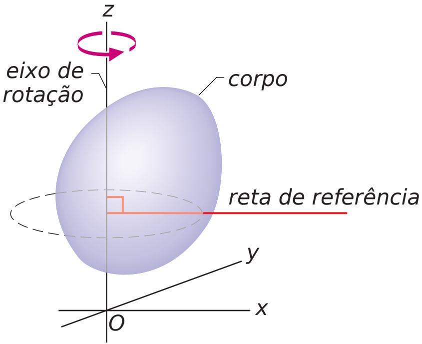
Física 1 (4310145) - Rotação

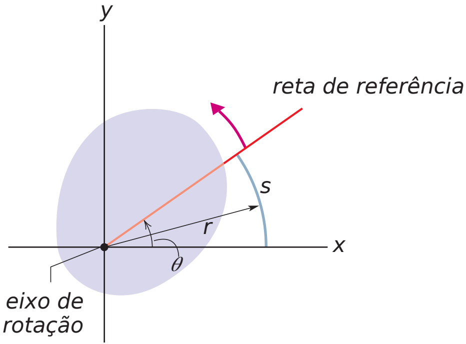
Sumário

Sumário

Sumário

- Vamos estudar a rotação de um corpo rígido em torno de um eixo fixo
- Um corpo rígido é um corpo que gira em torno de um eixo com todas as partes ligadas entre si e sem mudar de forma
- Um eixo fixo é um eixo que não muda de posição





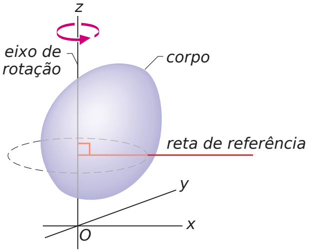
Posição angular
As variáveis da rotação

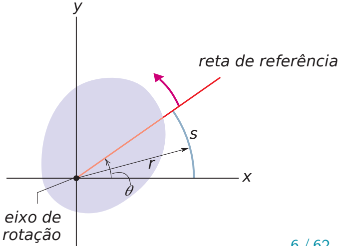
- A posição angular da reta de referência é o ângulo que a reta faz com uma direção fixa, que tomamos como a posição angular zero
- Na figura, a posição angular θ é medida em relação ao semieixo x
- A posição angular θ pode ser escrita como

Posição angular (ângulo em radianos)

$$\theta = \frac{s}{r}$$

- s é o comprimento de um arco de circunferência que vai do eixo x (posição angular zero) até a reta de referência
- r é o raio da circunferência

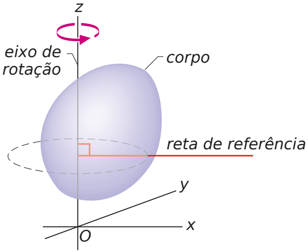


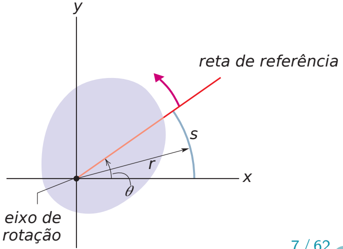


- Relação entre radianos, graus e revoluções:

$$1 \text{ rev} = 360° = 2\pi \text{ rad}$$

$$1 \text{ rad} = 57,3° = 0,159 \text{ rev}$$

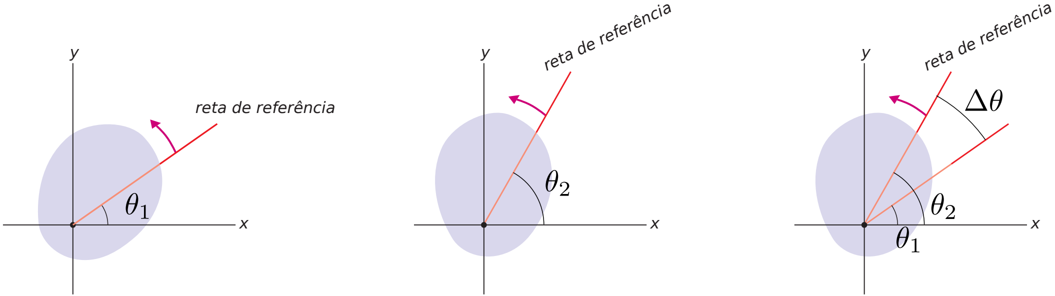




Deslocamento Angular

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

- Um deslocamento angular no sentido anti-horário é positivo
- Um deslocamento angular no sentido horário é negativo



Teste

Um disco pode girar em torno de um eixo central como se fosse um carrossel. Quais dos seguintes pares de valores para as posições inicial e final, respectivamente, correspondem a um deslocamento angular negativo:

(a) -3 rad, $+5$ rad

(b) -3 rad, -7 rad

(c) $+7$ rad, -3 rad

- Suponha que um corpo em rotação está
  - na posição angular θ_1 no instante t_1
  - na posição angular θ_2 no instante t_2
- Definimos a velocidade angular média no intervalo Δt como

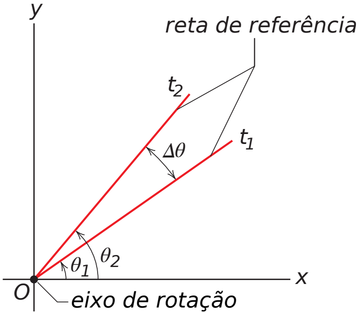
Velocidade angular média

$$\omega_{\text{med}} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

- A velocidade angular (instantânea) é dado por

velocidade angular (instantânea)

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$



Aceleração angular
As variáveis da rotação

- Suponha que um corpo em rotação está
  - com velocidade angular ω_1 no instante t_1
  - com velocidade angular ω_2 no instante t_2
- Definimos a aceleração angular média no intervalo Δt como

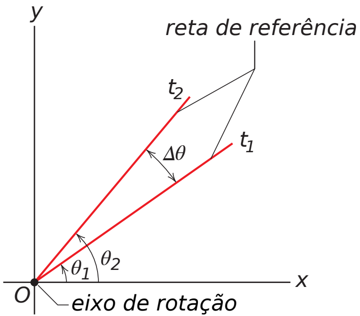
Aceleração angular média

$$\alpha_{\text{med}} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

- A aceleração angular (instantânea) é dado por

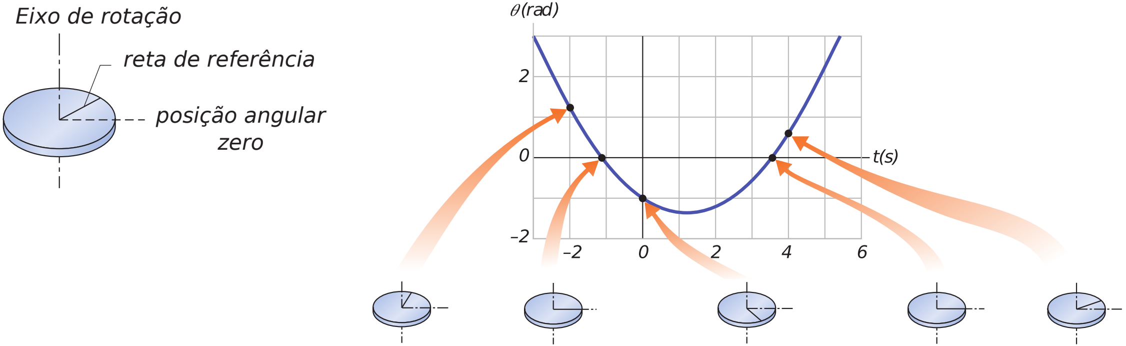
Aceleração angular (instantânea)

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$



Exemplo: Velocidade angular a partir da posição angular

Um disco está girando em torno do eixo central. A posição angular $\theta(t)$ de uma reta de referência do disco é dada por $\theta(t) = -1,00 - 0,600t + 0,250t^2$ (t em s e θ em rad). (a) Plote $\theta(t)$, de $t = -3,0$s a $t = 5,4$s. Desenhe o disco e a reta de referência em $t = -2,0$s, 0s, $4,0$s e nos instantes em que o gráfico cruza o eixo t. (b) Em que instante $t_{\text{mín}}$ o ângulo $\theta(t)$ passa pelo valor mínimo? Qual é o valor mínimo?



Exemplo: Velocidade angular a partir da posição angular

Um disco está girando em torno do eixo central. A posição angular $\theta(t)$ de uma reta de referência do disco é dada por $\theta(t) = -1,00 - 0,600t + 0,250t^2$ (t em s e θ em rad). (a) Plote $\theta(t)$, de $t = -3,0$s a $t = 5,4$s. Desenhe o disco e a reta de referência em $t = -2,0$s, 0s, $4,0$s e nos instantes em que o gráfico cruza o eixo t. (b) Em que instante $t_{\text{mín}}$ o ângulo $\theta(t)$ passa pelo valor mínimo? Qual é o valor mínimo?

- Para encontrar $t_{\text{mín}}$ podemos fazer

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = 0 \quad \Longrightarrow \quad -0,600 + 0,500t = 0 \quad \Longrightarrow \quad t = \frac{0,600}{0,500} = 1,2 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{t_{\text{mín}} = 1,2\text{s}}$$

- Agora podemos encontrar o valor mínimo

$$\boxed{\theta(t_{\text{mín}}) = -1,36 \text{ rad}}$$

Exemplo: Velocidade angular a partir da posição angular

Um disco está girando em torno do eixo central. A posição angular $\theta(t)$ de uma reta de referência do disco é dada por $\theta(t) = -1,00 - 0,600t + 0,250t^2$ (t em s e θ em rad). (c) Plote a velocidade angular ω do disco em função do tempo de $t = -3,0$s a $t = 6,0$s. Desenhe o disco e indique o sentido de rotação e o sinal de ω em $t = -2,0$s, $4,0$s e $t_{\text{mín}}$. (d) Use os resultados anteriores para descrever o movimento do disco de $t = -3,0$s a $t = 6,0$s.

- Para encontrar $\omega(t)$ fazemos

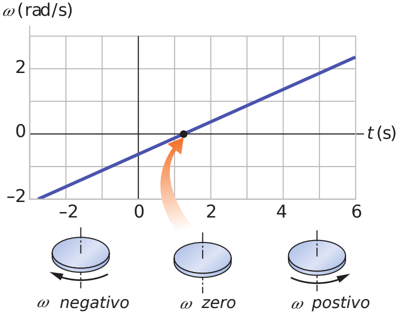
$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt}$$
$$\omega(t) = -0,600 + 0,500t$$

Exemplo: Velocidade angular a partir da posição angular

Um disco está girando em torno do eixo central. A posição angular $\theta(t)$ de uma reta de referência do disco é dada por $\theta(t) = -1,00 - 0,600t + 0,250t^2$ (t em s e θ em rad). (c) Plote a velocidade angular ω do disco em função do tempo de $t = -3,0$s a $t = 6,0$s. Desenhe o disco e indique o sentido de rotação e o sinal de ω em $t = -2,0$s, $4,0$s e $t_{\text{mín}}$. (d) Use os resultados anteriores para descrever o movimento do disco de $t = -3,0$s a $t = 6,0$s.

- Para encontrar $\omega(t)$ fazemos

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt}$$
$$\omega(t) = -0,600 + 0,500t$$



Exemplo: Velocidade angular a partir da aceleração angular

Um pião gira com aceleração angular $\alpha = 5t^3 - 4t$ em que t está em segundos e α está em rad/s^2. No instante $t = 0$, a velocidade angular do pião é 5 rad/s e uma reta de referência traçada no pião está na posição angular $\theta = 2$ rad. (a) Obtenha uma expressão para a velocidade angular do pião. (b) Obtenha uma expressão para a posição angular do pisão.

(a)

$$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} \quad \Longrightarrow \quad \alpha(t)\ dt = d\omega \quad \Longrightarrow \quad \int \alpha(t)\ dt = \int d\omega$$

$$\omega(t_f) - \omega(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} \alpha(t)\ dt \quad \Longrightarrow \quad \omega(t_f) - \omega(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} (5t^3 - 4t)\ dt$$

$$\omega(t_f) - \omega(t_i) = \left(\frac{5}{4}t^4 - \frac{4}{2}t^2\right)\Bigg|_{t_i}^{t_f} \quad \Longrightarrow \quad \omega(t_f) - \omega(t_i) = \frac{5}{4}(t_f^4 - t_i^4) - \frac{4}{2}(t_f^2 - t_i^2)$$

- Em $t = 0$ sabemos que $\omega(0) = 5$ rad/s. Assim

$$\boxed{\omega(t) = \frac{5}{4}t^4 - 2t^2 + 5}$$

Exemplo: Velocidade angular a partir da aceleração angular

Um pião gira com aceleração angular $\alpha = 5t^3 - 4t$ em que t está em segundos e α está em rad/s^2. No instante $t = 0$, a velocidade angular do pião é 5 rad/s e uma reta de referência traçada no pião está na posição angular $\theta = 2$ rad. (a) Obtenha uma expressão para a velocidade angular do pião. (b) Obtenha uma expressão para a posição angular do pisão.

(a)

$$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} \quad \Longrightarrow \quad \alpha(t)\ dt = d\omega \quad \Longrightarrow \quad \int \alpha(t)\ dt = \int d\omega$$

$$\omega(t_f) - \omega(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} \alpha(t)\ dt \quad \Longrightarrow \quad \omega(t_f) - \omega(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} (5t^3 - 4t)\ dt$$

$$\omega(t_f) - \omega(t_i) = \left(\frac{5}{4}t^4 - \frac{4}{2}t^2\right)\Bigg|_{t_i}^{t_f} \quad \Longrightarrow \quad \omega(t_f) - \omega(t_i) = \frac{5}{4}(t_f^4 - t_i^4) - \frac{4}{2}(t_f^2 - t_i^2)$$

- Em $t = 0$ sabemos que $\omega(0) = 5$ rad/s. Assim

$$\boxed{\omega(t) = \frac{5}{4}t^4 - 2t^2 + 5}$$

Exemplo: Velocidade angular a partir da aceleração angular

Um pião gira com aceleração angular $\alpha = 5t^3 - 4t$ em que t está em segundos e α está em rad/s^2. No instante $t = 0$, a velocidade angular do pião é 5 rad/s e uma reta de referência traçada no pião está na posição angular $\theta = 2$ rad. (a) Obtenha uma expressão para a velocidade angular do pião. (b) Obtenha uma expressão para a posição angular do pisão.

(a)

$$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} \quad \Longrightarrow \quad \alpha(t)\ dt = d\omega \quad \Longrightarrow \quad \int \alpha(t)\ dt = \int d\omega$$

$$\omega(t_f) - \omega(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} \alpha(t)\ dt \quad \Longrightarrow \quad \omega(t_f) - \omega(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} (5t^3 - 4t)\ dt$$

$$\omega(t_f) - \omega(t_i) = \left(\frac{5}{4}t^4 - \frac{4}{2}t^2\right)\Bigg|_{t_i}^{t_f} \quad \Longrightarrow \quad \omega(t_f) - \omega(t_i) = \frac{5}{4}(t_f^4 - t_i^4) - \frac{4}{2}(t_f^2 - t_i^2)$$

- Em $t = 0$ sabemos que $\omega(0) = 5$ rad/s. Assim

$$\boxed{\omega(t) = \frac{5}{4}t^4 - 2t^2 + 5}$$

Exemplo: Velocidade angular a partir da aceleração angular

Um pião gira com aceleração angular $\alpha = 5t^3 - 4t$ em que t está em segundos e α está em rad/s^2. No instante $t = 0$, a velocidade angular do pião é 5 rad/s e uma reta de referência traçada no pião está na posição angular $\theta = 2$ rad. (a) Obtenha uma expressão para a velocidade angular do pião. (b) Obtenha uma expressão para a posição angular do pisão.

(a)

$$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} \quad \Longrightarrow \quad \alpha(t)\,dt = d\omega \quad \Longrightarrow \quad \int \alpha(t)\,dt = \int d\omega$$

$$\omega(t_f) - \omega(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} \alpha(t)\,dt \quad \Longrightarrow \quad \omega(t_f) - \omega(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} (5t^3 - 4t)\,dt$$

$$\omega(t_f) - \omega(t_i) = \left(\frac{5}{4}t^4 - \frac{4}{2}t^2\right)\Big|_{t_i}^{t_f} \quad \Longrightarrow \quad \omega(t_f) - \omega(t_i) = \frac{5}{4}(t_f^4 - t_i^4) - \frac{4}{2}(t_f^2 - t_i^2)$$

- Em $t = 0$ sabemos que $\omega(0) = 5$ rad/s. Assim

$$\boxed{\omega(t) = \frac{5}{4}t^4 - 2t^2 + 5}$$

Exemplo: Velocidade angular a partir da aceleração angular

Um pião gira com aceleração angular $\alpha = 5t^3 - 4t$ em que t está em segundos e α está em rad/s^2. No instante $t = 0$, a velocidade angular do pião é 5 rad/s e uma reta de referência traçada no pião está na posição angular $\theta = 2$ rad. (a) Obtenha uma expressão para a velocidade angular do pião. (b) Obtenha uma expressão para a posição angular do pisão.

(a)

$$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} \quad \Longrightarrow \quad \alpha(t)\, dt = d\omega \quad \Longrightarrow \quad \int \alpha(t)\, dt = \int d\omega$$

$$\omega(t_f) - \omega(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} \alpha(t)\, dt \quad \Longrightarrow \quad \omega(t_f) - \omega(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} (5t^3 - 4t)\, dt$$

$$\omega(t_f) - \omega(t_i) = \left(\frac{5}{4}t^4 - \frac{4}{2}t^2\right)\Big|_{t_i}^{t_f} \quad \Longrightarrow \quad \omega(t_f) - \omega(t_i) = \frac{5}{4}(t_f^4 - t_i^4) - \frac{4}{2}(t_f^2 - t_i^2)$$

- Em $t = 0$ sabemos que $\omega(0) = 5$ rad/s. Assim

$$\boxed{\omega(t) = \frac{5}{4}t^4 - 2t^2 + 5}$$

Exemplo: Velocidade angular a partir da aceleração angular

Um pião gira com aceleração angular $\alpha = 5t^3 - 4t$ em que t está em segundos e α está em rad/s^2. No instante $t = 0$, a velocidade angular do pião é 5 rad/s e uma reta de referência traçada no pião está na posição angular $\theta = 2$ rad. (a) Obtenha uma expressão para a velocidade angular do pião. (b) Obtenha uma expressão para a posição angular do pisão.

