Planejamento de Rotas - Parte II
Regiões Não Convexas

SSC5955

Slides adaptados de Masahiro Ono - MIT

Planejamento de Rotas em Regiões Não-Convexas

Planejamento de Rotas em Regiões Não-Convexas

Planejamento de Rotas em Regiões Não-Convexas

Planejamento de Rotas em Regiões Não-Convexas

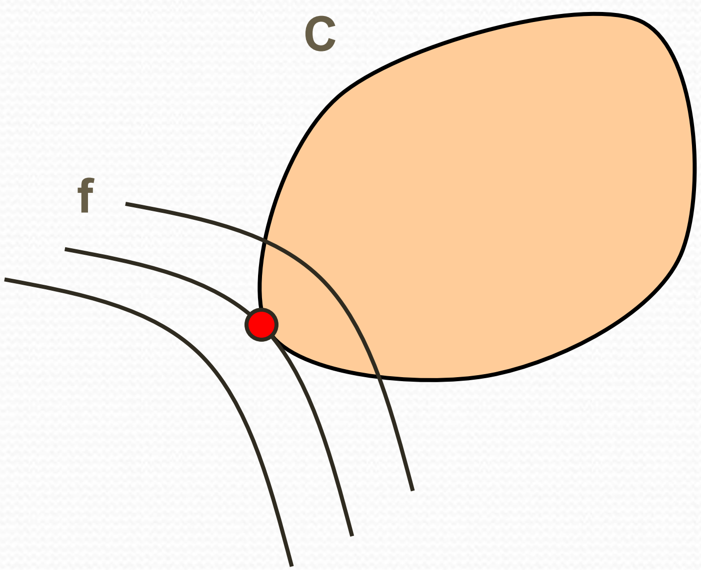
Planejamento de Rotas em Regiões Não-Convexas

Planejamento de Rotas em Regiões Não-Convexas

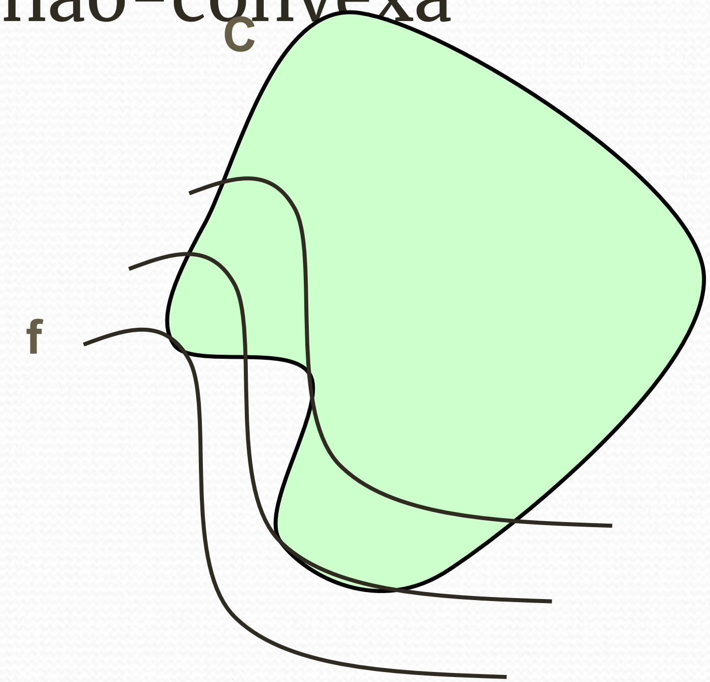
Otimização com restrições

$$\min f(x)$$
$$s.t. \quad x \in C$$

- Otimização convexa
  - f é uma função convexa
  - C é um conjunto convexo
- Otimização não-convexa



