Valor – 2 pontos: Um pesquisador está interessado em como os peixes nadam usando a oscilação de suas caudas como forma de propulsão. Chegou-se à conclusão que a força de propulsão F gerada pelo peixe depende de seu comprimento L, a densidade ρ do líquido através do qual o animal nada, sua velocidade V e a frequência Ω de oscilação de sua cauda, ou seja, $F = f(L, \rho, V, \Omega)$.
Em um conjunto de experimentos, o e pesquisador obteve dados relativos a um filhote de marlim de comprimento $L_m = 0{,}1\,\text{m}$, nadando com uma velocidade $V_m = 0{,}1\,\text{m/s}$, e chegou à conclusão que a força de propulsão F_m em N se relaciona com a frequência de oscilação Ω_m da cauda, em rad/s, através da expressão:

$$F_m = A\Omega_m + B\Omega_m^2 \quad \text{onde } A = 2{,}5\times10^{-3}\,\text{N.s e } B = 4\times10^{-5}\,\text{N.s}^2$$

Calcule a força de propulsão F_p de um marlim adulto de dados L_p e V_p que oscila sua cauda com freqüência $\Omega_p = 5\,\text{rad/s}$. Use ρ, V e L como base para construir os adimensionais. Considere que a densidade da água é $\rho_m = \rho_p = 1000\,\text{kg/m}^3$.

Dados:
a) $L_p = 0{,}2\,\text{m} \quad V_p = 0{,}2\,\text{m/s}$
b) $L_p = 0{,}2\,\text{m} \quad V_p = 0{,}1\,\text{m/s}$
c) $L_p = 0{,}3\,\text{m} \quad V_p = 0{,}2\,\text{m/s}$
d) $L_p = 0{,}2\,\text{m} \quad V_p = 0{,}4\,\text{m/s}$
e) $L_p = 0{,}3\,\text{m} \quad V_p = 0{,}3\,\text{m/s}$

Solução

É fácil ver que a análise dimensional fornece os adimensionais:

$$\Pi_1 = \frac{F}{\rho V^2 L^2} \qquad \Pi_2 = \frac{\Omega L}{V} \quad \text{de modo que temos} \quad \frac{F}{\rho V^2 L^2} = \phi\left(\frac{\Omega L}{V}\right).$$

A expressão da força obtida para o filhote de marlim pode ser adimensionalizada da seguinte forma:

$$\frac{F_m}{\rho_m V_m^2 L_m^2} = \frac{A}{\rho_m V_m L_m^3}\frac{\Omega_m L_m}{V_m} + \frac{B}{\rho_m L_m^4}\frac{\Omega_m^2 L_m^2}{V_m^2}$$

Isso resulta:

$$\Pi_{1m} = \frac{2{,}5\times10^{-3}}{1000\times0{,}1\times0{,}1^3}\Pi_{2m} + \frac{4\times10^{-5}}{1000\times0{,}1^4}\Pi_{2m}^2$$

Essa equação tem que valer, pelos princípios da semelhança, tanto para modelo quanto para protótipo. Assim:

$$\boxed{\Pi_{1p} = 2{,}5\times10^{-2}\,\Pi_{2p} + 4\times10^{-4}\,\Pi_{2p}^2}$$

Para os dados do problema:

a) $\Pi_{2p} = 5$ $\Pi_{1p} = 0{,}135$ $F_p = 0{,}216\,\mathrm{N}$

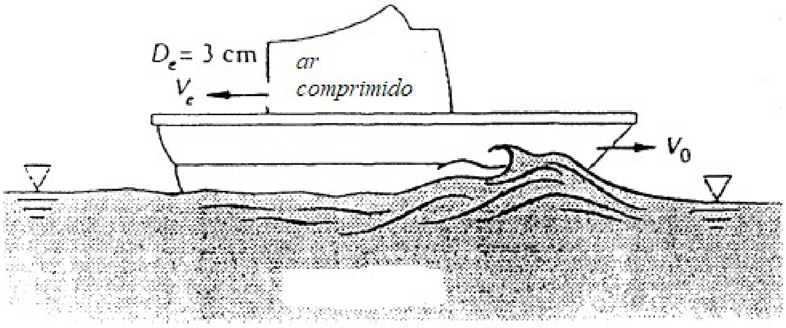
b) $\Pi_{2p} = 10$ $\Pi_{1p} = 0{,}29$ $F_p = 0{,}116\,\mathrm{N}$