(a)

$$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} \quad \Longrightarrow \quad \alpha(t)\, dt = d\omega \quad \Longrightarrow \quad \int \alpha(t)\, dt = \int d\omega$$

$$\omega(t_f) - \omega(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} \alpha(t)\, dt \quad \Longrightarrow \quad \omega(t_f) - \omega(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} (5t^3 - 4t)\, dt$$

$$\omega(t_f) - \omega(t_i) = \left(\frac{5}{4}t^4 - \frac{4}{2}t^2\right)\Bigg|_{t_i}^{t_f} \quad \Longrightarrow \quad \omega(t_f) - \omega(t_i) = \frac{5}{4}(t_f^4 - t_i^4) - \frac{4}{2}(t_f^2 - t_i^2)$$

- Em $t = 0$ sabemos que $\omega(0) = 5$ rad/s. Assim

$$\boxed{\omega(t) = \frac{5}{4}t^4 - 2t^2 + 5}$$

Exemplo: Velocidade angular a partir da aceleração angular

Um pião gira com aceleração angular $\alpha = 5t^3 - 4t$ em que t está em segundos e α está em rad/s^2. No instante $t = 0$, a velocidade angular do pião é 5 rad/s e uma reta de referência traçada no pião está na posição angular $\theta = 2$ rad. (a) Obtenha uma expressão para a velocidade angular do pião. (b) Obtenha uma expressão para a posição angular do pisão.

(a)

$$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} \quad \Longrightarrow \quad \alpha(t)\ dt = d\omega \quad \Longrightarrow \quad \int \alpha(t)\ dt = \int d\omega$$

$$\omega(t_f) - \omega(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} \alpha(t)\ dt \quad \Longrightarrow \quad \omega(t_f) - \omega(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} (5t^3 - 4t)\ dt$$

$$\omega(t_f) - \omega(t_i) = \left(\frac{5}{4}t^4 - \frac{4}{2}t^2\right)\Bigg|_{t_i}^{t_f} \quad \Longrightarrow \quad \omega(t_f) - \omega(t_i) = \frac{5}{4}(t_f^4 - t_i^4) - \frac{4}{2}(t_f^2 - t_i^2)$$

- Em $t = 0$ sabemos que $\omega(0) = 5$ rad/s. Assim

$$\boxed{\omega(t) = \frac{5}{4}t^4 - 2t^2 + 5}$$

Exemplo: Velocidade angular a partir da aceleração angular

Um pião gira com aceleração angular $\alpha = 5t^3 - 4t$ em que t está em segundos e α está em rad/s^2. No instante $t = 0$, a velocidade angular do pião é 5 rad/s e uma reta de referência traçada no pião está na posição angular $\theta = 2$ rad. (a) Obtenha uma expressão para a velocidade angular do pião. (b) Obtenha uma expressão para a posição angular do pisão.

(a)

$$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} \quad \Longrightarrow \quad \alpha(t)\, dt = d\omega \quad \Longrightarrow \quad \int \alpha(t)\, dt = \int d\omega$$

$$\omega(t_f) - \omega(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} \alpha(t)\, dt \quad \Longrightarrow \quad \omega(t_f) - \omega(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} (5t^3 - 4t)\, dt$$

$$\omega(t_f) - \omega(t_i) = \left(\frac{5}{4}t^4 - \frac{4}{2}t^2\right)\Bigg|_{t_i}^{t_f} \quad \Longrightarrow \quad \omega(t_f) - \omega(t_i) = \frac{5}{4}(t_f^4 - t_i^4) - \frac{4}{2}(t_f^2 - t_i^2)$$

- Em $t = 0$ sabemos que $\omega(0) = 5$ rad/s. Assim

$$\boxed{\omega(t) = \frac{5}{4}t^4 - 2t^2 + 5}$$

Exemplo: Velocidade angular a partir da aceleração angular

Um pião gira com aceleração angular $\alpha = 5t^3 - 4t$ em que t está em segundos e α está em rad/s^2. No instante $t = 0$, a velocidade angular do pião é 5 rad/s e uma reta de referência traçada no pião está na posição angular $\theta = 2$ rad. (a) Obtenha uma expressão para a velocidade angular do pião. (b) Obtenha uma expressão para a posição angular do pisão.

(a)

$$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} \quad \Longrightarrow \quad \alpha(t)\, dt = d\omega \quad \Longrightarrow \quad \int \alpha(t)\, dt = \int d\omega$$

$$\omega(t_f) - \omega(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} \alpha(t)\, dt \quad \Longrightarrow \quad \omega(t_f) - \omega(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} (5t^3 - 4t)\, dt$$

$$\omega(t_f) - \omega(t_i) = \left(\frac{5}{4}t^4 - \frac{4}{2}t^2\right)\Big|_{t_i}^{t_f} \quad \Longrightarrow \quad \omega(t_f) - \omega(t_i) = \frac{5}{4}(t_f^4 - t_i^4) - \frac{4}{2}(t_f^2 - t_i^2)$$

- Em $t = 0$ sabemos que $\omega(0) = 5$ rad/s. Assim

$$\boxed{\omega(t) = \frac{5}{4}t^4 - 2t^2 + 5}$$

Exemplo: Velocidade angular a partir da aceleração angular

Um pião gira com aceleração angular $\alpha = 5t^3 - 4t$ em que t está em segundos e α está em rad/s^2. No instante $t = 0$, a velocidade angular do pião é 5 rad/s e uma reta de referência traçada no pião está na posição angular $\theta = 2$ rad. (a) Obtenha uma expressão para a velocidade angular do pião. (b) Obtenha uma expressão para a posição angular do pisão.

(a)

$$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} \quad \Longrightarrow \quad \alpha(t)\, dt = d\omega \quad \Longrightarrow \quad \int \alpha(t)\, dt = \int d\omega$$

$$\omega(t_f) - \omega(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} \alpha(t)\, dt \quad \Longrightarrow \quad \omega(t_f) - \omega(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} (5t^3 - 4t)\, dt$$

$$\omega(t_f) - \omega(t_i) = \left(\frac{5}{4}t^4 - \frac{4}{2}t^2\right)\Bigg|_{t_i}^{t_f} \quad \Longrightarrow \quad \omega(t_f) - \omega(t_i) = \frac{5}{4}(t_f^4 - t_i^4) - \frac{4}{2}(t_f^2 - t_i^2)$$

- Em $t = 0$ sabemos que $\omega(0) = 5$ rad/s. Assim

$$\boxed{\omega(t) = \frac{5}{4}t^4 - 2t^2 + 5}$$

Exemplo: Velocidade angular a partir da aceleração angular

Um pião gira com aceleração angular $\alpha = 5t^3 - 4t$ em que t está em segundos e α está em rad/s^2. No instante $t = 0$, a velocidade angular do pião é 5 rad/s e uma reta de referência traçada no pião está na posição angular $\theta = 2$ rad. (a) Obtenha uma expressão para a velocidade angular do pião. (b) Obtenha uma expressão para a posição angular do pisão.

(b)

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} \implies \omega(t)\,dt = d\theta \implies \int \omega(t)\,dt = \int d\theta$$

$$\theta(t_f) - \theta(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} \omega(t)\,dt \implies \theta(t_f) - \theta(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} (\frac{5}{4}t^4 - 2t^2 + 5)\,dt$$

$$\theta(t_f) - \theta(t_i) = (\frac{5}{20}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t)\Big|_{t_i}^{t_f} \implies \theta(t_f) - \theta(t_i) = \frac{1}{4}(t_f^5 - t_i^5) - \frac{2}{3}(t_f^3 - t_i^3) + 5(t_f - t_i)$$

- Em $t = 0$ sabemos que $\theta(0) = 2$ rad. Assim

$$\boxed{\theta(t) = \frac{1}{4}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t - 2}$$

Exemplo: Velocidade angular a partir da aceleração angular

Um pião gira com aceleração angular $\alpha = 5t^3 - 4t$ em que t está em segundos e α está em rad/s^2. No instante $t = 0$, a velocidade angular do pião é 5 rad/s e uma reta de referência traçada no pião está na posição angular $\theta = 2$ rad. (a) Obtenha uma expressão para a velocidade angular do pião. (b) Obtenha uma expressão para a posição angular do pisão.

(b)

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} \implies \omega(t)\,dt = d\theta \implies \int \omega(t)\,dt = \int d\theta$$

$$\theta(t_f) - \theta(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} \omega(t)\,dt \implies \theta(t_f) - \theta(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} (\frac{5}{4}t^4 - 2t^2 + 5)\,dt$$

$$\theta(t_f) - \theta(t_i) = (\frac{5}{20}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t)\Big|_{t_i}^{t_f} \implies \theta(t_f) - \theta(t_i) = \frac{1}{4}(t_f^5 - t_i^5) - \frac{2}{3}(t_f^3 - t_i^3) + 5(t_f - t_i)$$

- Em $t = 0$ sabemos que $\theta(0) = 2$ rad. Assim

$$\boxed{\theta(t) = \frac{1}{4}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t - 2}$$

Exemplo: Velocidade angular a partir da aceleração angular

Um pião gira com aceleração angular $\alpha = 5t^3 - 4t$ em que t está em segundos e α está em rad/s^2. No instante $t = 0$, a velocidade angular do pião é 5 rad/s e uma reta de referência traçada no pião está na posição angular $\theta = 2$ rad. (a) Obtenha uma expressão para a velocidade angular do pião. (b) Obtenha uma expressão para a posição angular do pisão.

(b)

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} \quad \Longrightarrow \quad \omega(t)\ dt = d\theta \quad \Longrightarrow \quad \int \omega(t)\ dt = \int d\theta$$

$$\theta(t_f) - \theta(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} \omega(t)\ dt \quad \Longrightarrow \quad \theta(t_f) - \theta(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} (\frac{5}{4}t^4 - 2t^2 + 5)\ dt$$

$$\theta(t_f) - \theta(t_i) = (\frac{5}{20}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t)\Big|_{t_i}^{t_f} \quad \Longrightarrow \quad \theta(t_f) - \theta(t_i) = \frac{1}{4}(t_f^5 - t_i^5) - \frac{2}{3}(t_f^3 - t_i^3) + 5(t_f - t_i)$$

- Em $t = 0$ sabemos que $\theta(0) = 2$ rad. Assim

$$\boxed{\theta(t) = \frac{1}{4}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t - 2}$$

Exemplo: Velocidade angular a partir da aceleração angular

Um pião gira com aceleração angular $\alpha = 5t^3 - 4t$ em que t está em segundos e α está em rad/s^2. No instante $t = 0$, a velocidade angular do pião é 5 rad/s e uma reta de referência traçada no pião está na posição angular $\theta = 2$ rad. (a) Obtenha uma expressão para a velocidade angular do pião. (b) Obtenha uma expressão para a posição angular do pisão.

(b)

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} \implies \omega(t)\ dt = d\theta \implies \int \omega(t)\ dt = \int d\theta$$

$$\theta(t_f) - \theta(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} \omega(t)\ dt \implies \theta(t_f) - \theta(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} (\frac{5}{4}t^4 - 2t^2 + 5)\ dt$$

$$\theta(t_f) - \theta(t_i) = (\frac{5}{20}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t)\Big|_{t_i}^{t_f} \implies \theta(t_f) - \theta(t_i) = \frac{1}{4}(t_f^5 - t_i^5) - \frac{2}{3}(t_f^3 - t_i^3) + 5(t_f - t_i)$$

- Em $t = 0$ sabemos que $\theta(0) = 2$ rad. Assim

$$\boxed{\theta(t) = \frac{1}{4}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t - 2}$$

Exemplo: Velocidade angular a partir da aceleração angular

Um pião gira com aceleração angular $\alpha = 5t^3 - 4t$ em que t está em segundos e α está em rad/s^2. No instante $t = 0$, a velocidade angular do pião é 5 rad/s e uma reta de referência traçada no pião está na posição angular $\theta = 2$ rad. (a) Obtenha uma expressão para a velocidade angular do pião. (b) Obtenha uma expressão para a posição angular do pisão.

(b)

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} \implies \omega(t)\ dt = d\theta \implies \int \omega(t)\ dt = \int d\theta$$

$$\theta(t_f) - \theta(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} \omega(t)\ dt \implies \theta(t_f) - \theta(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} (\frac{5}{4}t^4 - 2t^2 + 5)\ dt$$

$$\theta(t_f) - \theta(t_i) = (\frac{5}{20}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t)\Big|_{t_i}^{t_f} \implies \theta(t_f) - \theta(t_i) = \frac{1}{4}(t_f^5 - t_i^5) - \frac{2}{3}(t_f^3 - t_i^3) + 5(t_f - t_i)$$

- Em $t = 0$ sabemos que $\theta(0) = 2$ rad. Assim

$$\boxed{\theta(t) = \frac{1}{4}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t - 2}$$

Exemplo: Velocidade angular a partir da aceleração angular

Um pião gira com aceleração angular $\alpha = 5t^3 - 4t$ em que t está em segundos e α está em rad/s^2. No instante $t = 0$, a velocidade angular do pião é 5 rad/s e uma reta de referência traçada no pião está na posição angular $\theta = 2$ rad. (a) Obtenha uma expressão para a velocidade angular do pião. (b) Obtenha uma expressão para a posição angular do pisão.

(b)

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} \quad \Longrightarrow \quad \omega(t)\ dt = d\theta \quad \Longrightarrow \quad \int \omega(t)\ dt = \int d\theta$$

$$\theta(t_f) - \theta(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} \omega(t)\ dt \quad \Longrightarrow \quad \theta(t_f) - \theta(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} (\frac{5}{4}t^4 - 2t^2 + 5)\ dt$$

$$\theta(t_f) - \theta(t_i) = (\frac{5}{20}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t)\Big|_{t_i}^{t_f} \quad \Longrightarrow \quad \theta(t_f) - \theta(t_i) = \frac{1}{4}(t_f^5 - t_i^5) - \frac{2}{3}(t_f^3 - t_i^3) + 5(t_f - t_i)$$

- Em $t = 0$ sabemos que $\theta(0) = 2$ rad. Assim

$$\boxed{\theta(t) = \frac{1}{4}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t - 2}$$

Exemplo: Velocidade angular a partir da aceleração angular

Um pião gira com aceleração angular $\alpha = 5t^3 - 4t$ em que t está em segundos e α está em rad/s^2. No instante $t = 0$, a velocidade angular do pião é 5 rad/s e uma reta de referência traçada no pião está na posição angular $\theta = 2$ rad. (a) Obtenha uma expressão para a velocidade angular do pião. (b) Obtenha uma expressão para a posição angular do pisão.

(b)

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} \quad \Longrightarrow \quad \omega(t)\ dt = d\theta \quad \Longrightarrow \quad \int \omega(t)\ dt = \int d\theta$$

$$\theta(t_f) - \theta(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} \omega(t)\ dt \quad \Longrightarrow \quad \theta(t_f) - \theta(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} (\frac{5}{4}t^4 - 2t^2 + 5)\ dt$$

$$\theta(t_f) - \theta(t_i) = (\frac{5}{20}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t)\Big|_{t_i}^{t_f} \quad \Longrightarrow \quad \theta(t_f) - \theta(t_i) = \frac{1}{4}(t_f^5 - t_i^5) - \frac{2}{3}(t_f^3 - t_i^3) + 5(t_f - t_i)$$

- Em $t = 0$ sabemos que $\theta(0) = 2$ rad. Assim

$$\boxed{\theta(t) = \frac{1}{4}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t - 2}$$

Exemplo: Velocidade angular a partir da aceleração angular

Um pião gira com aceleração angular $\alpha = 5t^3 - 4t$ em que t está em segundos e α está em rad/s^2. No instante $t = 0$, a velocidade angular do pião é 5 rad/s e uma reta de referência traçada no pião está na posição angular $\theta = 2$ rad. (a) Obtenha uma expressão para a velocidade angular do pião. (b) Obtenha uma expressão para a posição angular do pisão.

(b)

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} \implies \omega(t)\ dt = d\theta \implies \int \omega(t)\ dt = \int d\theta$$

$$\theta(t_f) - \theta(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} \omega(t)\ dt \implies \theta(t_f) - \theta(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} (\frac{5}{4}t^4 - 2t^2 + 5)\ dt$$

$$\theta(t_f) - \theta(t_i) = (\frac{5}{20}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t)\Big|_{t_i}^{t_f} \implies \theta(t_f) - \theta(t_i) = \frac{1}{4}(t_f^5 - t_i^5) - \frac{2}{3}(t_f^3 - t_i^3) + 5(t_f - t_i)$$

- Em $t = 0$ sabemos que $\theta(0) = 2$ rad. Assim

$$\boxed{\theta(t) = \frac{1}{4}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t - 2}$$

Exemplo: Velocidade angular a partir da aceleração angular

Um pião gira com aceleração angular $\alpha = 5t^3 - 4t$ em que t está em segundos e α está em rad/s^2. No instante $t = 0$, a velocidade angular do pião é 5 rad/s e uma reta de referência traçada no pião está na posição angular $\theta = 2$ rad. (a) Obtenha uma expressão para a velocidade angular do pião. (b) Obtenha uma expressão para a posição angular do pisão.

(b)

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} \implies \omega(t)\,dt = d\theta \implies \int \omega(t)\,dt = \int d\theta$$

$$\theta(t_f) - \theta(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} \omega(t)\,dt \implies \theta(t_f) - \theta(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} (\frac{5}{4}t^4 - 2t^2 + 5)\,dt$$

$$\theta(t_f) - \theta(t_i) = (\frac{5}{20}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t)\Big|_{t_i}^{t_f} \implies \theta(t_f) - \theta(t_i) = \frac{1}{4}(t_f^5 - t_i^5) - \frac{2}{3}(t_f^3 - t_i^3) + 5(t_f - t_i)$$

- Em $t = 0$ sabemos que $\theta(0) = 2$ rad. Assim

$$\boxed{\theta(t) = \frac{1}{4}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t - 2}$$

Exemplo: Velocidade angular a partir da aceleração angular

Um pião gira com aceleração angular $\alpha = 5t^3 - 4t$ em que t está em segundos e α está em rad/s^2. No instante $t = 0$, a velocidade angular do pião é 5 rad/s e uma reta de referência traçada no pião está na posição angular $\theta = 2$ rad. (a) Obtenha uma expressão para a velocidade angular do pião. (b) Obtenha uma expressão para a posição angular do pisão.