Fácil de solucionar ⇒ LP



Difícil de solucionar ⇒ MILP

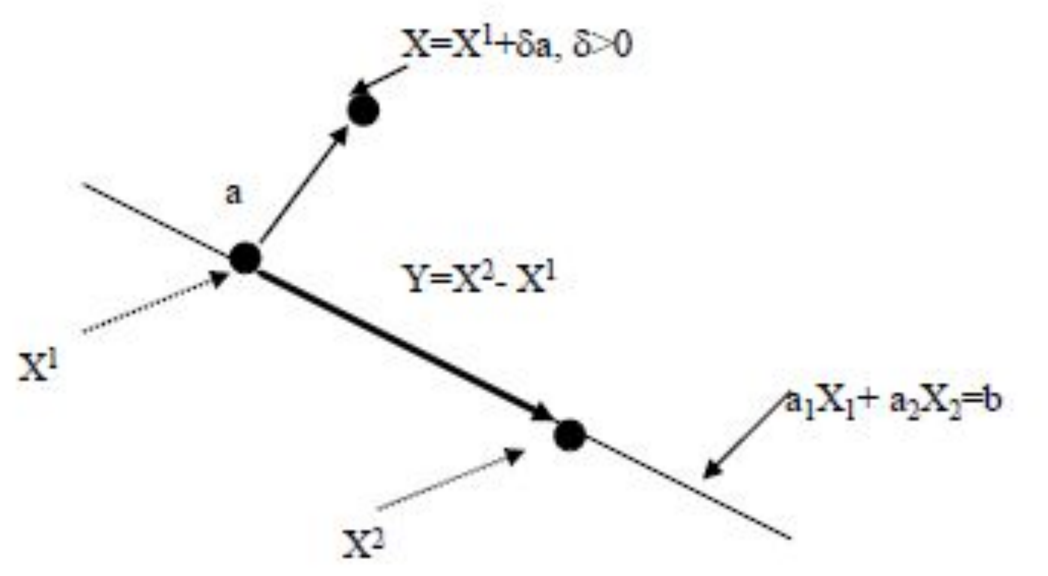
Planejamento de Rotas em Regiões Não-Convexas

- Obstáculos estabelecem uma região não convexa
- Não podem ser expressos como uma conjunção de restrições lineares

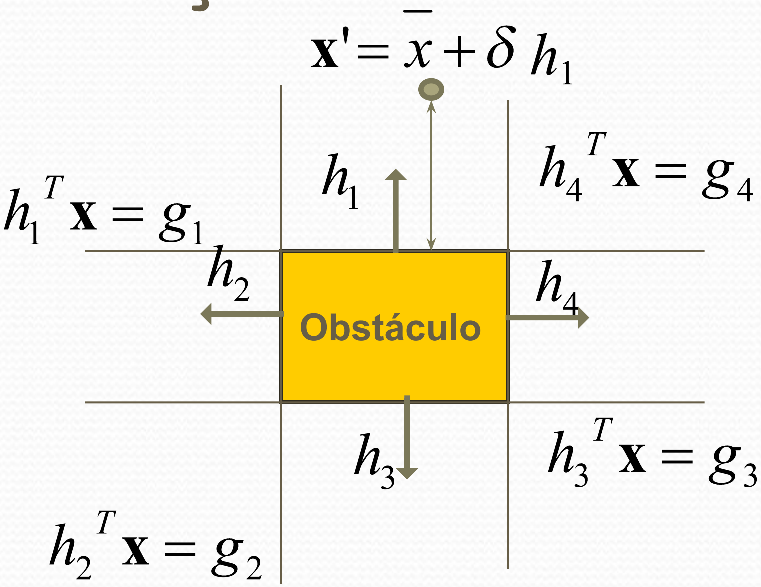
Planejamento de Rotas em Regiões Não-Convexas

Lema1: O vetor $a^T = (a1,a2)^T$ é perpendicular à reta .

Lema2: O vetor **a** aponta para o lado do plano cujos pontos satisfazem $a^Tx>b$.