c) $\Pi_{2p} = 7{,}5$ $\Pi_{1p} = 0{,}21$ $F_p = 0{,}756\,\mathrm{N}$

d) $\Pi_{2p} = 2{,}5$ $\Pi_{1p} = 0{,}065$ $F_p = 0{,}416\,\mathrm{N}$

e) $\Pi_{2p} = 5$ $\Pi_{1p} = 0{,}135$ $F_p = 1{,}094\mathrm{N}$

Valor – 2 pontos: Um pequeno barco é impulsionado com velocidade constante V_o por um jato de ar comprimido saindo na atmosfera através de um orifício de diâmetro D_e = 3cm com velocidade V_e. A massa específica do ar saindo pelo jato é $\rho = 1{,}165\,\mathrm{kg/m^3}$. A força de arrasto total agindo no barco é dada por $K V_o^2$, onde $K = 19\,\mathrm{N.s^2/m^2}$. Calcule a velocidade V_o do barco. Ignore a gravidade.

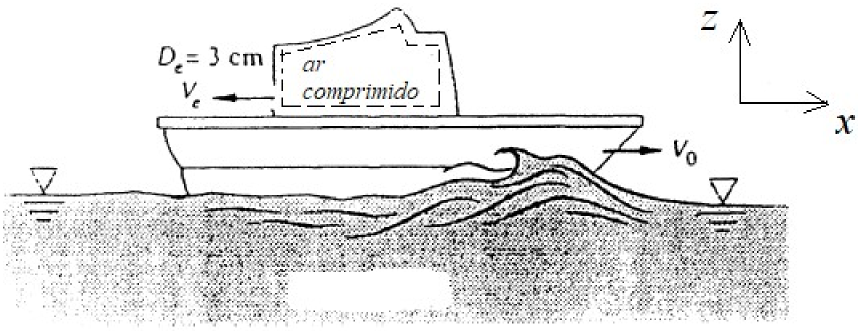


Dados:

a) V_e = 343 m/s b) V_e = 100 m/s c) V_e = 50 m/s d) V_e = 200 m/s e) V_e = 171 m/s

Solução

Se imaginarmos um volume de controle envolvendo o ar no reservatório:



O volume de controle se move para a direita com a velocidade do barco V_o, o que significa que tudo se passa como se o ar deixasse o reservatório com velocidade $V_o + V_e$. Assim, aplicando a equação da Quantidade de Movimento:

$$\vec{R} + \vec{G} = \sum \left(V_i\, \rho_i\, Q_i + p_i\, S_i \right) \vec{n}_i$$

O único fluxo que temos é dado pelo jato que sai na atmosfera através do orifício. Ignorando a gravidade, resulta que a força que as paredes do reservatório exercem no fluido é:

$$\vec{R} = \left(V_o + V_e \right) \rho \left(V_o + V_e \right) \frac{\pi D_e^2}{4} \left(-\vec{e}_x \right)$$

Isso significa que o ar empurra o reservatório para a direita com uma força $\vec{F} = -\vec{R}$:

$$\vec{F} = \rho \left(V_o + V_e \right)^2 \frac{\pi D_e^2}{4} \vec{e}_x$$

Essa força é contrabalançada pelo arrasto de forma a que o barco se desloca com velocidade constante:

$$\rho\left(V_o + V_e\right)^2 \frac{\pi D_e^{\,2}}{4} = K\,V_o^{\,2}$$

Tirando a raiz:

$$\left(V_o + V_e\right)\sqrt{\frac{\rho\,\pi D_e^{\,2}}{4K}} = V_o$$

Isso resulta:

$$\boxed{V_o = \frac{V_e}{\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{\rho\,\pi D_e^{\,2}}{4K}}} - 1}}$$