(b)

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} \quad \Longrightarrow \quad \omega(t)\ dt = d\theta \quad \Longrightarrow \quad \int \omega(t)\ dt = \int d\theta$$

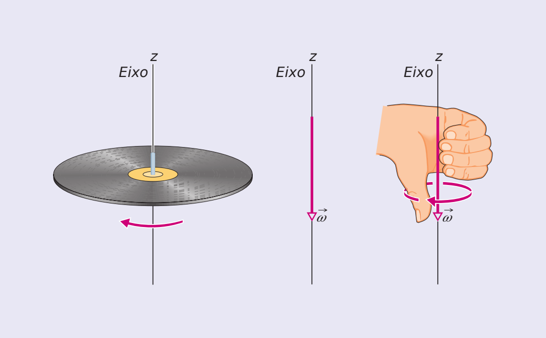
$$\theta(t_f) - \theta(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} \omega(t)\ dt \quad \Longrightarrow \quad \theta(t_f) - \theta(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} (\frac{5}{4}t^4 - 2t^2 + 5)\ dt$$

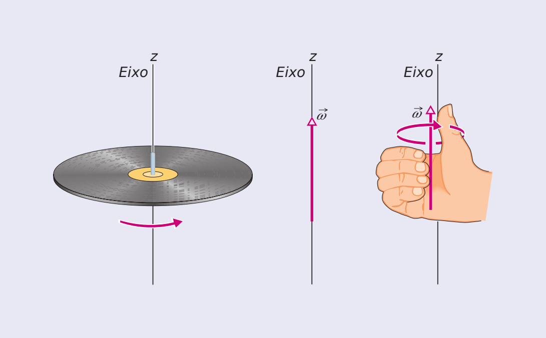
$$\theta(t_f) - \theta(t_i) = (\frac{5}{20}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t)\Big|_{t_i}^{t_f} \quad \Longrightarrow \quad \theta(t_f) - \theta(t_i) = \frac{1}{4}(t_f^5 - t_i^5) - \frac{2}{3}(t_f^3 - t_i^3) + 5(t_f - t_i)$$

- Em $t = 0$ sabemos que $\theta(0) = 2$ rad. Assim

$$\boxed{\theta(t) = \frac{1}{4}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t - 2}$$

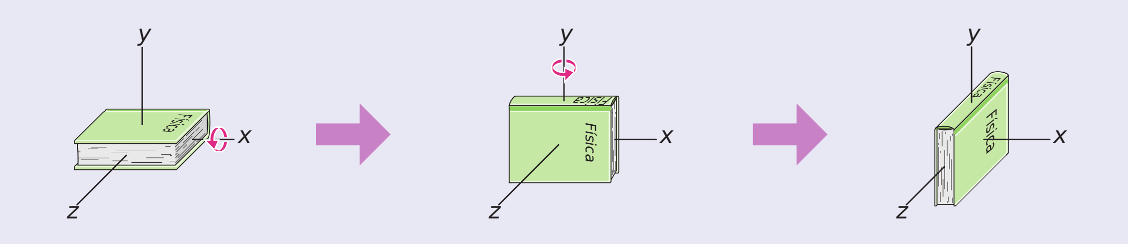
Grandezas angulares são vetores?

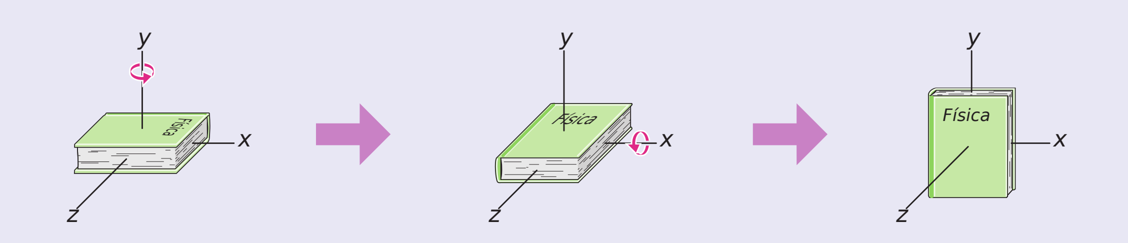




Grandezas angulares são vetores?

Deslocamento angulares não podem ser tratados como vetores





Sumário

Rotação com aceleração angular constante

- Quando estudamos cinemática, vimos que podemos obter muitas relações para o estudo de movimentos com aceleração constante.
- O mesmo ocorre para o caso de rotações

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \tag{1}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{2}$$

Se a aceleração angular é constante, temos

$$d\omega = \alpha dt \quad \Rightarrow \quad \int_{\omega_0}^{\omega_f} d\omega = \int_0^{t_f} \alpha dt$$

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \alpha t} \tag{3}$$

Podemos fazer ainda

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow d\theta = \omega\, dt \Rightarrow d\theta = (\omega_0 + \alpha t)\, dt$$

$$\int d\theta = \int (\omega_0 + \alpha t)\, dt$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2} \tag{4}$$

Eliminando t nas Eq. (3) e (4), obtemos

$$\boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)}$$

Rotação com aceleração angular constante

Rotação com Aceleração angular constante

- Quando estudamos cinemática, vimos que podemos obter muitas relações para o estudo de movimentos com aceleração constante.
- O mesmo ocorre para o caso de rotações

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \tag{1}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{2}$$

Se a aceleração angular é constante, temos

$$d\omega = \alpha dt \quad \Rightarrow \quad \int_{\omega_0}^{\omega_f} d\omega = \int_0^{t_f} \alpha dt$$

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \alpha t} \tag{3}$$

Podemos fazer ainda

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \;\Rightarrow\; d\theta = \omega\ dt \;\Rightarrow\; d\theta = (\omega_0 + \alpha t)\ dt$$

$$\int d\theta = \int (\omega_0 + \alpha t)\ dt$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2} \tag{4}$$

Eliminando t nas Eq. (3) e (4), obtemos

$$\boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)}$$

Rotação com aceleração angular constante

Rotação com Aceleração angular constante

- Quando estudamos cinemática, vimos que podemos obter muitas relações para o estudo de movimentos com aceleração constante.
- O mesmo ocorre para o caso de rotações

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \tag{1}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{2}$$

Se a aceleração angular é constante, temos

$$d\omega = \alpha dt \quad \Rightarrow \quad \int_{\omega_0}^{\omega_f} d\omega = \int_0^{t_f} \alpha dt$$

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \alpha t} \tag{3}$$

Podemos fazer ainda

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \;\Rightarrow\; d\theta = \omega\ dt \;\Rightarrow\; d\theta = (\omega_0 + \alpha t)\ dt$$

$$\int d\theta = \int (\omega_0 + \alpha t)\ dt$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2} \tag{4}$$

Eliminando t nas Eq. (3) e (4), obtemos

$$\boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)}$$

Rotação com aceleração angular constante

- Quando estudamos cinemática, vimos que podemos obter muitas relações para o estudo de movimentos com aceleração constante.
- O mesmo ocorre para o caso de rotações

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \tag{1}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{2}$$

Se a aceleração angular é constante, temos

$$d\omega = \alpha dt \quad \Rightarrow \quad \int_{\omega_0}^{\omega_f} d\omega = \int_0^{t_f} \alpha dt$$

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \alpha t} \tag{3}$$

Podemos fazer ainda

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \;\Rightarrow\; d\theta = \omega\, dt \;\Rightarrow\; d\theta = (\omega_0 + \alpha t)\, dt$$

$$\int d\theta = \int (\omega_0 + \alpha t)\, dt$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2} \tag{4}$$

Eliminando t nas Eq. (3) e (4), obtemos

$$\boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)}$$

Rotação com aceleração angular constante

- Quando estudamos cinemática, vimos que podemos obter muitas relações para o estudo de movimentos com aceleração constante.
- O mesmo ocorre para o caso de rotações

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \tag{1}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{2}$$

Se a aceleração angular é constante, temos

$$d\omega = \alpha dt \quad \Rightarrow \quad \int_{\omega_0}^{\omega_f} d\omega = \int_0^{t_f} \alpha dt$$

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \alpha t} \tag{3}$$

Podemos fazer ainda

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \;\Rightarrow\; d\theta = \omega\, dt \;\Rightarrow\; d\theta = (\omega_0 + \alpha t)\, dt$$

$$\int d\theta = \int (\omega_0 + \alpha t)\, dt$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2} \tag{4}$$

Eliminando t nas Eq. (3) e (4), obtemos

$$\boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)}$$

Rotação com aceleração angular constante

Rotação com Aceleração angular constante

- Quando estudamos cinemática, vimos que podemos obter muitas relações para o estudo de movimentos com aceleração constante.
- O mesmo ocorre para o caso de rotações

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \tag{1}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{2}$$

Se a aceleração angular é constante, temos

$$d\omega = \alpha dt \quad \Rightarrow \quad \int_{\omega_0}^{\omega_f} d\omega = \int_0^{t_f} \alpha dt$$

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \alpha t} \tag{3}$$

Podemos fazer ainda

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \;\Rightarrow\; d\theta = \omega\, dt \;\Rightarrow\; d\theta = (\omega_0 + \alpha t)\, dt$$

$$\int d\theta = \int (\omega_0 + \alpha t)\, dt$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2} \tag{4}$$

Eliminando t nas Eq. (3) e (4), obtemos

$$\boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)}$$

Rotação com aceleração angular constante

Rotação com Aceleração angular constante

- Quando estudamos cinemática, vimos que podemos obter muitas relações para o estudo de movimentos com aceleração constante.
- O mesmo ocorre para o caso de rotações

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \tag{1}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{2}$$

Se a aceleração angular é constante, temos

$$d\omega = \alpha dt \quad \Rightarrow \quad \int_{\omega_0}^{\omega_f} d\omega = \int_0^{t_f} \alpha dt$$

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \alpha t} \tag{3}$$

Podemos fazer ainda

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \;\Rightarrow\; d\theta = \omega\, dt \;\Rightarrow\; d\theta = (\omega_0 + \alpha t)\, dt$$

$$\int d\theta = \int (\omega_0 + \alpha t)\, dt$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2} \tag{4}$$

Eliminando t nas Eq. (3) e (4), obtemos

$$\boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)}$$

- Quando estudamos cinemática, vimos que podemos obter muitas relações para o estudo de movimentos com aceleração constante.
- O mesmo ocorre para o caso de rotações

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \tag{1}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{2}$$

Se a aceleração angular é constante, temos

$$d\omega = \alpha dt \quad \Rightarrow \quad \int_{\omega_0}^{\omega_f} d\omega = \int_0^{t_f} \alpha dt$$

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \alpha t} \tag{3}$$

Podemos fazer ainda

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \;\Rightarrow\; d\theta = \omega\, dt \;\Rightarrow\; d\theta = (\omega_0 + \alpha t)\, dt$$

$$\int d\theta = \int (\omega_0 + \alpha t)\, dt$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2} \tag{4}$$

Eliminando t nas Eq. (3) e (4), obtemos

$$\boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)}$$

Rotação com aceleração angular constante

- Quando estudamos cinemática, vimos que podemos obter muitas relações para o estudo de movimentos com aceleração constante.
- O mesmo ocorre para o caso de rotações

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \tag{1}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{2}$$

Se a aceleração angular é constante, temos

$$d\omega = \alpha dt \quad \Rightarrow \quad \int_{\omega_0}^{\omega_f} d\omega = \int_0^{t_f} \alpha dt$$

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \alpha t} \tag{3}$$

Podemos fazer ainda

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \ \Rightarrow \ d\theta = \omega\ dt \ \Rightarrow \ d\theta = (\omega_0 + \alpha t)\ dt$$

$$\int d\theta = \int (\omega_0 + \alpha t)\ dt$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2} \tag{4}$$

Eliminando t nas Eq. (3) e (4), obtemos

$$\boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)}$$

Rotação com aceleração angular constante

- Quando estudamos cinemática, vimos que podemos obter muitas relações para o estudo de movimentos com aceleração constante.
- O mesmo ocorre para o caso de rotações

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \tag{1}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{2}$$

Se a aceleração angular é constante, temos

$$d\omega = \alpha dt \quad \Rightarrow \quad \int_{\omega_0}^{\omega_f} d\omega = \int_0^{t_f} \alpha dt$$

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \alpha t} \tag{3}$$

Podemos fazer ainda

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow d\theta = \omega\, dt \Rightarrow d\theta = (\omega_0 + \alpha t)\, dt$$

$$\int d\theta = \int (\omega_0 + \alpha t)\, dt$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2} \tag{4}$$

Eliminando t nas Eq. (3) e (4), obtemos

$$\boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)}$$

Rotação com aceleração angular constante

- Quando estudamos cinemática, vimos que podemos obter muitas relações para o estudo de movimentos com aceleração constante.
- O mesmo ocorre para o caso de rotações

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \tag{1}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{2}$$

Se a aceleração angular é constante, temos

$$d\omega = \alpha dt \quad \Rightarrow \quad \int_{\omega_0}^{\omega_f} d\omega = \int_0^{t_f} \alpha dt$$

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \alpha t} \tag{3}$$

Podemos fazer ainda

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad \Rightarrow \quad d\theta = \omega\ dt \ \Rightarrow \ d\theta = (\omega_0 + \alpha t)\ dt$$

$$\int d\theta = \int (\omega_0 + \alpha t)\ dt$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2} \tag{4}$$

Eliminando t nas Eq. (3) e (4), obtemos

$$\boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)}$$

Rotação com aceleração angular constante

Rotação com Aceleração angular constante

- Quando estudamos cinemática, vimos que podemos obter muitas relações para o estudo de movimentos com aceleração constante.
- O mesmo ocorre para o caso de rotações

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \qquad (1)$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad (2)$$

Se a aceleração angular é constante, temos

$$d\omega = \alpha dt \quad \Rightarrow \quad \int_{\omega_0}^{\omega_f} d\omega = \int_0^{t_f} \alpha dt$$

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \alpha t} \qquad (3)$$

Podemos fazer ainda

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \;\Rightarrow\; d\theta = \omega\, dt \;\Rightarrow\; d\theta = (\omega_0 + \alpha t)\, dt$$

$$\int d\theta = \int (\omega_0 + \alpha t)\, dt$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2} \qquad (4)$$

Eliminando t nas Eq. (3) e (4), obtemos

$$\boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)}$$

Rotação com aceleração angular constante

- Quando estudamos cinemática, vimos que podemos obter muitas relações para o estudo de movimentos com aceleração constante.
- O mesmo ocorre para o caso de rotações

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \tag{1}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{2}$$

Se a aceleração angular é constante, temos

$$d\omega = \alpha dt \quad \Rightarrow \quad \int_{\omega_0}^{\omega_f} d\omega = \int_0^{t_f} \alpha dt$$

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \alpha t} \tag{3}$$

Podemos fazer ainda

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \;\Rightarrow\; d\theta = \omega\; dt \;\Rightarrow\; d\theta = (\omega_0 + \alpha t)\; dt$$

$$\int d\theta = \int (\omega_0 + \alpha t)\; dt$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2} \tag{4}$$

Eliminando t nas Eq. (3) e (4), obtemos

$$\boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)}$$

- Quando estudamos cinemática, vimos que podemos obter muitas relações para o estudo de movimentos com aceleração constante.
- O mesmo ocorre para o caso de rotações

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \tag{1}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{2}$$

Se a aceleração angular é constante, temos

$$d\omega = \alpha dt \quad \Rightarrow \quad \int_{\omega_0}^{\omega_f} d\omega = \int_0^{t_f} \alpha dt$$

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \alpha t} \tag{3}$$

Podemos fazer ainda

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \;\Rightarrow\; d\theta = \omega\, dt \;\Rightarrow\; d\theta = (\omega_0 + \alpha t)\, dt$$

$$\int d\theta = \int (\omega_0 + \alpha t)\, dt$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2} \tag{4}$$

Eliminando t nas Eq. (3) e (4), obtemos

$$\boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)}$$

- Quando estudamos cinemática, vimos que podemos obter muitas relações para o estudo de movimentos com aceleração constante.
- O mesmo ocorre para o caso de rotações

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \tag{1}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{2}$$

Se a aceleração angular é constante, temos

$$d\omega = \alpha dt \quad \Rightarrow \quad \int_{\omega_0}^{\omega_f} d\omega = \int_0^{t_f} \alpha dt$$

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \alpha t} \tag{3}$$

Podemos fazer ainda

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \;\Rightarrow\; d\theta = \omega\, dt \;\Rightarrow\; d\theta = (\omega_0 + \alpha t)\, dt$$

$$\int d\theta = \int (\omega_0 + \alpha t)\, dt$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2} \tag{4}$$

Eliminando t nas Eq. (3) e (4), obtemos

$$\boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)}$$

- Quando estudamos cinemática, vimos que podemos obter muitas relações para o estudo de movimentos com aceleração constante.
- O mesmo ocorre para o caso de rotações

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \tag{1}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{2}$$

Se a aceleração angular é constante, temos

$$d\omega = \alpha dt \quad \Rightarrow \quad \int_{\omega_0}^{\omega_f} d\omega = \int_0^{t_f} \alpha dt$$

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \alpha t} \tag{3}$$

Podemos fazer ainda

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \;\Rightarrow\; d\theta = \omega\; dt \;\Rightarrow\; d\theta = (\omega_0 + \alpha t)\; dt$$

$$\int d\theta = \int (\omega_0 + \alpha t)\; dt$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2} \tag{4}$$

Eliminando t nas Eq. (3) e (4), obtemos

$$\boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)}$$

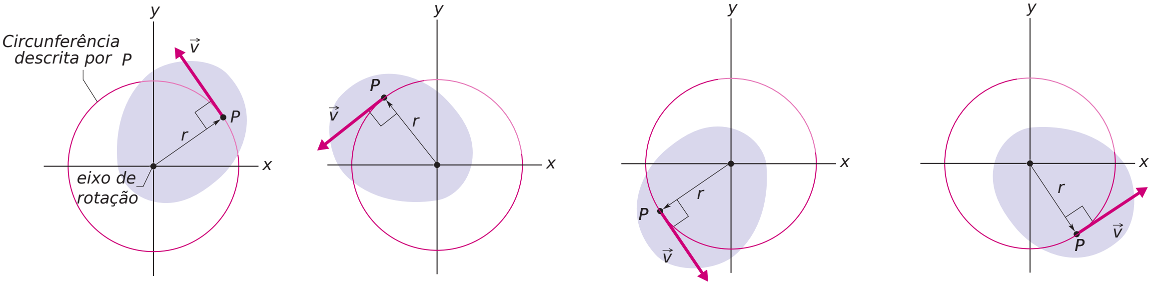
Rotação com aceleração angular constante