Modelando Obstáculos como Disjunção de Restrições



$$\mathbf{x}' = \bar{x} + \delta\, h_1$$

$$h_1 \bar{x} = b$$

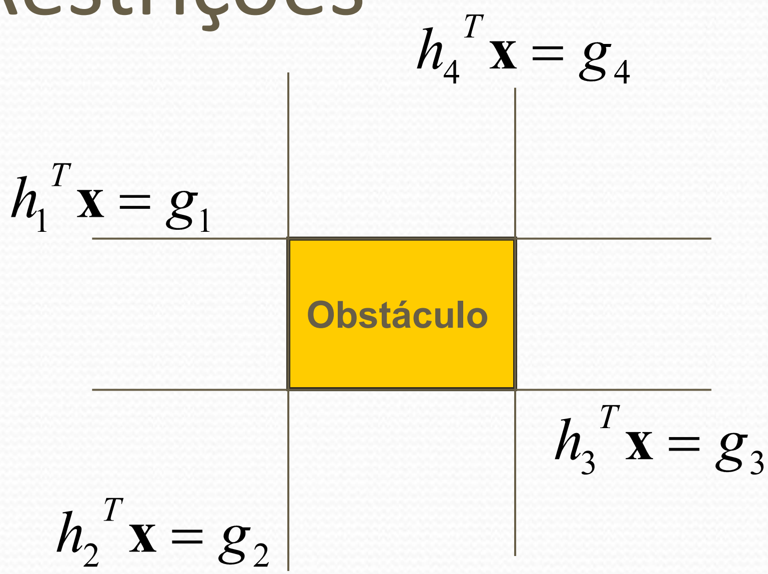
$$h_1^T x' = h_1(\bar{x} + \delta\, h_1) = h_1^T \bar{x} + \delta\, h_1^T h_1 = b + \delta \|h_1\|$$

$$h_1^T x' - b = \delta \|h_1\| \geq 0$$

$$h_1^T x' - b \geq 0$$

$$h_1^T x' \geq b$$

Modelando Obstáculos como Disjunção de Restrições



Introduzir Variáveis Binárias

Pelo menos uma restrição ativa

E

$$
\begin{aligned}
& h_1^T \mathbf{x} \geq g_1 + M(1 - z_1) \\
& \wedge\, h_2^T \mathbf{x} \geq g_2 + M(1 - z_2) \\
& \wedge\, h_3^T \mathbf{x} \geq g_3 + M(1 - z_3) \\
& \wedge\, h_4^T \mathbf{x} \geq g_4 + M(1 - z_4) \\
& z_1 + z_2 + z_3 + z_4 \geq 1 \\
& z_1, z_2, z_3, z_4 \in \{0,1\}
\end{aligned}
$$

OR

$$
\begin{aligned}
& h_1^T \mathbf{x} \geq g_1 \\
& \vee\, h_2^T \mathbf{x} \geq g_2 \\
& \vee\, h_3^T \mathbf{x} \geq g_3 \\
& \vee\, h_4^T \mathbf{x} \geq g_4
\end{aligned}
$$

M : “Big M” (constante positiva)
z_n = 0 : Restrição inativa
z_n = 1 : Restrição ativa

Modelando Obstáculos como Disjunção de Restrições

$$
\begin{aligned}
&h_1^T \mathbf{x} \geq g_1 + M(1 - z_1) \\
&h_2^T \mathbf{x} \geq g_2 + M(1 - z_2) \\
&h_3^T \mathbf{x} \geq g_3 + M(1 - z_3) \\
&h_4^T \mathbf{x} \geq g_4 + M(1 - z_4) \\
&z_1 + z_2 + z_3 + z_4 \geq 1 \\
&z_1, z_2, z_3, z_4 \in \{0,1\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&h_1^T \mathbf{x} - g_1 \geq +M(1 - z_1) \Leftrightarrow g_1 - h_1^T \mathbf{x} \leq M(z_1 - 1) \\
&g_2 - h_2^T \mathbf{x} \leq M(z_2 - 1) \\
&g_3 - h_3^T \mathbf{x} \leq M(z_3 - 1) \\
&g_4 - h_4^T \mathbf{x} \leq M(z_4 - 1) \\
&z_1 + z_2 + z_3 + z_4 \geq 1 \\
&z_1, z_2, z_3, z_4 \in \{0,1\}
\end{aligned}
$$