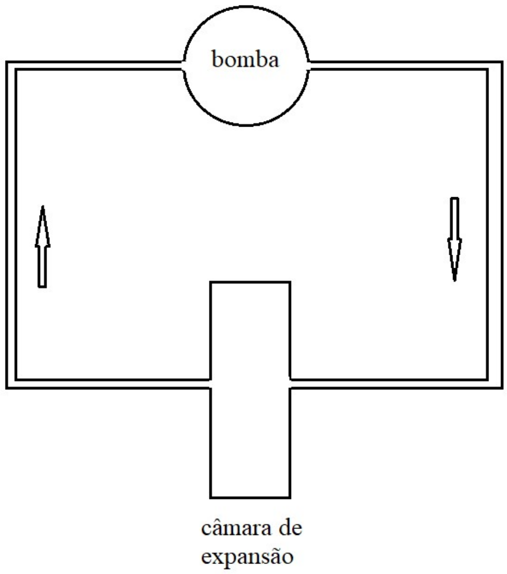
Substituindo os dados numéricos:

$$V_o = \frac{V_e}{\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1{,}165 \times \pi \times 0{,}03^2}{4 \times 19}}} - 1} = \frac{V_e}{150{,}91}$$

Substituindo os dados:

a) 2,273 m/s b) 0,663 m/s c) 0,331 m/s d) 1,325 m/s e) 1,133 m/s

Valor – 2 pontos: Um sistema de resfriamento consiste numa bomba impulsionando o fluido refrigerante através de uma tubulação com trechos retos de comprimento total $L = 10\,\text{m}$ e diâmetro $D = 5\,\text{cm}$. A tubulação possui quatro cotovelos, cada um com um coeficiente de perda de carga singular $K_{s_{\text{cotovelo}}} = 0{,}6$. A bomba tem uma potência $\dot{W}_{\text{eixo}}$ no seu eixo e uma eficiência $\eta = 0{,}70$. O fluido refrigerante tem uma densidade $\rho = 700\,\text{kg/m}^3$. Na linha existe uma câmara de expansão de área muito maior que a tubulação. Os coeficientes de perda de carga singular na entrada e saída da câmara são $K_{s_{in}} = 1{,}0$ e $K_{s_{out}} = 0{,}4$. O coeficiente de perda de carga distribuída dos tubos é $f = 0{,}025$. Calcule a vazão volumétrica Q de fluido refrigerante.



Dados: a) $\dot{W}_{\text{eixo}} = 10\text{kW}$ b) $\dot{W}_{\text{eixo}} = 15\text{kW}$ c) $\dot{W}_{\text{eixo}} = 5\text{kW}$ d) $\dot{W}_{\text{eixo}} = 20\text{kW}$ e) $\dot{W}_{\text{eixo}} = 30\text{kW}$

Solução

Dada a equação da energia:

$$\left(\alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2\right) - \left(\alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1\right) = H_m - \text{perdas}$$

Como temos um circuito fechado:

$$H_m = \text{perdas}$$

A altura manométrica da bomba é dada por:

$$H_m = \frac{\eta \dot{W}_{\text{eixo}}}{\gamma Q} = \frac{\eta \dot{W}_{\text{eixo}}}{\rho g Q}$$

As perdas são dadas por:

$$\text{perdas} = \left(\text{f}\,\frac{\text{L}}{\text{D}} + \sum K_s \right) \frac{V^2}{2g} = \left(\text{f}\,\frac{\text{L}}{\text{D}} + \sum K_s \right) \frac{16Q^2}{2g\pi^2 D^4}$$

Combinando os resultados:

$$\frac{\eta \dot{W}_{\text{eixo}}}{\rho \text{g} \text{Q}} = \left(\text{f}\,\frac{\text{L}}{\text{D}} + \sum K_s \right) \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4}$$

Resulta:

$$Q^3 = \frac{\pi^2 D^4 \eta \dot{W}_{\text{eixo}}}{8\rho \left(\text{f}\,\frac{\text{L}}{\text{D}} + \sum K_s \right)}$$

Ou seja:

$$\boxed{Q = \left[\frac{\pi^2 D^4 \eta \dot{W}_{\text{eixo}}}{8\rho \left(\text{f}\,\frac{\text{L}}{\text{D}} + \sum K_s \right)} \right]^{1/3}}$$

Substituindo os dados:

$$Q = \left[\frac{\pi^2 \times 0{,}05^4 \times 0{,}70 \times \dot{W}_{\text{eixo}}}{8 \times 700 \times \left(0{,}025 \times \frac{10}{0{,}05} + 3{,}8 \right)} \right]^{1/3} = 0{,}000957 \left(\dot{W}_{\text{eixo}} \right)^{1/3}$$