Equação Linear	Equação angular
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$
$x = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v)t$	$\theta = \theta_0 + \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t$

Sumário

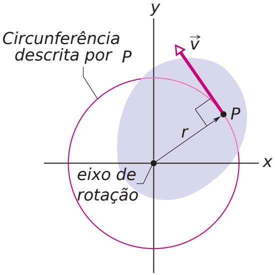
Relações entre as variáveis lineares e angulares

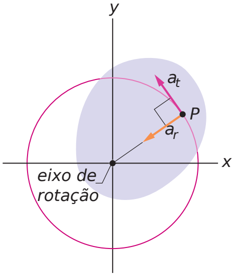
- Quando um corpo rígido, gira em torno de um eixo, cada partícula do corpo descreve uma circunferência em torno do eixo.
- Como o corpo é rígido, todas as partículas completam uma revolução no mesmo intervalo de tempo, ou seja, todas têm a mesma velocidade angular ω
- Entretanto
    - Quanto mais afastada a partícula do eixo de rotação maior a velocidade linear escalar v



- Podemos relacionar as variáveis lineares e angulares

$$(s, v, a) \longleftrightarrow (\theta, \omega, \alpha)$$





- Posição: $\boxed{s = \theta r}$
- Derivando s com relação ao tempo

$$\frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt}$$

$$v = r\omega$$

- velocidade linear escalar: $\boxed{v = r\omega}$
- Se ω é constante

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

em que T é o período de revolução

- Derivando v com relação ao tempo

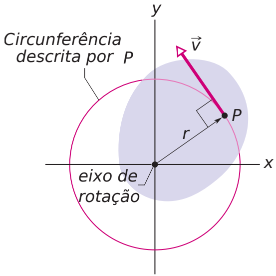
$$\frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt}$$

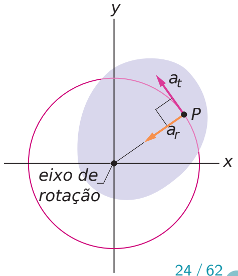
- aceleração tangencial:

$$\boxed{a_t = r\alpha}$$

- Além disso, uma partícula que se move em uma trajetória circular tem uma componente radial da aceleração (dirigida para dentro)

$$\boxed{a_r = \frac{v^2}{r} = r\omega^2}$$





Relações entre as variáveis lineares e angulares

- Posição: $\boxed{s = \theta r}$
- Derivando s com relação ao tempo

$$\frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt}$$
$$v = r\omega$$

- velocidade linear escalar: $\boxed{v = r\omega}$
- Se ω é constante

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

em que T é o período de revolução

- Derivando v com relação ao tempo

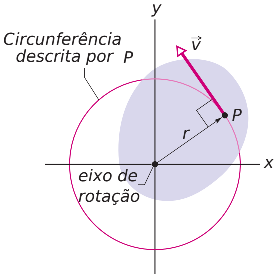
$$\frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt}$$

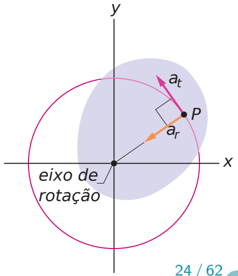
- aceleração tangencial:

$$\boxed{a_t = r\alpha}$$

- Além disso, uma partícula que se move em uma trajetória circular tem uma componente radial da aceleração (dirigida para dentro)

$$\boxed{a_r = \frac{v^2}{r} = r\omega^2}$$





- Posição: $\boxed{s = \theta r}$
- Derivando s com relação ao tempo

$$\frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt}$$

$$v = r\omega$$

- velocidade linear escalar: $\boxed{v = r\omega}$
- Se ω é constante

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

em que T é o período de revolução

- Derivando v com relação ao tempo

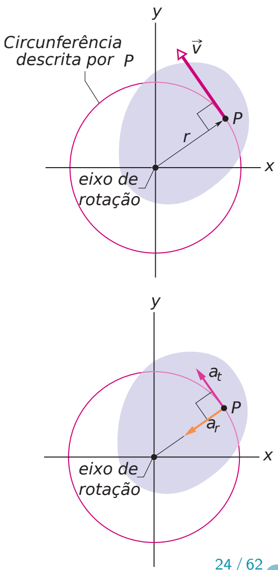
$$\frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt}$$

- aceleração tangencial:

$$\boxed{a_t = r\alpha}$$

- Além disso, uma partícula que se move em uma trajetória circular tem uma componente radial da aceleração (dirigida para dentro)

$$\boxed{a_r = \frac{v^2}{r} = r\omega^2}$$



Relações entre as variáveis lineares e angulares

- Posição: $\boxed{s = \theta r}$
- Derivando s com relação ao tempo

$$\frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt}$$

$$v = r\omega$$

- velocidade linear escalar: $\boxed{v = r\omega}$
- Se ω é constante

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

em que T é o período de revolução

- Derivando v com relação ao tempo

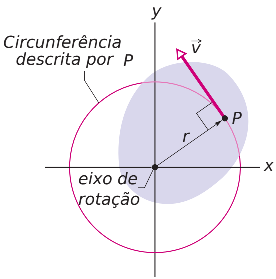
$$\frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt}$$

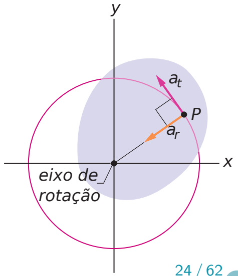
- aceleração tangencial:

$$\boxed{a_t = r\alpha}$$

- Além disso, uma partícula que se move em uma trajetória circular tem uma componente radial da aceleração (dirigida para dentro)

$$\boxed{a_r = \frac{v^2}{r} = r\omega^2}$$





Relações entre as variáveis lineares e angulares

- Posição: $\boxed{s = \theta r}$
- Derivando s com relação ao tempo

$$\frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt}$$
$$v = r\omega$$

- velocidade linear escalar: $\boxed{v = r\omega}$
- Se ω é constante

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

em que T é o período de revolução

- Derivando v com relação ao tempo

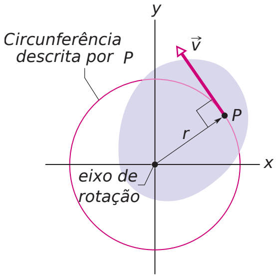
$$\frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt}$$

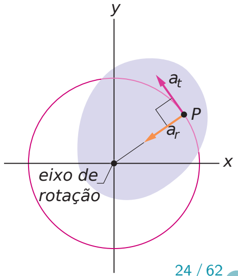
- aceleração tangencial:

$$\boxed{a_t = r\alpha}$$

- Além disso, uma partícula que se move em uma trajetória circular tem uma componente radial da aceleração (dirigida para dentro)

$$\boxed{a_r = \frac{v^2}{r} = r\omega^2}$$





- Posição: $\boxed{s = \theta r}$
- Derivando s com relação ao tempo

$$\frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt}$$
$$v = r\omega$$

- velocidade linear escalar: $\boxed{v = r\omega}$
- Se ω é constante

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

em que T é o período de revolução

- Derivando v com relação ao tempo

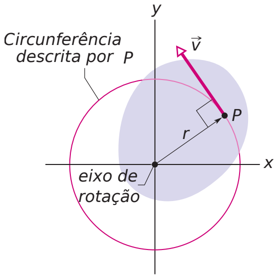
$$\frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt}$$

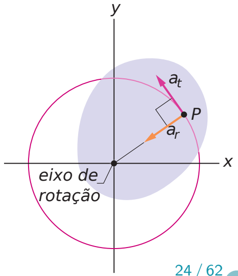
- aceleração tangencial:

$$\boxed{a_t = r\alpha}$$

- Além disso, uma partícula que se move em uma trajetória circular tem uma componente radial da aceleração (dirigida para dentro)

$$\boxed{a_r = \frac{v^2}{r} = r\omega^2}$$





Relações entre as variáveis lineares e angulares

- Posição: $\boxed{s = \theta r}$
- Derivando s com relação ao tempo

$$\frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt}$$
$$v = r\omega$$

- velocidade linear escalar: $\boxed{v = r\omega}$
- Se ω é constante

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

em que T é o período de revolução

- Derivando v com relação ao tempo

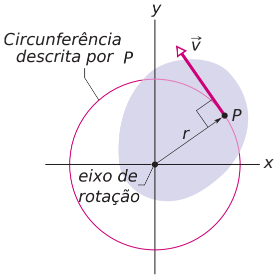
$$\frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt}$$

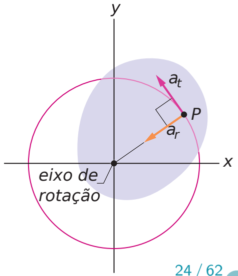
- aceleração tangencial:

$$\boxed{a_t = r\alpha}$$

- Além disso, uma partícula que se move em uma trajetória circular tem uma componente radial da aceleração (dirigida para dentro)

$$\boxed{a_r = \frac{v^2}{r} = r\omega^2}$$





Relações entre as variáveis lineares e angulares

- Posição: $\boxed{s = \theta r}$
- Derivando s com relação ao tempo

$$\frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt}$$
$$v = r\omega$$

- velocidade linear escalar: $\boxed{v = r\omega}$
- Se ω é constante

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

em que T é o período de revolução

- Derivando v com relação ao tempo

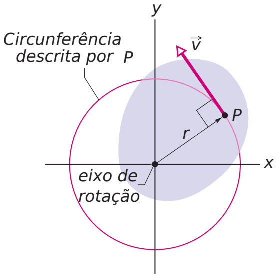
$$\frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt}$$

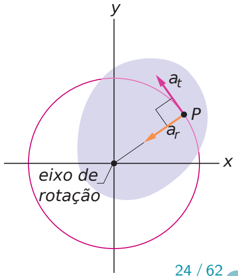
- aceleração tangencial:

$$\boxed{a_t = r\alpha}$$

- Além disso, uma partícula que se move em uma trajetória circular tem uma componente radial da aceleração (dirigida para dentro)

$$\boxed{a_r = \frac{v^2}{r} = r\omega^2}$$





Relações entre as variáveis lineares e angulares

- Posição: $\boxed{s = \theta r}$
- Derivando s com relação ao tempo

$$\frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt}$$
$$v = r\omega$$

- velocidade linear escalar: $\boxed{v = r\omega}$
- Se ω é constante

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

em que T é o período de revolução

- Derivando v com relação ao tempo

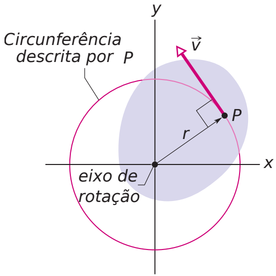
$$\frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt}$$

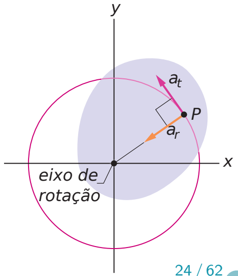
- aceleração tangencial:

$$\boxed{a_t = r\alpha}$$

- Além disso, uma partícula que se move em uma trajetória circular tem uma componente radial da aceleração (dirigida para dentro)

$$\boxed{a_r = \frac{v^2}{r} = r\omega^2}$$





Relações entre as variáveis lineares e angulares

- Posição: $\boxed{s = \theta r}$
- Derivando s com relação ao tempo

$$\frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt}$$
$$v = r\omega$$

- velocidade linear escalar: $\boxed{v = r\omega}$
- Se ω é constante

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

em que T é o período de revolução

- Derivando v com relação ao tempo

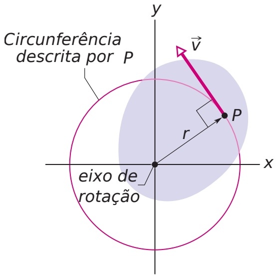
$$\frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt}$$

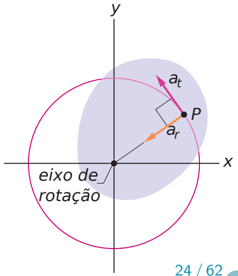
- aceleração tangencial:

$$\boxed{a_t = r\alpha}$$

- Além disso, uma partícula que se move em uma trajetória circular tem uma componente radial da aceleração (dirigida para dentro)

$$\boxed{a_r = \frac{v^2}{r} = r\omega^2}$$





Relações entre as variáveis lineares e angulares

- Posição: $\boxed{s = \theta r}$
- Derivando s com relação ao tempo

$$\frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt}$$
$$v = r\omega$$

- velocidade linear escalar: $\boxed{v = r\omega}$
- Se ω é constante

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

em que T é o período de revolução

- Derivando v com relação ao tempo

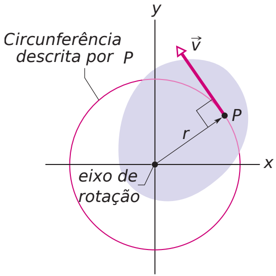
$$\frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt}$$

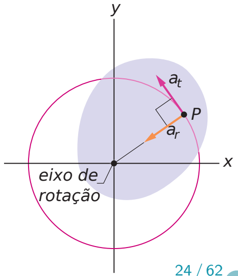
- aceleração tangencial:

$$\boxed{a_t = r\alpha}$$

- Além disso, uma partícula que se move em uma trajetória circular tem uma componente radial da aceleração (dirigida para dentro)

$$\boxed{a_r = \frac{v^2}{r} = r\omega^2}$$





Teste

Uma barata está na borda de um carrossel em movimento. Se a velocidade angular do sistema (carrossel + barata) é constante, a barata possui (a) uma aceleração radial e (b) uma aceleração tangencial? Se ω está diminuindo, a barata possui (c) uma aceleração radial e (d) uma aceleração tangencial?

Exemplo: Arremesso de disco

Um atleta rotaciona um disco em um circulo de raio $80,0$cm. Em um certo instante, o atleta está rotacionando com $\omega = 10,0$rad/s e ω está aumentando em uma taxa de $50,0$rad/s^2. Neste instante, encontre as componentes tangencial e centrípeta da aceleração do disco. Também encontre o módulo da aceleração.

- Temos que

$$\omega = 10,0\,\text{rad/s} \qquad \alpha = 50,0\,\text{rad/s}^2$$

- Para a componente tangencial

$$a_t = r\alpha = (0,80\text{m})(50,0\text{rad/s}^2) = 40\text{m/s}^2$$

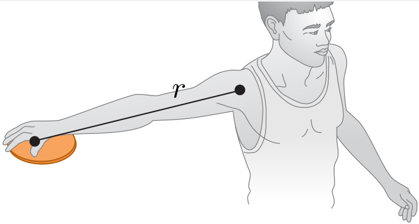
- Para a componente radial

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2 = (0,80\text{m})(10,0\text{rad/s})^2 = 80\text{m/s}^2$$

- O módulo da aceleração é: $\quad a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = 89,4\text{m/s}^2$

Exemplo: Arremesso de disco

Um atleta rotaciona um disco em um circulo de raio $80,0$cm. Em um certo instante, o atleta está rotacionando com $\omega = 10,0$rad/s e ω está aumentando em uma taxa de $50,0$rad/s^2. Neste instante, encontre as componentes tangencial e centrípeta da aceleração do disco. Também encontre o módulo da aceleração.



- Temos que

$$\omega = 10,0 \text{ rad/s} \qquad \alpha = 50,0 \text{ rad/s}^2$$

- Para a componente tangencial

$$a_t = r\alpha = (0,80\text{m})(50,0\text{rad/s}^2) = 40\text{m/s}^2$$

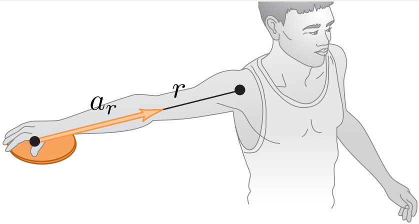
- Para a componente radial

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2 = (0,80\text{m})(10,0\text{rad/s})^2 = 80\text{m/s}^2$$

- O módulo da aceleração é: $a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = 89,4\text{m/s}^2$

Exemplo: Arremesso de disco

Um atleta rotaciona um disco em um circulo de raio $80,0$cm. Em um certo instante, o atleta está rotacionando com $\omega = 10,0$rad/s e ω está aumentando em uma taxa de $50,0$rad/s^2. Neste instante, encontre as componentes tangencial e centrípeta da aceleração do disco. Também encontre o módulo da aceleração.



- Temos que

$$\omega = 10,0\,\text{rad/s} \qquad \alpha = 50,0\,\text{rad/s}^2$$

- Para a componente tangencial

$$a_t = r\alpha = (0,80\text{m})(50,0\text{rad/s}^2) = 40\text{m/s}^2$$

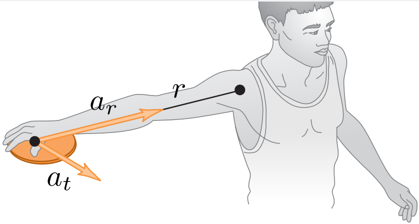
- Para a componente radial

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2 = (0,80\text{m})(10,0\text{rad/s})^2 = 80\text{m/s}^2$$

- O módulo da aceleração é: $a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = 89,4\text{m/s}^2$

Exemplo: Arremesso de disco

Um atleta rotaciona um disco em um circulo de raio $80,0$cm. Em um certo instante, o atleta está rotacionando com $\omega = 10,0$rad/s e ω está aumentando em uma taxa de $50,0$rad/s^2. Neste instante, encontre as componentes tangencial e centrípeta da aceleração do disco. Também encontre o módulo da aceleração.