Modelando Obstáculos como Disjunção de Restrições

$$\min_{\mathbf{x}_{1:T},\mathbf{u}_{1:T}} C(\mathbf{x_1}\ldots\mathbf{x}_T,\mathbf{u_1}\ldots\mathbf{u}_T)$$

$$s.t.$$

$$\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_t + \mathbf{B}\mathbf{u}_t \quad (t = 0,1,\ldots T-1)$$

$$\mathbf{g}_{ri} - h_{ri}\mathbf{x}_t \leq \mathrm{M}(z_{rit} - 1) \ (t = 0,1,\ldots T)(r = 1,\ldots,R)(i \in r)$$

$$\sum_t z_{rit} \geq 1(r = 1,\ldots,R)(i \in r)$$

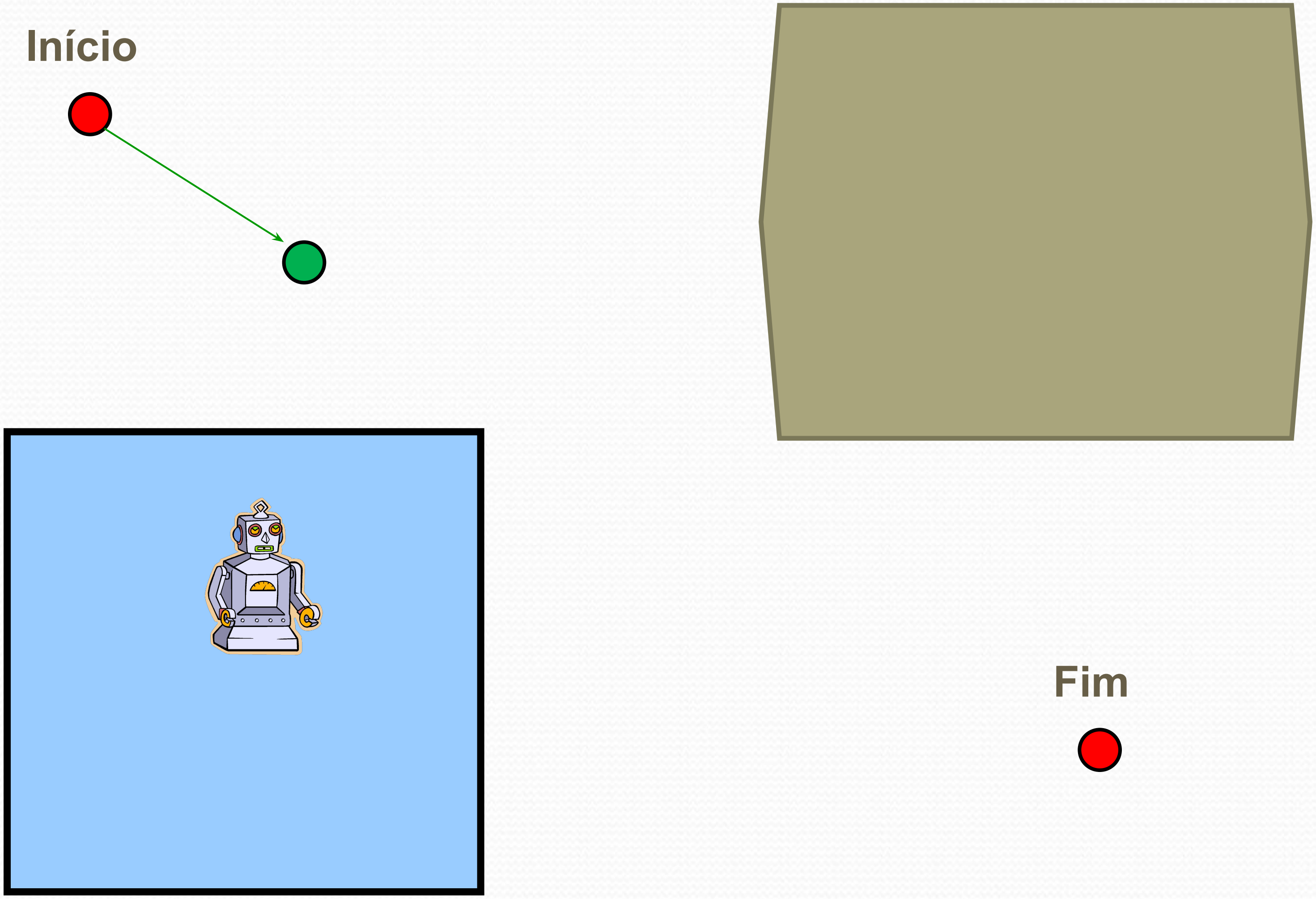
$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}_{\text{start}}$$