Com os dados do problema, temos como resultados:

a) 0,0206 m^3/s b) 0,0236 m^3/s c) 0,0164 m^3/s d) 0,0260 m^3/s e)0,0297 m^3/s

Valor – 2 pontos: Um avião de massa $m = 2854\,\text{kg}$ pousa em ar com $\rho = 1{,}225\,\text{kg/m}^3$. Ao tocar a pista no instante $t = 0$ com velocidade V_o o avião solta um pára-quedas para diminuir a velocidade. Nenhum freio é aplicado, de forma que a velocidade do avião diminui apenas por conta do arrasto. O pára-quedas e o avião combinados possuem um coeficiente de arrasto multiplicado pela área dado por $C_D\,A = 13{,}5\,\text{m}^2$. Qual a distância percorrida até a velocidade do avião diminuir para $V = 20\,\text{m/s}$? Dica: faça $\dfrac{dV}{dt} = \dfrac{dV}{dx}\dfrac{dx}{dt} = V\dfrac{dV}{dx}$.

Dados: a) 55 m/s b) 100 m/s c) 40 m/s d) 150 m/s e) 200 m/s

Solução

Se não há freios aplicados, a desaceleração do avião no pouso é dada só pelo arrasto. Assim:

$$m\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{2}\rho V^2 C_D A$$

Usando a dica, isso fica:

$$m\,V\frac{dV}{dx} = -\frac{1}{2}\rho V^2 C_D A$$

Isso resulta:

$$\frac{1}{V}dV = -\frac{\rho C_D A}{2m}dx$$

Integrando:

$$\ln V = -\frac{\rho C_D A}{2m}x + C$$

Como para $x = 0$ temos $V = V_o$:

$$C = \ln V_o$$

Assim:

$$\ln\frac{V}{V_o} = -\frac{\rho C_D A}{2m}x$$

Isso resulta:

$$\boxed{x = -\frac{2m}{\rho C_D A}\ln\frac{V}{V_o}}$$

Com os dados do problema:

$$x = -\frac{2 \times 2854}{1{,}225 \times 13{,}5} \ln \frac{20}{V_o} = -345{,}15 \ln \frac{20}{V_o}$$

Para os dados do problema:

a) 349 m b) 556 m c) 239 m d) 696 m e) 796 m

Valor – 2 pontos: Um avião de massa m voa em ar com $\rho = 0{,}9\,\text{kg/m}^3$ na situação de cruzeiro, usando a condição em que a relação C_L/C_D é máxima. A asa possui uma área planiforme $A_p = 30\,\text{m}^2$, uma razão de aspecto $RA = 6$ e um aerofólio com coeficiente de arrasto de asa infinita $C_{D_\infty} = 0{,}02$. Calcule a potência $\dot{W}$ consumida na condição de vôo horizontal de cruzeiro. A aceleração da gravidade é $g = 9{,}81\,\text{m/s}^2$.

Dados: a) m = 1500 kg b) m = 2000 kg c) m = 2500 kg d) m = 3000 kg e) m = 4000 kg

Solução

Na condição em que a relação C_L/C_D é máxima:

$$C_D = 2\,C_{D\infty} \quad \text{(i)}$$

$$C_L = \sqrt{\pi\, RA\; C_{D\infty}} \quad \text{(ii)}$$

Usando o coeficiente de sustentação dado por (ii), é possível calcular a velocidade de cruzeiro:

$$mg = \frac{1}{2}\rho U^2\; Ap\; C_L \;\Rightarrow\; U = \sqrt{\frac{2\,mg}{\rho\; Ap\, C_L}} \quad \text{(iii)}$$

Usando o coeficiente de arrasto calculado em (i) e a velocidade de cruzeiro calculada em (iii) é possível calcular a potência consumida em cruzeiro através de:

$$\dot{W} = F_x\,.U = \frac{1}{2}\rho U^2\; Ap\, C_D\,.U \quad \Rightarrow\; \dot{W} = \frac{1}{2}\rho U^3\; A_p\; C_D$$

Substituindo os dados numéricos:

$$C_D = 0{,}04 \qquad C_L = 0{,}614$$

$$U = \sqrt{1{,}183\,m}$$

$$\dot{W} = 0{,}54\,U^3$$

Resulta:

a) U = 42,12 m/s $\dot{W} = 40{,}37\,kW$
b) U = 48,64 m/s $\dot{W} = 62{,}15\,kW$
c) U = 54,38 m/s $\dot{W} = 86{,}85\,kW$
d) U = 59,57 m/s $\dot{W} = 114{,}17\,kW$
e) U = 68,79 m/s $\dot{W} = 175{,}78\,kW$