- Temos que

$$\omega = 10,0\,\text{rad/s} \qquad \alpha = 50,0\,\text{rad/s}^2$$

- Para a componente tangencial

$$a_t = r\alpha = (0,80\text{m})(50,0\text{rad/s}^2) = 40\text{m/s}^2$$

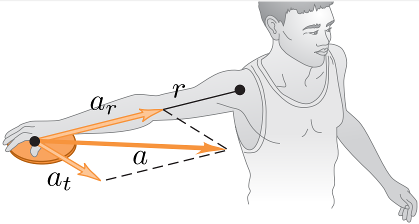
- Para a componente radial

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2 = (0,80\text{m})(10,0\text{rad/s})^2 = 80\text{m/s}^2$$

- O módulo da aceleração é: $a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = 89,4\text{m/s}^2$

Exemplo: Arremesso de disco

Um atleta rotaciona um disco em um circulo de raio $80,0$cm. Em um certo instante, o atleta está rotacionando com $\omega = 10,0$rad/s e ω está aumentando em uma taxa de $50,0$rad/s^2. Neste instante, encontre as componentes tangencial e centrípeta da aceleração do disco. Também encontre o módulo da aceleração.



- Temos que

$$\omega = 10,0\,\text{rad/s} \qquad \alpha = 50,0\,\text{rad/s}^2$$

- Para a componente tangencial

$$a_t = r\alpha = (0,80\text{m})(50,0\text{rad/s}^2) = 40\text{m/s}^2$$

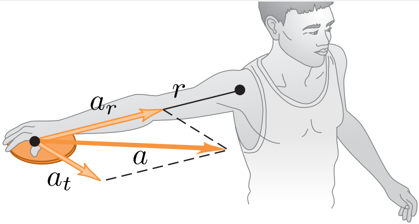
- Para a componente radial

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2 = (0,80\text{m})(10,0\text{rad/s})^2 = 80\text{m/s}^2$$

- O módulo da aceleração é: $\quad a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = 89,4\text{m/s}^2$

Exemplo: Arremesso de disco

Um atleta rotaciona um disco em um circulo de raio $80,0$cm. Em um certo instante, o atleta está rotacionando com $\omega = 10,0$rad/s e ω está aumentando em uma taxa de $50,0$rad/s^2. Neste instante, encontre as componentes tangencial e centrípeta da aceleração do disco. Também encontre o módulo da aceleração.



- Temos que

$$\omega = 10,0\,\text{rad/s} \qquad \alpha = 50,0\,\text{rad/s}^2$$

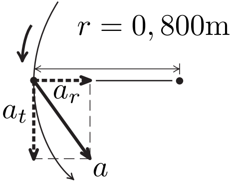
- Para a componente tangencial

$$a_t = r\alpha = (0,80\text{m})(50,0\text{rad/s}^2) = 40\text{m/s}^2$$

- Para a componente radial

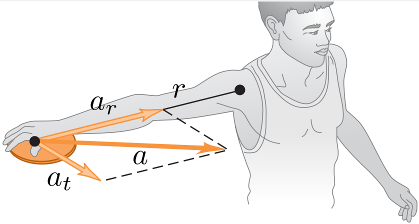
$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2 = (0,80\text{m})(10,0\text{rad/s})^2 = 80\text{m/s}^2$$

- O módulo da aceleração é: $a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = 89,4\text{m/s}^2$



Exemplo: Arremesso de disco

Um atleta rotaciona um disco em um circulo de raio $80,0\text{cm}$. Em um certo instante, o atleta está rotacionando com $\omega = 10,0\text{rad/s}$ e ω está aumentando em uma taxa de $50,0\text{rad/s}^2$. Neste instante, encontre as componentes tangencial e centrípeta da aceleração do disco. Também encontre o módulo da aceleração.



- Temos que

$$\omega = 10,0\,\text{rad/s} \qquad \alpha = 50,0\,\text{rad/s}^2$$

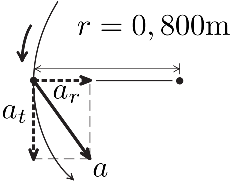
- Para a componente tangencial

$$a_t = r\alpha = (0,80\text{m})(50,0\text{rad/s}^2) = 40\text{m/s}^2$$

- Para a componente radial

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2 = (0,80\text{m})(10,0\text{rad/s})^2 = 80\text{m/s}^2$$

- O módulo da aceleração é: $a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = 89,4\text{m/s}^2$



Exemplo: Arremesso de disco

Um atleta rotaciona um disco em um circulo de raio $80,0$cm. Em um certo instante, o atleta está rotacionando com $\omega = 10,0$rad/s e ω está aumentando em uma taxa de $50,0$rad/s^2. Neste instante, encontre as componentes tangencial e centrípeta da aceleração do disco. Também encontre o módulo da aceleração.

- Temos que

$$\omega = 10,0\,\text{rad/s} \qquad \alpha = 50,0\,\text{rad/s}^2$$

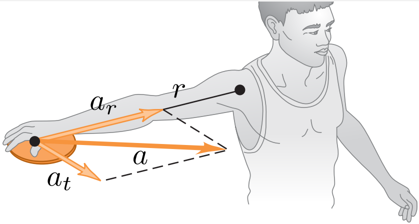
- Para a componente tangencial

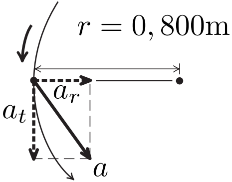
$$a_t = r\alpha = (0,80\text{m})(50,0\text{rad/s}^2) = 40\text{m/s}^2$$

- Para a componente radial

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2 = (0,80\text{m})(10,0\text{rad/s})^2 = 80\text{m/s}^2$$

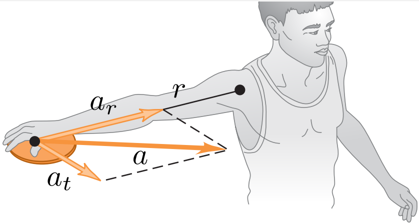
- O módulo da aceleração é: $a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = 89,4\text{m/s}^2$





Exemplo: Arremesso de disco

Um atleta rotaciona um disco em um circulo de raio $80,0$cm. Em um certo instante, o atleta está rotacionando com $\omega = 10,0$rad/s e ω está aumentando em uma taxa de $50,0$rad/s^2. Neste instante, encontre as componentes tangencial e centrípeta da aceleração do disco. Também encontre o módulo da aceleração.



- Temos que

$$\omega = 10,0\,\text{rad/s} \qquad \alpha = 50,0\,\text{rad/s}^2$$

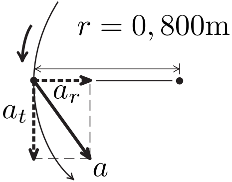
- Para a componente tangencial

$$a_t = r\alpha = (0,80\text{m})(50,0\text{rad/s}^2) = 40\text{m/s}^2$$

- Para a componente radial

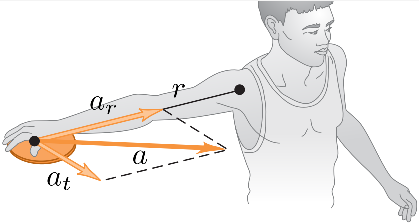
$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2 = (0,80\text{m})(10,0\text{rad/s})^2 = 80\text{m/s}^2$$

- O módulo da aceleração é: $a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = 89,4\text{m/s}^2$



Exemplo: Arremesso de disco

Um atleta rotaciona um disco em um circulo de raio $80,0\text{cm}$. Em um certo instante, o atleta está rotacionando com $\omega = 10,0\text{rad/s}$ e ω está aumentando em uma taxa de $50,0\text{rad/s}^2$. Neste instante, encontre as componentes tangencial e centrípeta da aceleração do disco. Também encontre o módulo da aceleração.



- Temos que

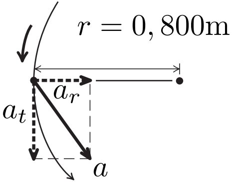
$$\omega = 10,0\,\text{rad/s} \qquad \alpha = 50,0\,\text{rad/s}^2$$

- Para a componente tangencial

$$a_t = r\alpha = (0,80\text{m})(50,0\text{rad/s}^2) = 40\text{m/s}^2$$

- Para a componente radial

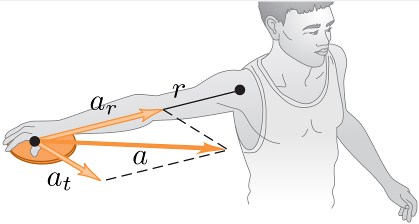
$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2 = (0,80\text{m})(10,0\text{rad/s})^2 = 80\text{m/s}^2$$



- O módulo da aceleração é: $a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = 89,4\text{m/s}^2$

Exemplo: Arremesso de disco

Um atleta rotaciona um disco em um circulo de raio $80,0$cm. Em um certo instante, o atleta está rotacionando com $\omega = 10,0$rad/s e ω está aumentando em uma taxa de $50,0$rad/s^2. Neste instante, encontre as componentes tangencial e centrípeta da aceleração do disco. Também encontre o módulo da aceleração.



- Temos que

$$\omega = 10,0\,\text{rad/s} \qquad \alpha = 50,0\,\text{rad/s}^2$$

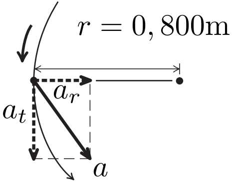
- Para a componente tangencial

$$a_t = r\alpha = (0,80\text{m})(50,0\text{rad/s}^2) = 40\text{m/s}^2$$

- Para a componente radial

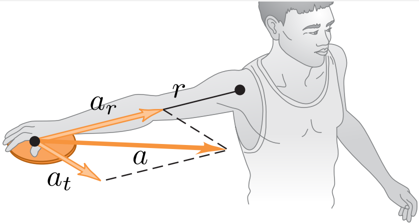
$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2 = (0,80\text{m})(10,0\text{rad/s})^2 = 80\text{m/s}^2$$

- O módulo da aceleração é: $\quad a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = 89,4\text{m/s}^2$



Exemplo: Arremesso de disco

Um atleta rotaciona um disco em um circulo de raio $80,0\text{cm}$. Em um certo instante, o atleta está rotacionando com $\omega = 10,0\text{rad/s}$ e ω está aumentando em uma taxa de $50,0\text{rad/s}^2$. Neste instante, encontre as componentes tangencial e centrípeta da aceleração do disco. Também encontre o módulo da aceleração.



- Temos que

$$\omega = 10,0\,\text{rad/s} \qquad \alpha = 50,0\,\text{rad/s}^2$$

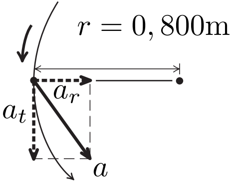
- Para a componente tangencial

$$a_t = r\alpha = (0,80\text{m})(50,0\text{rad/s}^2) = 40\text{m/s}^2$$

- Para a componente radial

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2 = (0,80\text{m})(10,0\text{rad/s})^2 = 80\text{m/s}^2$$

- O módulo da aceleração é: $a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = 89,4\text{m/s}^2$



Exemplo: Arremesso de disco

Um atleta rotaciona um disco em um circulo de raio $80,0\text{cm}$. Em um certo instante, o atleta está rotacionando com $\omega = 10,0\text{rad/s}$ e ω está aumentando em uma taxa de $50,0\text{rad/s}^2$. Neste instante, encontre as componentes tangencial e centrípeta da aceleração do disco. Também encontre o módulo da aceleração.

- Temos que

$$\omega = 10,0\,\text{rad/s} \qquad \alpha = 50,0\,\text{rad/s}^2$$

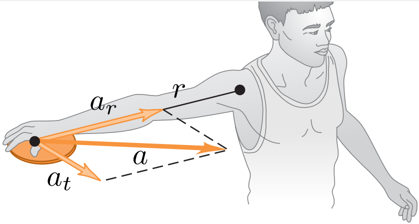
- Para a componente tangencial

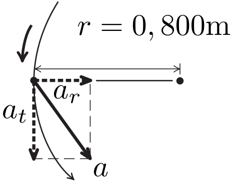
$$a_t = r\alpha = (0,80\text{m})(50,0\text{rad/s}^2) = 40\text{m/s}^2$$

- Para a componente radial

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2 = (0,80\text{m})(10,0\text{rad/s})^2 = 80\text{m/s}^2$$

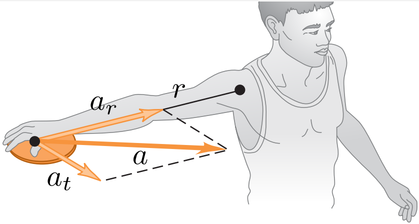
- O módulo da aceleração é: $a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = 89,4\text{m/s}^2$





Exemplo: Arremesso de disco

Um atleta rotaciona um disco em um circulo de raio $80,0$cm. Em um certo instante, o atleta está rotacionando com $\omega = 10,0$rad/s e ω está aumentando em uma taxa de $50,0$rad/s^2. Neste instante, encontre as componentes tangencial e centrípeta da aceleração do disco. Também encontre o módulo da aceleração.



- Temos que

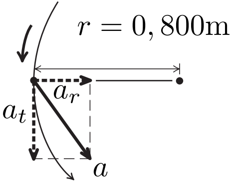
$$\omega = 10,0\,\text{rad/s} \qquad \alpha = 50,0\,\text{rad/s}^2$$

- Para a componente tangencial

$$a_t = r\alpha = (0,80\text{m})(50,0\text{rad/s}^2) = 40\text{m/s}^2$$

- Para a componente radial

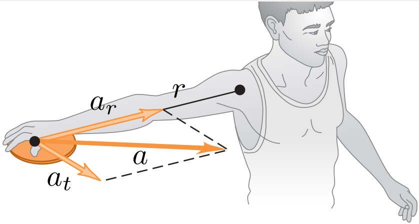
$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2 = (0,80\text{m})(10,0\text{rad/s})^2 = 80\text{m/s}^2$$



- O módulo da aceleração é: $a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = 89,4\text{m/s}^2$

Exemplo: Arremesso de disco

Um atleta rotaciona um disco em um circulo de raio $80,0$cm. Em um certo instante, o atleta está rotacionando com $\omega = 10,0$rad/s e ω está aumentando em uma taxa de $50,0$rad/s^2. Neste instante, encontre as componentes tangencial e centrípeta da aceleração do disco. Também encontre o módulo da aceleração.



- Temos que

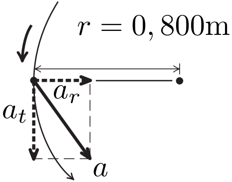
$$\omega = 10,0\,\text{rad/s} \qquad \alpha = 50,0\,\text{rad/s}^2$$

- Para a componente tangencial

$$a_t = r\alpha = (0,80\text{m})(50,0\text{rad/s}^2) = 40\text{m/s}^2$$

- Para a componente radial

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2 = (0,80\text{m})(10,0\text{rad/s})^2 = 80\text{m/s}^2$$



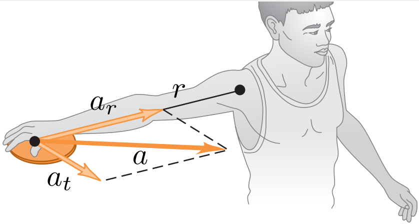
- O módulo da aceleração é: $\quad a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = 89,4\text{m/s}^2$

Exemplo: Arremesso de disco

Um atleta rotaciona um disco em um circulo de raio $80,0$cm. Em um certo instante, o atleta está rotacionando com $\omega = 10,0$rad/s e ω está aumentando em uma taxa de $50,0$rad/s^2. Neste instante, encontre as componentes tangencial e centrípeta da aceleração do disco. Também encontre o módulo da aceleração.

- Temos que

$$\omega = 10,0\,\text{rad/s} \qquad \alpha = 50,0\,\text{rad/s}^2$$

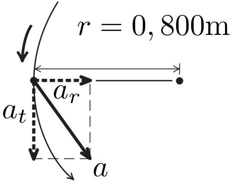


- Para a componente tangencial

$$a_t = r\alpha = (0,80\text{m})(50,0\text{rad/s}^2) = 40\text{m/s}^2$$

- Para a componente radial

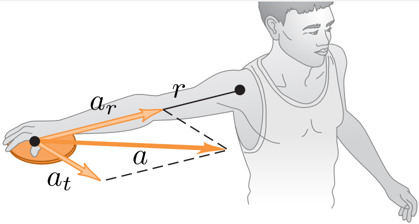
$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2 = (0,80\text{m})(10,0\text{rad/s})^2 = 80\text{m/s}^2$$



- O módulo da aceleração é: $a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = 89,4\text{m/s}^2$

Exemplo: Arremesso de disco

Um atleta rotaciona um disco em um circulo de raio $80,0$cm. Em um certo instante, o atleta está rotacionando com $\omega = 10,0$rad/s e ω está aumentando em uma taxa de $50,0$rad/s^2. Neste instante, encontre as componentes tangencial e centrípeta da aceleração do disco. Também encontre o módulo da aceleração.



- Temos que

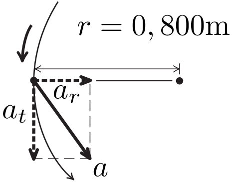
$$\omega = 10,0\,\text{rad/s} \qquad \alpha = 50,0\,\text{rad/s}^2$$

- Para a componente tangencial

$$a_t = r\alpha = (0,80\text{m})(50,0\text{rad/s}^2) = 40\text{m/s}^2$$

- Para a componente radial

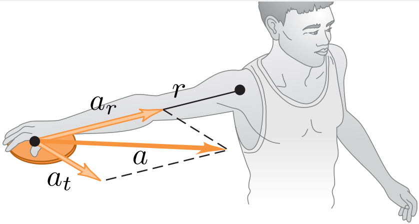
$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2 = (0,80\text{m})(10,0\text{rad/s})^2 = 80\text{m/s}^2$$



- O módulo da aceleração é: $\quad a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = 89,4\text{m/s}^2$

Exemplo: Arremesso de disco

Um atleta rotaciona um disco em um circulo de raio $80,0$cm. Em um certo instante, o atleta está rotacionando com $\omega = 10,0$rad/s e ω está aumentando em uma taxa de $50,0$rad/s^2. Neste instante, encontre as componentes tangencial e centrípeta da aceleração do disco. Também encontre o módulo da aceleração.