$$\mathbf{x}_N = \mathbf{x}_{\text{goal}}$$

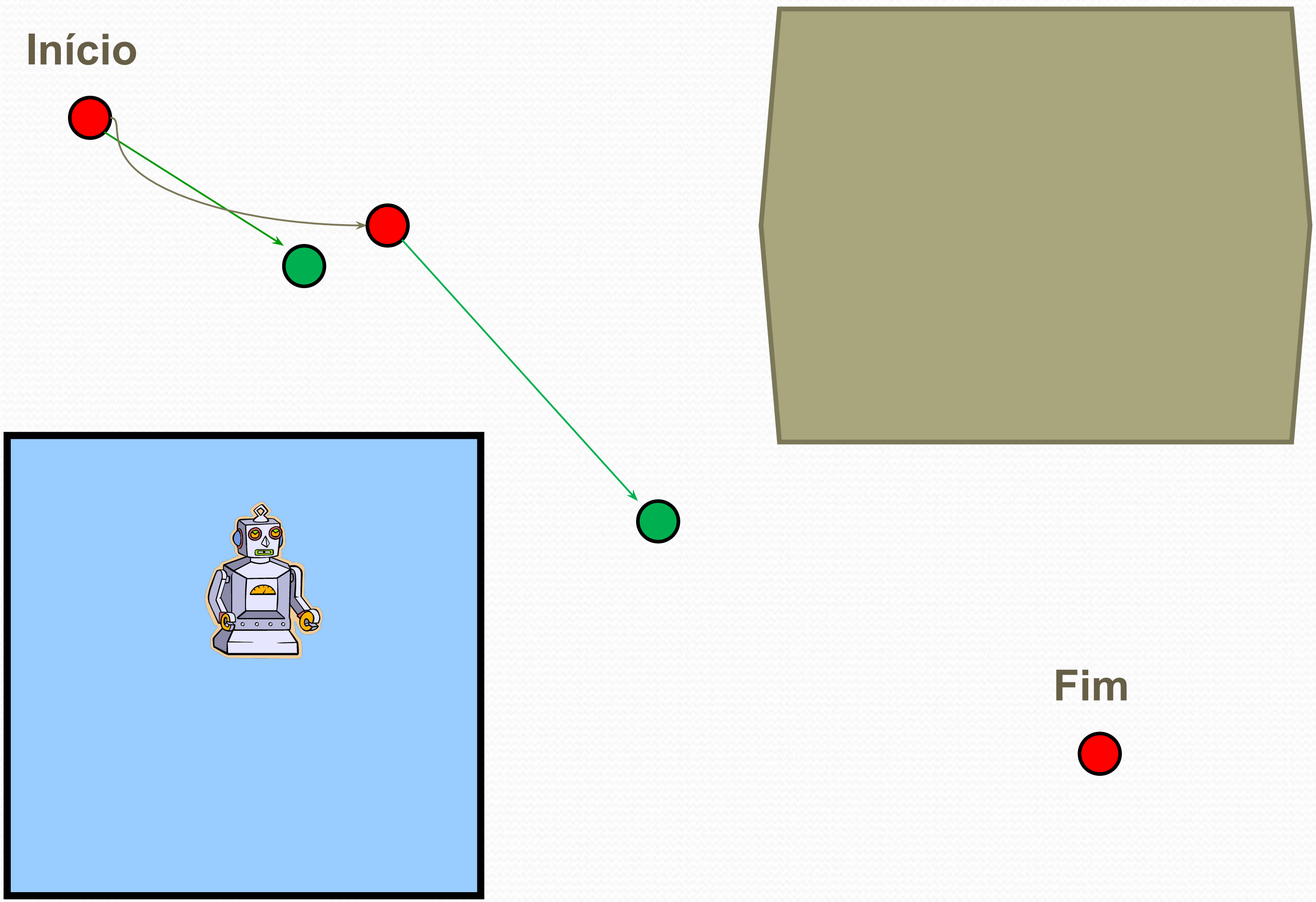
$$-\mathbf{u}_{\max} \leq \mathbf{u}_t \leq \mathbf{u}_{\max} \quad (t = 0,1,\ldots T-1)$$

