_s = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)}$$

$$R_p = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)}$$

- Coeficientes de reflexão
($R = \frac{I}{I_0}$)

$$R_s = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)}$$

$$R_p = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)}$$

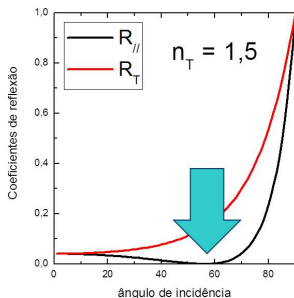


Polarização por reflexão

- Em um dado ângulo a componente p da luz refletida tem intensidade 0
- Luz totalmente polarizada na outra direção (perpendicular - componente s)

$$R_p = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)}$$

$$\theta_i + \theta_t = 90^\circ$$



Polarização por reflexão

- O ângulo no qual a luz refletida é totalmente polarizada é chamado:

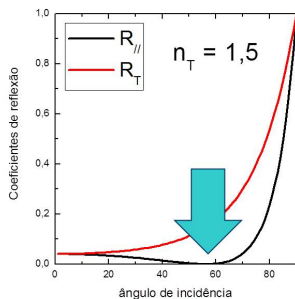
- ▶ Ângulo de Brewster

$$\theta_B + \theta_t = 90^\circ$$

$$n_i \sin \theta_B = n_t \sin \theta_t$$

$$n_i \sin \theta_B = n_t \cos \theta_B$$

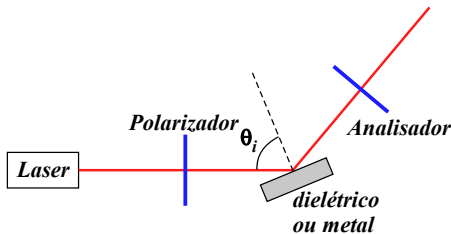
$$n_t = \tan \theta_B$$



1 Experimento

- Experimento III
- Polarização da luz
- Ferramenta de cálculo: as matrizes de Jones
- Polarização
- **Elipsometria**
- Atividade 2

- Podemos analisar a polarização da luz refletida por um material para estudar as suas propriedades ópticas



- Vetor de Jones para a luz que chega no detector

$$\begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -r_p & 0 \\ 0 & r_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -r_p & 0 \\ 0 & r_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} = \\ = \begin{pmatrix} -r_p \cos \alpha \cos^2 \theta + r_s \sin \alpha \sin \theta \cos \theta \\ -r_p \cos \alpha \sin \theta \cos \theta + r_s \sin \alpha \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

$$I \propto | -r_p \cos \alpha \cos^2 \theta + r_s \sin \alpha \sin \theta \cos \theta |^2 + | -r_p \cos \alpha \sin \theta \cos \theta + r_s \sin \alpha \sin^2 \theta |^2 = \\ = |r_p|^2 \cos^2 \alpha \cos^2 \theta + |r_s|^2 \sin^2 \alpha \sin^2 \theta - \frac{(r_p r_s^* + r_s r_p^*)}{4} \sin 2\alpha \sin 2\theta$$

$$I = |r_p|^2 \cos^2 \alpha \cos^2 \theta + |r_s|^2 \sin^2 \alpha \sin^2 \theta - \frac{(r_p r_s^* + r_s r_p^*)}{4} \sin 2\alpha \sin 2\theta$$

$$\frac{r_p}{r_s} \equiv \tan \Psi e^{i\Delta}$$

- Fazendo essa substituição podemos escrever

$$I = I_0(1 - \eta \sin 2\theta + \xi \cos 2\theta)$$

- onde

$$\eta \equiv 2 \frac{\tan \Psi \cos \Delta \tan \alpha}{\tan^2 \Psi + \tan^2 \alpha} \quad e \quad \xi = \frac{\tan^2 \Psi - \tan^2 \alpha}{\tan^2 \Psi + \tan^2 \alpha}$$

- Os dados de intensidade podem ser ajustados através da expressão

$$I = I_0(1 - \eta \sin 2\theta + \xi \cos 2\theta)$$

- Determinando-se os valores de I_0 , η e ξ podemos determinar

$$\tan \Psi = \sqrt{\frac{1 + \xi}{1 - \xi}} |\tan \alpha| \quad e \quad \cos \Delta = \frac{\eta}{\sqrt{1 - \xi^2}} \operatorname{sinal}(\alpha)$$

- e com isso podemos obter

$$\frac{r_p}{r_s} \equiv \tan \Psi e^{i\Delta}$$

- Obtendo Ψ e Δ e usando

$$\frac{r_p}{r_s} \equiv \tan \Psi e^{i\Delta}$$

$$r_p = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} \quad \text{e} \quad r_s = -\frac{\text{sen}(\theta_i - \theta_t)}{\text{sen}(\theta_i + \theta_t)}$$

- e a Lei de Snell

$$n_i \text{sen } \theta_i = n_t \text{sen } \theta_t$$

- podemos obter o índice de refração do meio

$$n_t^2 = n_i^2 \text{sen}^2 \theta_i \left[1 + \tan^2 \theta_i \frac{(\cos 2\Psi - i \text{sen } 2\Psi \text{sen } \Delta)^2}{(1 + \text{sen } 2\Psi \cos \Delta)^2} \right]$$

Para um dielétrico

$$n_t^2 = n_i^2 \sin^2 \theta_i \left[1 + \tan^2 \theta_i \frac{(\cos 2\Psi - i \sin 2\Psi \sin \Delta)^2}{(1 + \sin 2\Psi \cos \Delta)^2} \right]$$

- n_t é real $\Rightarrow \sin \Delta = 0$
- e $\cos \Delta = -1$ para $\theta_i < \theta_B$ e $\cos \Delta = 1$ para $\theta_i > \theta_B$
- então

$$n_t^2 = n_i^2 \sin^2 \theta_i \left[1 + \tan^2 \theta_i \frac{\cos^2 2\Psi}{(1 + \sin 2\Psi \cos \Delta)^2} \right]$$

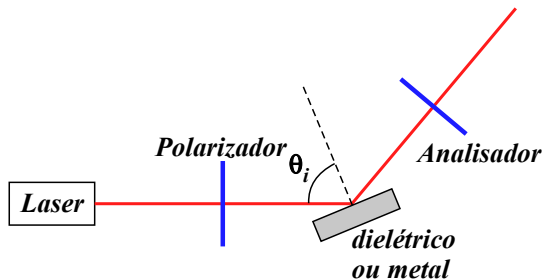
1 Experimento

- Experimento III
- Polarização da luz
- Ferramenta de cálculo: as matrizes de Jones
- Polarização
- Elipsometria
- Atividade 2

Objetivo da atividade

- Estudar como a luz pode ser polarizada por reflexão na superfície de um dielétrico
- Determinar o índice de refração e o ângulo de Brewster de um dielétrico

Arranjo experimental



- O polarizador na frente do laser foi colocado em $\alpha = 45^\circ$

Atividades para polarização por reflexão

- Foram medidas as intensidades de reflexão através do polarizador analisador para três ângulos de incidência
 - ▶ $\theta_i = 35, 50$ e 70 graus
- Ajuste as curvas medidas e determine os valores de η e ξ para cada ângulo de incidência
- Utilize esses valores na planilha “CÁLCULO DE n DIELÉTRICO EXP” e determine o índice de refração do dielétrico
- Qual o tipo de polarização da onda refletida? Qual a mudança na polarização com a variação do ângulo de incidência?
- Avalie a compatibilidade dos índices obtidos e determine o seu valor
- Utilize o valor do índice de refração e determine o ângulo de Brewster do material