- Temos que

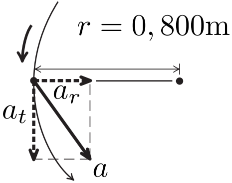
$$\omega = 10,0\,\text{rad/s} \qquad \alpha = 50,0\,\text{rad/s}^2$$

- Para a componente tangencial

$$a_t = r\alpha = (0,80\text{m})(50,0\text{rad/s}^2) = 40\text{m/s}^2$$

- Para a componente radial

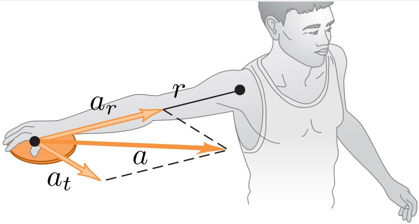
$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2 = (0,80\text{m})(10,0\text{rad/s})^2 = 80\text{m/s}^2$$



- O módulo da aceleração é: $a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = 89,4\text{m/s}^2$

Exemplo: Arremesso de disco

Um atleta rotaciona um disco em um circulo de raio $80,0$cm. Em um certo instante, o atleta está rotacionando com $\omega = 10,0$rad/s e ω está aumentando em uma taxa de $50,0$rad/s^2. Neste instante, encontre as componentes tangencial e centrípeta da aceleração do disco. Também encontre o módulo da aceleração.



- Temos que

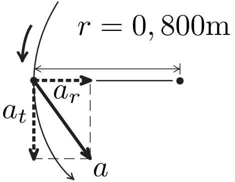
$$\omega = 10,0\,\text{rad/s} \qquad \alpha = 50,0\,\text{rad/s}^2$$

- Para a componente tangencial

$$a_t = r\alpha = (0,80\text{m})(50,0\text{rad/s}^2) = 40\text{m/s}^2$$

- Para a componente radial

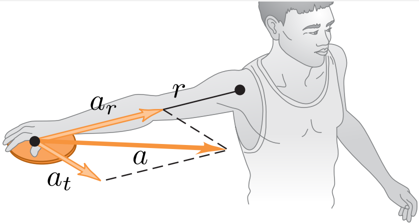
$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2 = (0,80\text{m})(10,0\text{rad/s})^2 = 80\text{m/s}^2$$



- O módulo da aceleração é: $a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = 89,4\text{m/s}^2$

Exemplo: Arremesso de disco

Um atleta rotaciona um disco em um circulo de raio $80,0$cm. Em um certo instante, o atleta está rotacionando com $\omega = 10,0$rad/s e ω está aumentando em uma taxa de $50,0$rad/s^2. Neste instante, encontre as componentes tangencial e centrípeta da aceleração do disco. Também encontre o módulo da aceleração.



- Temos que

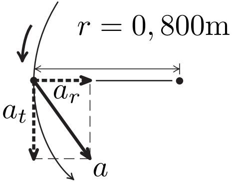
$$\omega = 10,0\,\text{rad/s} \qquad \alpha = 50,0\,\text{rad/s}^2$$

- Para a componente tangencial

$$a_t = r\alpha = (0,80\text{m})(50,0\text{rad/s}^2) = 40\text{m/s}^2$$

- Para a componente radial

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2 = (0,80\text{m})(10,0\text{rad/s})^2 = 80\text{m/s}^2$$



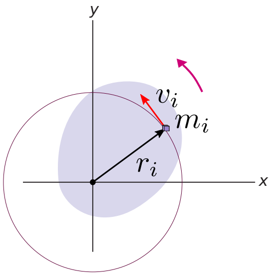
- O módulo da aceleração é: $a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = 89,4\text{m/s}^2$

Energia Cinética de Rotação

- Como podemos calcular a energia cinética de um corpo em rotação?
- Certamente não podemos apenas usar

$$K = \frac{1}{2}Mv^2$$

isso nos daria apenas a energia cinética do CM do disco



- Vamos tratar o disco como sendo formado por um conjunto de partículas com diferentes velocidades, e somar a energia cinética dessas partículas

$$K = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 + \cdots = \sum_i \frac{1}{2}m_i v_i^2$$

- agora podemos usar $v_i = \omega r_i$

$$K = \sum_i \frac{1}{2}m_i(\omega r_i)^2 = \sum_i \frac{1}{2}(m_i r_i^2)\omega^2 = \frac{1}{2}\left(\sum_i m_i r_i^2\right)\omega^2$$

Energia Cinética de Rotação

- Obtemos a relação

$$K = \frac{1}{2}\left(\sum_i m_i r_i^2\right)\omega^2$$

- A grandeza entre parênteses no lado direito depende da forma como a massa do corpo está distribuída em relação ao eixo de rotação.
- Chamamos essa grandeza de momento de inércia do corpo em relação ao eixo de rotação.

Momento de inércia

$$I = \sum_i m_i r_i^2$$

- Podemos reescrever a energia cinética de rotação como

Energia cinética de rotação

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Exemplo: Sistema de partículas girando

Um corpo consiste de quatro partículas pontuais de massa m, formando um retângulo de lados $2a$ e $2b$. O sistema gira com velocidade angular ω em torno do eixo mostrado. Determine a energia cinética do corpo.

- Podemos aplicar a relação

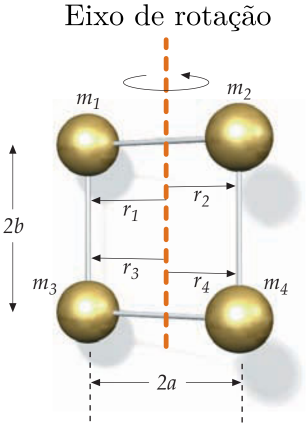
$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

- Em que o momento de inércia é calculado como

$$I = \sum_{i=1}^{4} m_i r_i^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + m_4 r_4^2 = 4ma^2$$

- Obtemos

$$K = \frac{1}{2}(4ma^2)\omega^2 = 2m(a\omega)^2$$

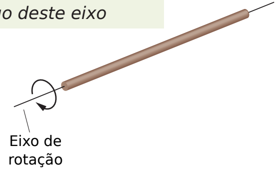


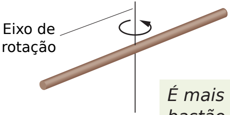
Energia Cinética de Rotação

Momento de inércia

$$I = \sum_i m_i r_i^2$$

É facil rotacionar o bastão ao longo deste eixo

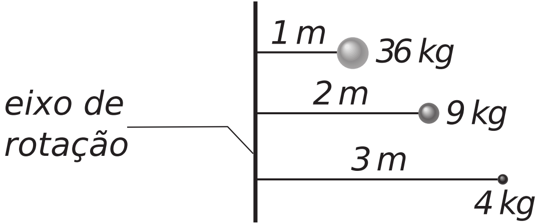




É mais difícil rotacionar o bastão ao longo deste eixo

Teste

A figura mostra três pequenas esferas que giram em torno de um eixo vertical. A distância perpendicular entre o eixo e o centro de cada esfera é dada. Ordene as três esferas de acordo com o momento de inércia em torno do eixo, começando pelo maior.



Sumário

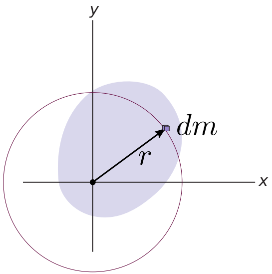
Cálculo do Momento de Inércia

- Para um corpo rígido contendo um número pequeno de partículas

$$I = \sum_i r_i^2 m_i$$

- Quando um corpo rígido contém um número muito grande de partículas muito próximas (contínuo), usamos

$$I = \int r^2 dm$$



Exemplo: momento de inércia de um bastão homogêneo

Encontre o momento de inércia de um bastão fino homogêneo, de comprimento L e massa M, em relação a um eixo perpendicular ao bastão passando por uma extremidade.

- Vamos usar a relação

$$I = \int r^2 dm$$

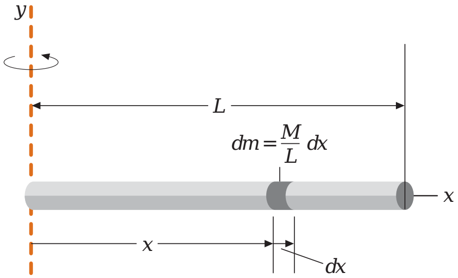
- Como o bastão é homogêneo, temos

$$\lambda = \frac{M}{L} = \frac{dm}{dx} \quad \Longrightarrow \quad dm = \frac{M}{L} dx$$

- Podemos reescrever o momento de inércia como

$$I = \int x^2 dm = \frac{M}{L} \int x^2 dx = \frac{M}{L} \int_0^L x^2 dx = \frac{M}{L} \frac{L^3}{3}$$

$$\boxed{I = \frac{1}{3} M L^2}$$



Exemplo: momento de inércia de disco homogêneo

Encontre o momento de inércia de um disco homogêneo de raio R e massa M, em relação a um eixo que passa perpendicularmente pelo seu centro.

- Vamos usar a relação

$$I = \int r^2 dm$$

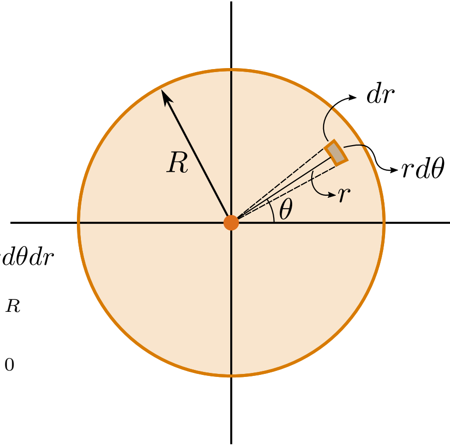
- Como o disco é homogêneo, temos

$$\sigma = \frac{M}{A} = \frac{dm}{dA} \quad \Longrightarrow \quad dm = \frac{M}{A} dA$$

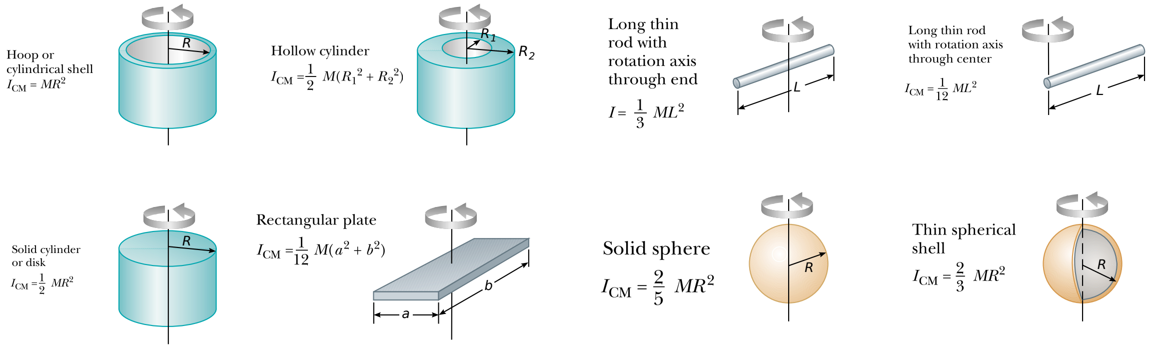
- Podemos escrever dA em coordenadas polares como $dA = r d\theta dr$

$$I = \int r^2 dm = \frac{M}{A} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R dr\, r^3 = \frac{M}{(\pi R^2)} (2\pi) \left[\frac{r^4}{4}\right]_0^R$$

$$\boxed{I = \frac{1}{2} M R^2}$$

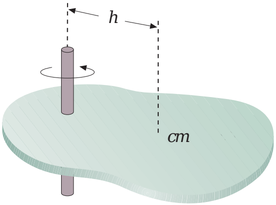


Cálculo do Momento de Inércia



Teorema dos Eixos paralelos

- O teorema dos eixo paralelos relaciona: o momento de inércia em relação a um eixo que passa pelo centro de massa com o momento de inércia em relação a um segundo eixo, paralelo ao primeiro.



Teorema dos eixos paralelos estabelece

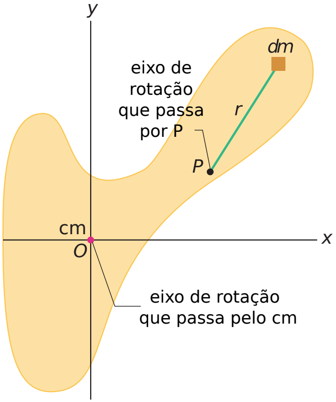
$$I = I_{\text{cm}} + Mh^2$$

- M é a massa total do corpo
- h distância entre os dois eixos

Prova do teorema dos eixos paralelos

- Escolhemos a origem do sistema de coordenadas sobre o centro de massa
- O momento de inercia do corpo em relação ao eixo P é dado por

$$I = \int r^2 dm$$
$$= \int [(x-a)^2 + (y-b)^2] dm$$
$$= \int (x^2+y^2) dm - 2a \int x\, dm - 2b \int y\, dm + \int (a^2+b^2)\, dm$$
$$= I_{\text{CM}} + Mh^2$$



$$x_{cm} = \frac{1}{M}\int x\, dm \qquad y_{cm} = \frac{1}{M}\int y\, dm$$

Prova do teorema dos eixos paralelos

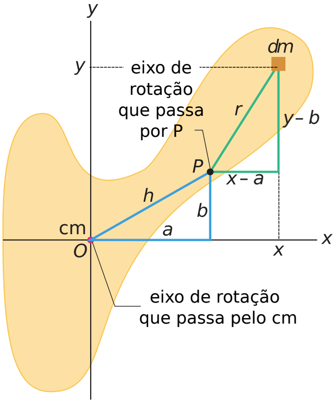
- Escolhemos a origem do sistema de coordenadas sobre o centro de massa
- O momento de inercia do corpo em relação ao eixo P é dado por

$$I = \int r^2 dm$$

$$= \int [(x-a)^2 + (y-b)^2] dm$$

$$= \int (x^2+y^2) dm - 2a \int x\, dm - 2b \int y\, dm + \int (a^2+b^2)\, dm$$

$$= I_{\text{CM}} + Mh^2$$

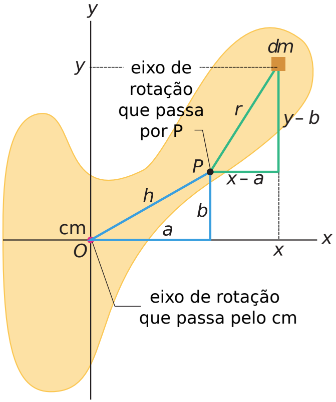


$x_{cm} = \frac{1}{M} \int x\, dm \qquad y_{cm} = \frac{1}{M} \int y\, dm$

Prova do teorema dos eixos paralelos

- Escolhemos a origem do sistema de coordenadas sobre o centro de massa
- O momento de inercia do corpo em relação ao eixo P é dado por

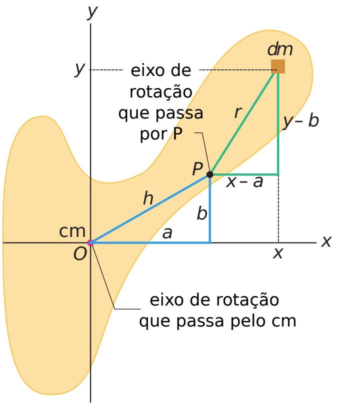
$$
\begin{aligned}
I &= \int r^2 dm \\
&= \int [(x-a)^2 + (y-b)^2] dm \\
&= \int (x^2+y^2) dm - 2a \int x\, dm - 2b \int y\, dm + \int (a^2+b^2)\, dm \\
&= I_{\text{CM}} + Mh^2
\end{aligned}
$$



$x_{cm} = \frac{1}{M} \int x\, dm \qquad y_{cm} = \frac{1}{M} \int y\, dm$

- Escolhemos a origem do sistema de coordenadas sobre o centro de massa
- O momento de inercia do corpo em relação ao eixo P é dado por

$$
\begin{aligned}
I &= \int r^2 dm \\
&= \int [(x-a)^2 + (y-b)^2] dm \\
&= \int (x^2+y^2) dm - 2a \int x\, dm - 2b \int y\, dm + \int (a^2+b^2)\, dm \\
&= I_{\text{CM}} + Mh^2
\end{aligned}
$$

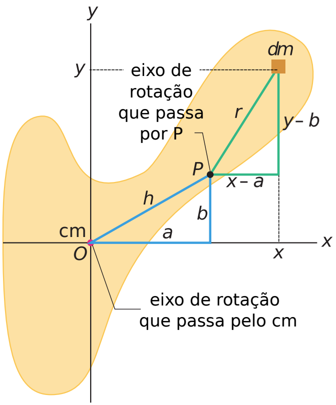


$x_{cm} = \frac{1}{M} \int x\, dm \qquad y_{cm} = \frac{1}{M} \int y\, dm$

Prova do teorema dos eixos paralelos

- Escolhemos a origem do sistema de coordenadas sobre o centro de massa
- O momento de inercia do corpo em relação ao eixo P é dado por

$$I = \int r^2 dm$$
$$= \int [(x-a)^2 + (y-b)^2] dm$$
$$= \int (x^2+y^2)dm - 2a\int x\, dm - 2b\int y\, dm + \int (a^2+b^2)\, dm$$
$$= I_{\text{CM}} + Mh^2$$

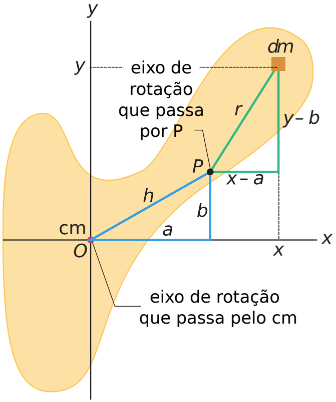


$x_{cm} = \frac{1}{M}\int x\, dm \qquad y_{cm} = \frac{1}{M}\int y\, dm$

Prova do teorema dos eixos paralelos

- Escolhemos a origem do sistema de coordenadas sobre o centro de massa
- O momento de inercia do corpo em relação ao eixo P é dado por

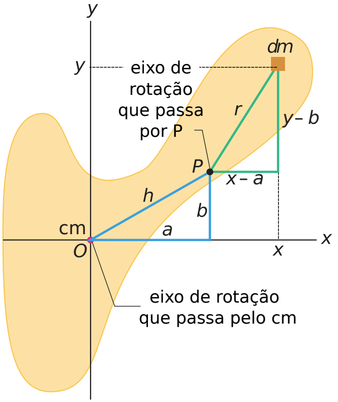
$$\begin{aligned}
I &= \int r^2 dm \\
&= \int [(x-a)^2 + (y-b)^2] dm \\
&= \int \cancelto{R^2}{(x^2+y^2)} dm - 2a \int x\, dm - 2b \int y\, dm + \int (a^2+b^2)\, dm \\
&= I_{\text{CM}} + Mh^2
\end{aligned}$$



$$x_{cm} = \frac{1}{M} \int x\, dm \qquad y_{cm} = \frac{1}{M} \int y\, dm$$

- Escolhemos a origem do sistema de coordenadas sobre o centro de massa
- O momento de inercia do corpo em relação ao eixo P é dado por

$$
\begin{aligned}
I &= \int r^2 dm \\
&= \int [(x-a)^2 + (y-b)^2] dm \\
&= \int \cancelto{R^2}{(x^2+y^2)dm} - 2a \cancelto{0}{\int x\, dm} - 2b \int y\, dm + \int (a^2+b^2)\, dm \\
&= I_{\text{CM}} + Mh^2
\end{aligned}
$$