$$z_{rit} \in \{0,1\}$$

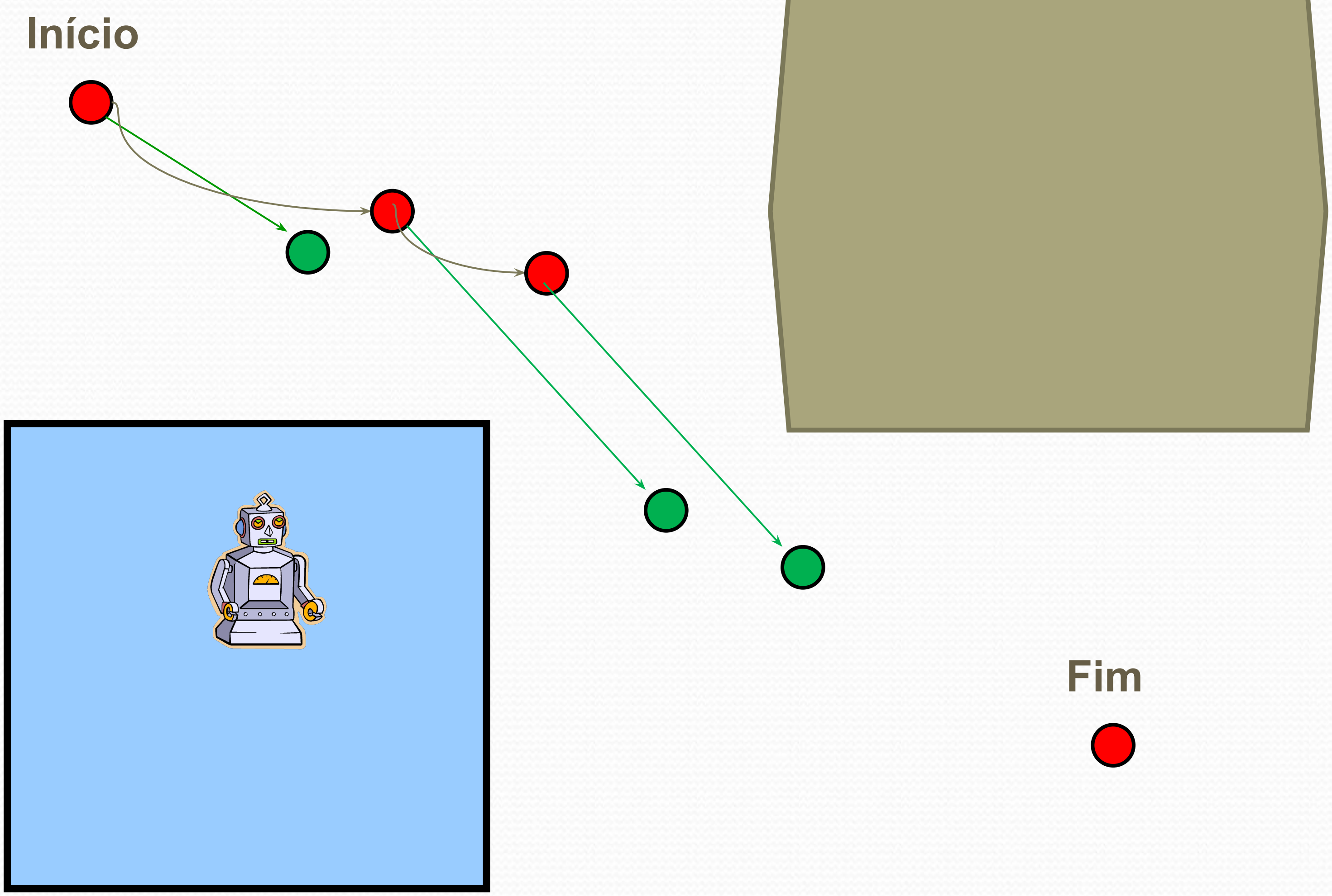
Desafio 3