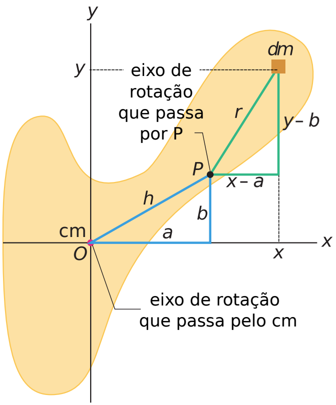


$$x_{cm} = \frac{1}{M}\int x\, dm \qquad y_{cm} = \frac{1}{M}\int y\, dm$$

Prova do teorema dos eixos paralelos

- Escolhemos a origem do sistema de coordenadas sobre o centro de massa
- O momento de inercia do corpo em relação ao eixo P é dado por

$$
\begin{aligned}
I &= \int r^2 dm \\
&= \int [(x-a)^2 + (y-b)^2] dm \\
&= \int \cancelto{R^2}{(x^2+y^2)dm} - 2a \cancelto{0}{\int x\,dm} - 2b \cancelto{0}{\int y\,dm} + \int (a^2+b^2)\,dm \\
&= I_{\text{CM}} + Mh^2
\end{aligned}
$$

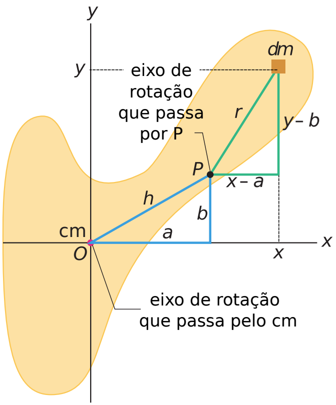


$$x_{cm} = \frac{1}{M}\int x\,dm \qquad y_{cm} = \frac{1}{M}\int y\,dm$$

Prova do teorema dos eixos paralelos

- Escolhemos a origem do sistema de coordenadas sobre o centro de massa
- O momento de inercia do corpo em relação ao eixo P é dado por

$$
\begin{aligned}
I &= \int r^2 dm \\
&= \int [(x-a)^2 + (y-b)^2] dm \\
&= \int \cancelto{R^2}{(x^2+y^2)} dm - 2a \cancelto{0}{\int x\, dm} - 2b \cancelto{0}{\int y\, dm} + \int \cancelto{h^2}{(a^2+b^2)}\, dm \\
&= I_{\text{CM}} + Mh^2
\end{aligned}
$$

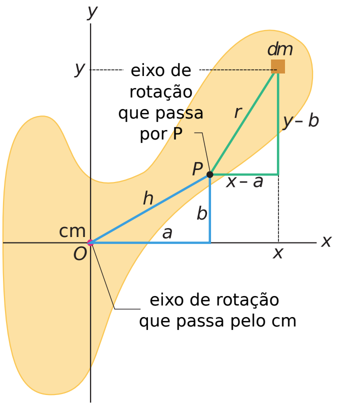


$x_{cm} = \frac{1}{M} \int x\, dm \qquad y_{cm} = \frac{1}{M} \int y\, dm$

Prova do teorema dos eixos paralelos

- Escolhemos a origem do sistema de coordenadas sobre o centro de massa
- O momento de inercia do corpo em relação ao eixo P é dado por

$$
\begin{aligned}
I &= \int r^2 dm \\
&= \int [(x-a)^2 + (y-b)^2] dm \\
&= \int \cancelto{R^2}{(x^2+y^2)} dm - 2a \int \cancelto{0}{x\, dm} - 2b \int \cancelto{0}{y\, dm} + \int \cancelto{h^2}{(a^2+b^2)}\, dm \\
&= I_{\mathsf{CM}} + Mh^2
\end{aligned}
$$



$$x_{cm} = \frac{1}{M} \int x\, dm \qquad y_{cm} = \frac{1}{M} \int y\, dm$$

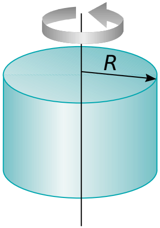
Exemplo: Aplicação do teorema dos eixos paralelos

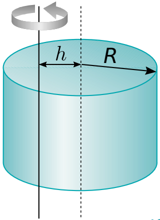
- O momento de inércia de um cilindro maciço de massa M e raio R com relação ao seu eixo é dado por

$$I_{\mathsf{CM}} = \frac{1}{2} M R^2$$

- O momento de inércia do cilindro com relação ao eixo mostrado na figura ao lado é

$$\begin{aligned} I &= I_{\mathsf{CM}} + M h^2 \\ &= \frac{1}{2} M R^2 + M h^2 \\ &= \left(\frac{R^2}{2} + h^2 \right) M \end{aligned}$$





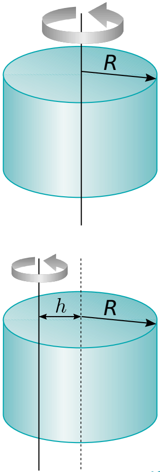
Exemplo: Aplicação do teorema dos eixos paralelos

- O momento de inércia de um cilindro maciço de massa M e raio R com relação ao seu eixo é dado por

$$I_{\text{CM}} = \frac{1}{2}MR^2$$

- O momento de inércia do cilindro com relação ao eixo mostrado na figura ao lado é

$$\begin{aligned} I &= I_{\text{CM}} + Mh^2 \\ &= \frac{1}{2}MR^2 + Mh^2 \\ &= \left(\frac{R^2}{2} + h^2\right)M \end{aligned}$$



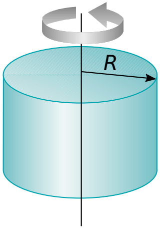
Exemplo: Aplicação do teorema dos eixos paralelos

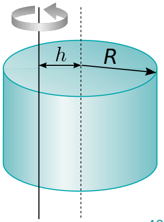
- O momento de inércia de um cilindro maciço de massa M e raio R com relação ao seu eixo é dado por

$$I_{\text{CM}} = \frac{1}{2}MR^2$$

- O momento de inércia do cilindro com relação ao eixo mostrado na figura ao lado é

$$\begin{aligned} I &= I_{\text{CM}} + Mh^2 \\ &= \frac{1}{2}MR^2 + Mh^2 \\ &= \left(\frac{R^2}{2} + h^2\right)M \end{aligned}$$





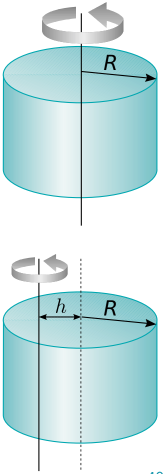
Exemplo: Aplicação do teorema dos eixos paralelos

- O momento de inércia de um cilindro maciço de massa M e raio R com relação ao seu eixo é dado por

$$I_{\mathsf{CM}} = \frac{1}{2}MR^2$$

- O momento de inércia do cilindro com relação ao eixo mostrado na figura ao lado é

$$\begin{aligned} I &= I_{\mathsf{CM}} + Mh^2 \\ &= \frac{1}{2}MR^2 + Mh^2 \\ &= \left(\frac{R^2}{2} + h^2\right)M \end{aligned}$$



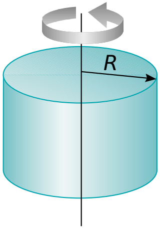
Exemplo: Aplicação do teorema dos eixos paralelos

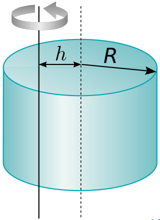
- O momento de inércia de um cilindro maciço de massa M e raio R com relação ao seu eixo é dado por

$$I_{\text{CM}} = \frac{1}{2}MR^2$$

- O momento de inércia do cilindro com relação ao eixo mostrado na figura ao lado é

$$\begin{aligned} I &= I_{\text{CM}} + Mh^2 \\ &= \frac{1}{2}MR^2 + Mh^2 \\ &= \left(\frac{R^2}{2} + h^2\right)M \end{aligned}$$





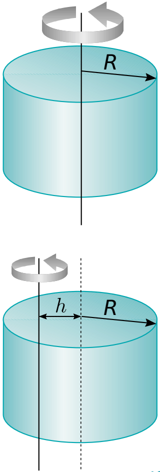
Exemplo: Aplicação do teorema dos eixos paralelos

- O momento de inércia de um cilindro maciço de massa M e raio R com relação ao seu eixo é dado por

$$I_{\text{CM}} = \frac{1}{2}MR^2$$

- O momento de inércia do cilindro com relação ao eixo mostrado na figura ao lado é

$$\begin{aligned} I &= I_{\text{CM}} + Mh^2 \\ &= \frac{1}{2}MR^2 + Mh^2 \\ &= \left(\frac{R^2}{2} + h^2\right)M \end{aligned}$$



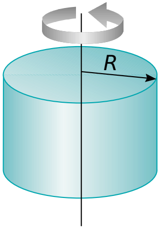
Exemplo: Aplicação do teorema dos eixos paralelos

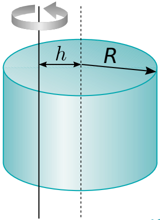
- O momento de inércia de um cilindro maciço de massa M e raio R com relação ao seu eixo é dado por

$$I_{\text{CM}} = \frac{1}{2}MR^2$$

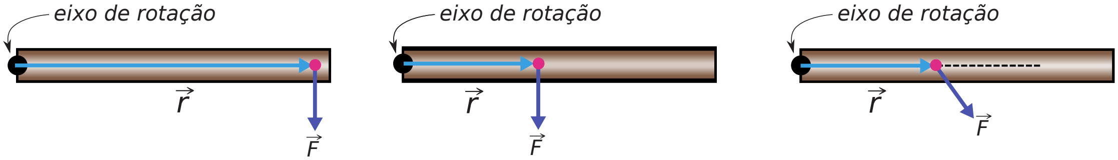
- O momento de inércia do cilindro com relação ao eixo mostrado na figura ao lado é

$$\begin{aligned} I &= I_{\text{CM}} + Mh^2 \\ &= \frac{1}{2}MR^2 + Mh^2 \\ &= \left(\frac{R^2}{2} + h^2\right)M \end{aligned}$$



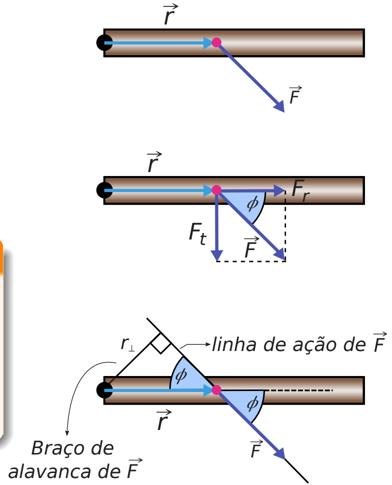


Sumário


eixo de rotação
$\vec{r}$
$\vec{F}$
eixo de rotação
$\vec{r}$
$\vec{F}$
eixo de rotação
$\vec{r}$
$\vec{F}$

Torque

- Para determinar o modo como $\vec{F}$ provoca uma rotação do corpo em torno do eixo de rotação, podemos separar a força em duas componentes
  - A componente radial F_r tem a direção de $\vec{r}$ (não causa rotação)
  - A componente tangencial F_t é perpendicular a $\vec{r}$ e é dada por $F_t = F \sin\phi$ (causa rotação)



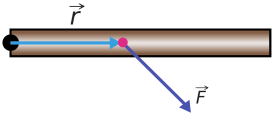
Módulo do torque

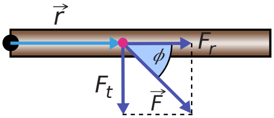
$$
\begin{aligned}
\tau &= rF\sin\phi \\
&= r(F\sin\phi) = rF_t \\
&= F(r\sin\phi) = Fr_\perp
\end{aligned}
$$

- A unidade do torque no SI é (N · m)

Torque

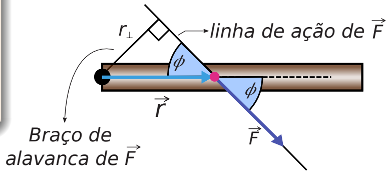
- Para determinar o modo como $\vec{F}$ provoca uma rotação do corpo em torno do eixo de rotação, podemos separar a força em duas componentes
  - A componente radial F_r tem a direção de $\vec{r}$ (não causa rotação)
  - A componente tangencial F_t é perpendicular a $\vec{r}$ e é dada por $F_t = F \sin\phi$ (causa rotação)





Módulo do torque

$$\begin{aligned}\tau &= rF\sin\phi \\ &= r(F\sin\phi) = rF_t \\ &= F(r\sin\phi) = Fr_\perp\end{aligned}$$



- A unidade do torque no SI é (N · m)

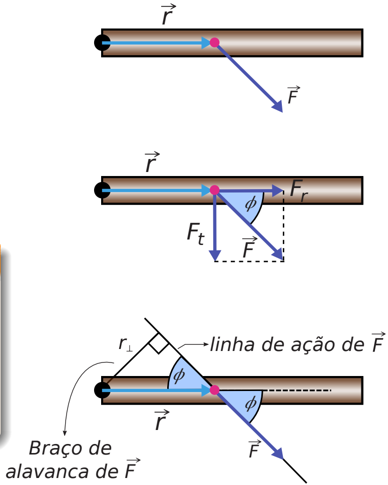
Torque

- Para determinar o modo como $\vec{F}$ provoca uma rotação do corpo em torno do eixo de rotação, podemos separar a força em duas componentes
  - A componente radial F_r tem a direção de $\vec{r}$ (não causa rotação)
  - A componente tangencial F_t é perpendicular a $\vec{r}$ e é dada por $F_t = F \sin\phi$ (causa rotação)

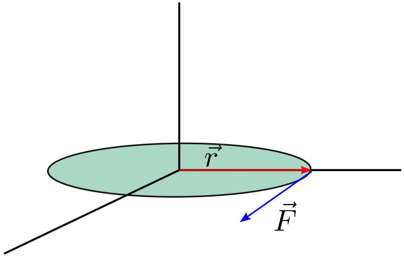
Módulo do torque

$$\begin{aligned}\tau &= rF\sin\phi \\ &= r(F\sin\phi) = rF_t \\ &= F(r\sin\phi) = Fr_\perp\end{aligned}$$

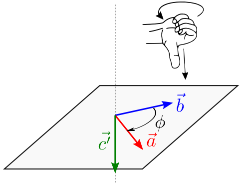
- A unidade do torque no SI é $(\mathrm{N}\cdot\mathrm{m})$



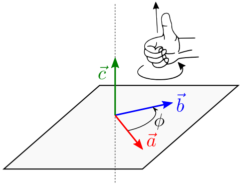
O torque é um vetor $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$



O torque é um vetor $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

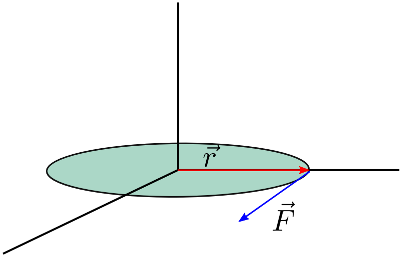


$$\vec{c'} = \vec{b} \times \vec{a}$$

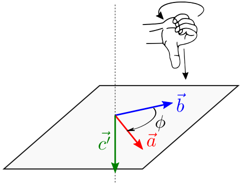


$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

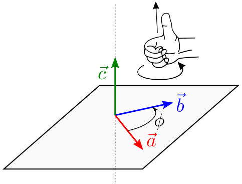
$$\vec{c'} = -\vec{c} \qquad c = ab\sin\phi$$



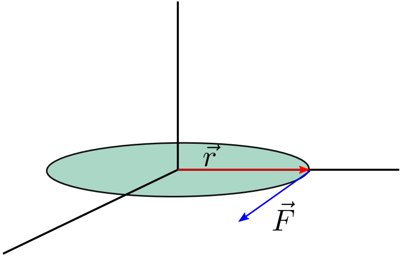
O torque é um vetor $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

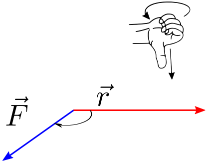


$$\vec{c}' = \vec{b} \times \vec{a}$$



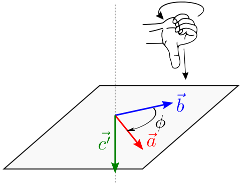
$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$



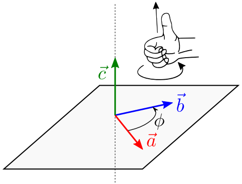


$$\vec{c}' = -\vec{c} \qquad c = ab\sin\phi$$

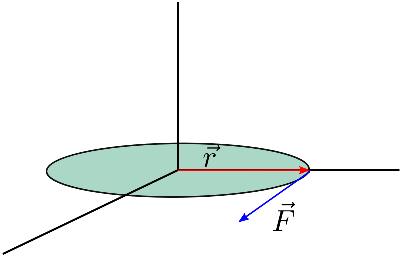
O torque é um vetor $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

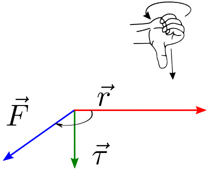


$$\vec{c'} = \vec{b} \times \vec{a}$$



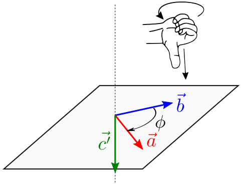
$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$