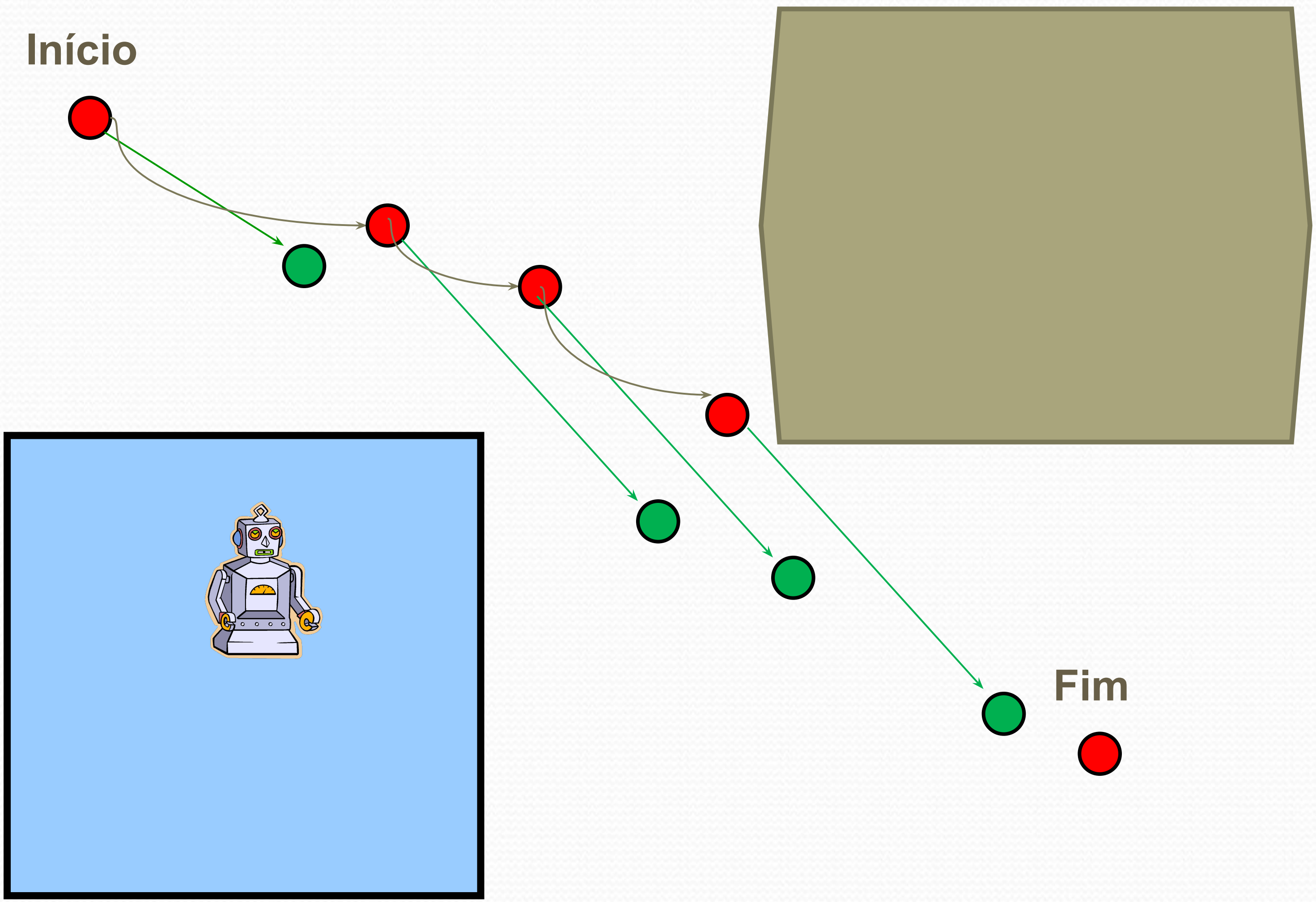
Desafio 3



Desafio 3



Desafio 3



Desafio 4