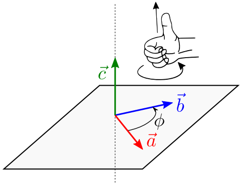


$$\vec{c'} = -\vec{c} \qquad c = ab\sin\phi$$

O torque é um vetor $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

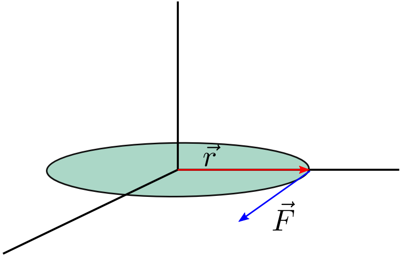


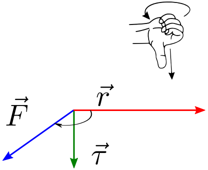
$$\vec{c'} = \vec{b} \times \vec{a}$$

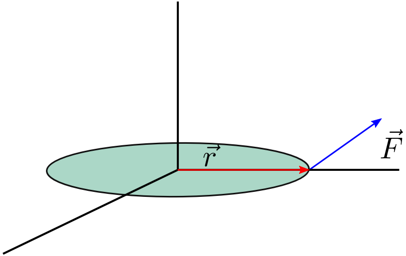


$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

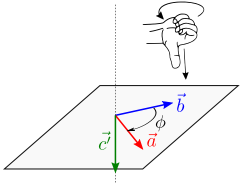
$$\vec{c'} = -\vec{c} \qquad c = ab \sin \phi$$



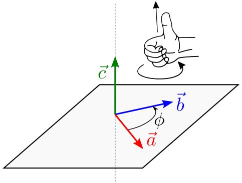




O torque é um vetor $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

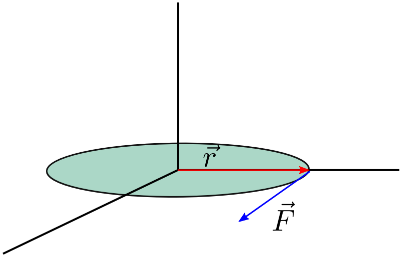


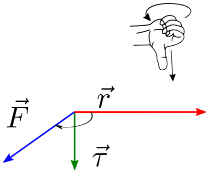
$$\vec{c'} = \vec{b} \times \vec{a}$$

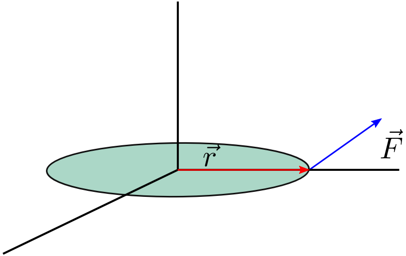


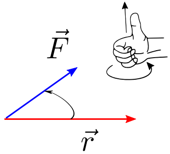
$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

$$\vec{c'} = -\vec{c} \qquad c = ab\sin\phi$$

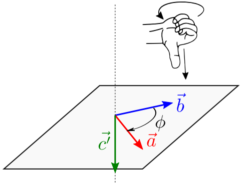




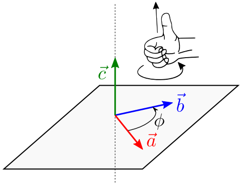




O torque é um vetor $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

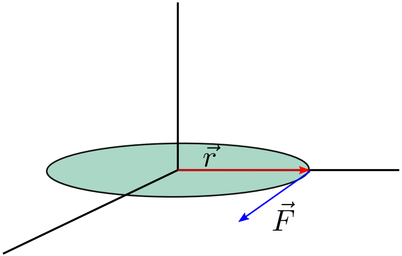


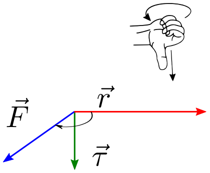
$\vec{c'} = \vec{b} \times \vec{a}$

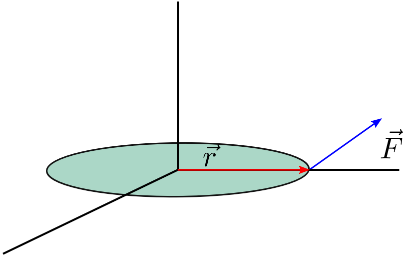


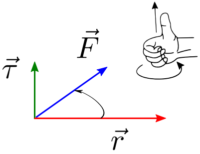
$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$

$\vec{c'} = -\vec{c}$ $\qquad$ $c = ab \sin\phi$

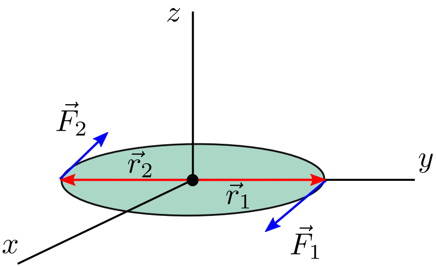


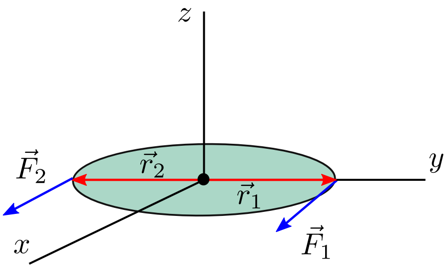




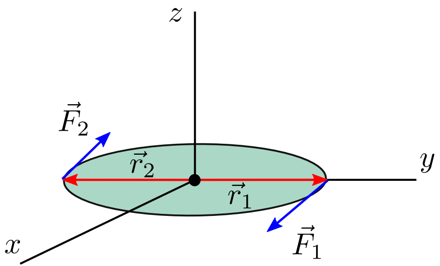


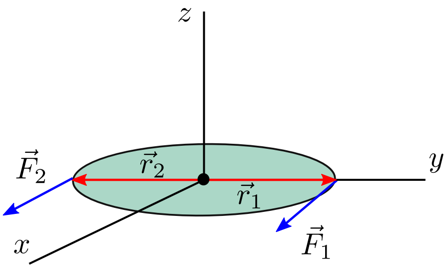
O torque é um vetor $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

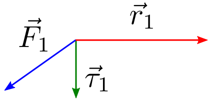




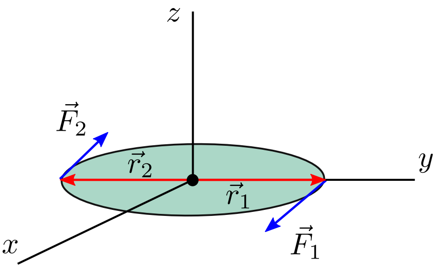
O torque é um vetor $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

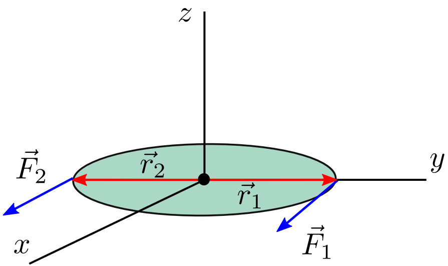


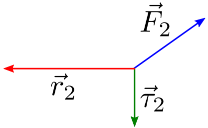


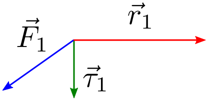


O torque é um vetor $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

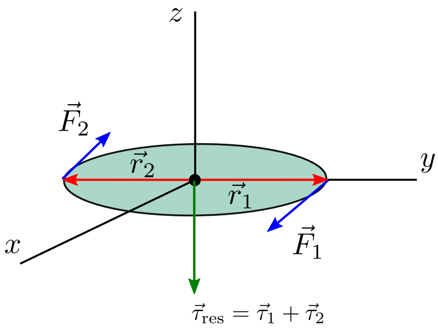


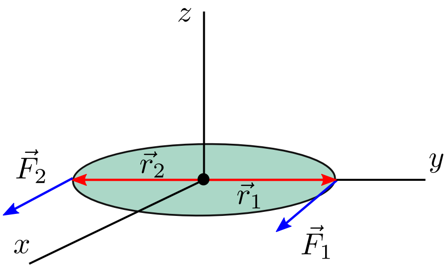


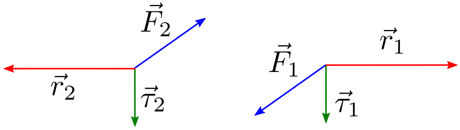




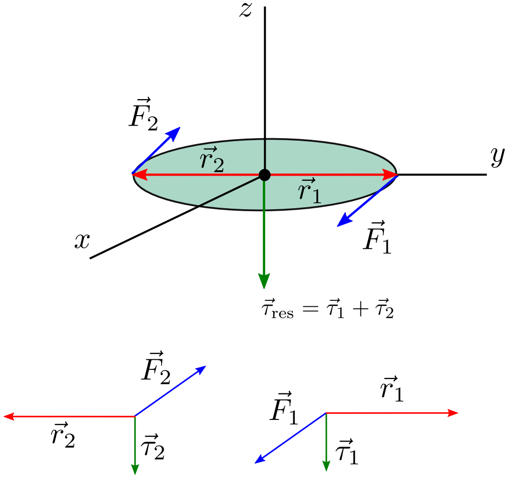
O torque é um vetor $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

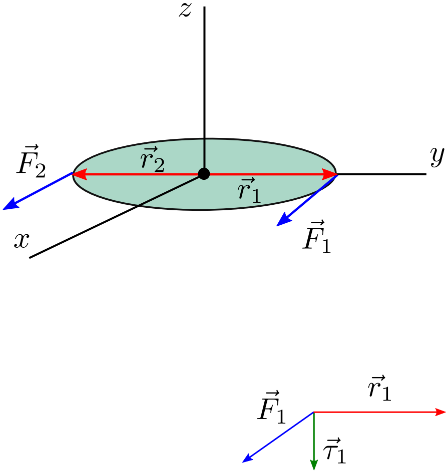




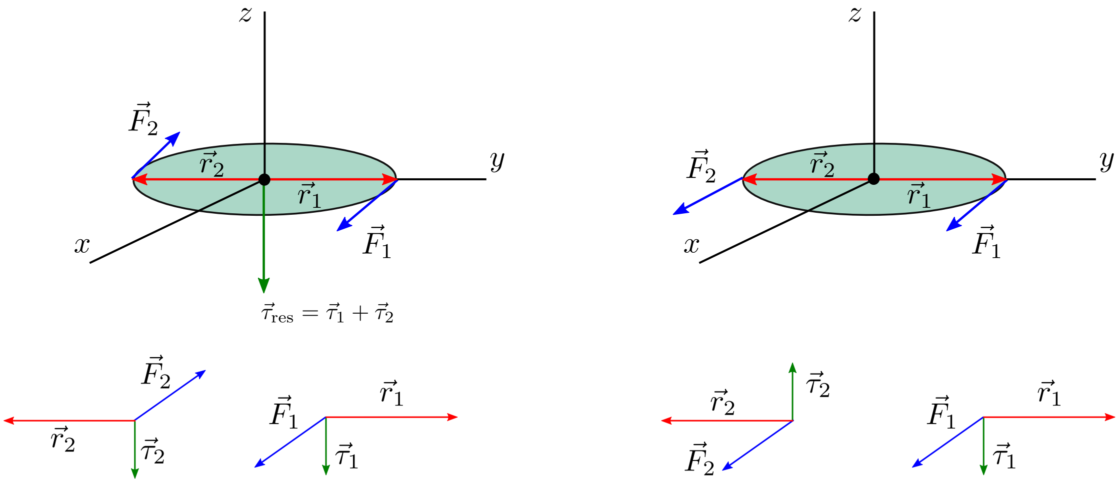


O torque é um vetor $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$





O torque é um vetor $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$



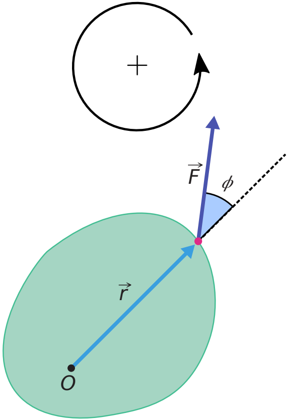
Princípio da superposição:

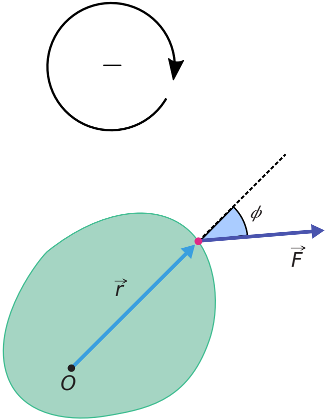
- Quando vários torques atuam sobre um corpo, o torque total (ou torque resultante) é a soma dos torques

$$\vec{\tau}_{res} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \cdots$$

Rotações em torno de um único eixo

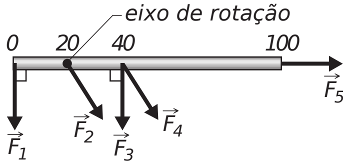
- Atribuímos ao torque um valor positivo se torque faz o corpo girar no sentido anti-horário
- Atribuímos ao torque um valor negativo se torque faz o corpo girar no sentido horário





Teste

A figura mostra a vista superior de uma régua de um metro que pode girar em torno de um eixo situado na posição 20cm. As cinco forças aplicadas à régua são horizontais e têm o mesmo módulo. Ordene as forças de acordo com o módulo do torque que produzem, do maior para o menor.



Sumário

Segunda Lei de Newton para rotações

- Um torque pode fazer um corpo rígido girar
- Queremos aqui relacionar o torque resultante τ_{res} aplicado a um corpo à aceleração angular α produzida pelo torque

$$F_{\text{res}} = ma \qquad \Longrightarrow$$

Segunda Lei de Newton para rotações

- Um torque pode fazer um corpo rígido girar
- Queremos aqui relacionar o torque resultante τ_{res} aplicado a um corpo à aceleração angular α produzida pelo torque

$$F_{\text{res}} = ma \qquad \Longrightarrow$$

Segunda Lei de Newton para rotações

- Um torque pode fazer um corpo rígido girar
- Queremos aqui relacionar o torque resultante τ_{res} aplicado a um corpo à aceleração angular α produzida pelo torque

$$F_{\text{res}} = ma \qquad \Longrightarrow$$

Segunda Lei de Newton para rotações

- Um torque pode fazer um corpo rígido girar
- Queremos aqui relacionar o torque resultante τ_{res} aplicado a um corpo à aceleração angular α produzida pelo torque

$$F_{\text{res}} = ma \qquad \Longrightarrow$$

Segunda Lei de Newton para rotações

- Um torque pode fazer um corpo rígido girar
- Queremos aqui relacionar o torque resultante τ_{res} aplicado a um corpo à aceleração angular α produzida pelo torque

$$F_{\text{res}} = ma \qquad \Longrightarrow \qquad \tau_{\text{res}}$$

Segunda Lei de Newton para rotações

- Um torque pode fazer um corpo rígido girar
- Queremos aqui relacionar o torque resultante τ_{res} aplicado a um corpo à aceleração angular α produzida pelo torque

$$F_{\text{res}} = ma \qquad \Longrightarrow \qquad \tau_{\text{res}} =$$

Segunda Lei de Newton para rotações

- Um torque pode fazer um corpo rígido girar
- Queremos aqui relacionar o torque resultante τ_{res} aplicado a um corpo à aceleração angular α produzida pelo torque

$$F_{\text{res}} = ma \qquad \Longrightarrow \qquad \tau_{\text{res}} = I$$

Segunda Lei de Newton para rotações

- Um torque pode fazer um corpo rígido girar
- Queremos aqui relacionar o torque resultante τ_{res} aplicado a um corpo à aceleração angular α produzida pelo torque

$$F_{\text{res}} = ma \qquad \Longrightarrow \qquad \tau_{\text{res}} = I\alpha$$

Demonstração da relação $\tau = I\alpha$

- Considere o corpo rígido como sendo uma partícula de m presa na extremidade de uma barra de comprimento r.
- A barra pode se mover apenas girando em torno de um eixo, perpendicular ao plano do papel
- Uma força $\vec{F}$ age sobre a partícula
- Podemos relacionar F_t à aceleração tangencial a_t por meio da segunda lei de Newton

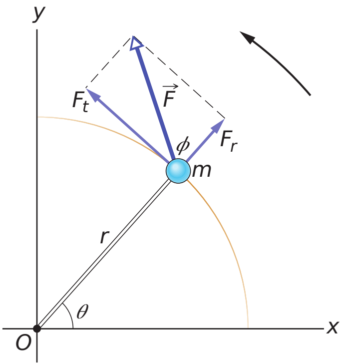
$$F_t = ma_t$$

- O torque que age sobre a partícula é dado por

$$\tau = rF \sin\phi = r\,F_t = r\,ma_t$$

- Usando a relação $a_t = \alpha r$, obtemos

$$\boxed{\tau = (mr^2)\alpha}$$



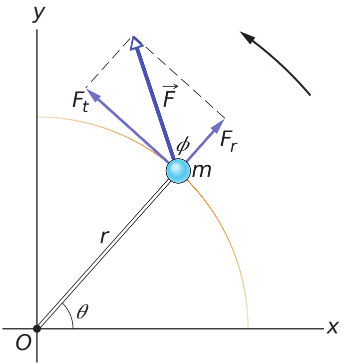
Demonstração da relação $\tau = I\alpha$

- Acabamos de obter
$$\tau = (mr^2)\alpha$$

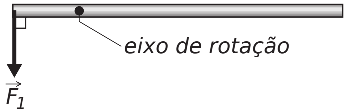
- Note agora que podemos identificar o momento de inércia
$$I = mr^2$$

- Desta forma, podemos escrever
$$\boxed{\tau_{\text{res}} = I\alpha}$$

- Podemos aplicar essa equação a qualquer corpo rígido girando em torno de um eixo fixo, uma vez que qualquer corpo pode ser considerado um conjunto de partículas



A figura mostra a vista superior de uma régua de um metro que pode girar em torno do ponto indicado, que está à esquerda do ponto médio da régua. Duas forças horizontais, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, são aplicadas a régua. Apenas $\vec{F}_1$ é mostrada na figura. A força $\vec{F}_2$ é perpendicular a régua e é aplicada à extremidade direita. Para que a régua não se mova,
(a) qual deve ser o sentido de $\vec{F}_2$?
(b) $|\vec{F}_2|$ deve ser maior, menor ou igual a $|\vec{F}_1|$?



Exemplo: Segunda lei de Newton, rotação, torque, disco

A figura mostra um disco homogêneo, de massa $M = 2,5$kg e raio $R = 20$cm, montado em um eixo horizontal fixo. Um bloco de massa $m = 1,5$kg está pendurado em uma corda enrolada na borda do disco. Determine a aceleração do bloco na queda e a tração da corda.

- Para o bloco

$$F = ma$$
$$T - mg = ma \qquad (5)$$

- Sobre o torque que atua no disco

$$\tau = I\alpha$$
$$-TR = I\alpha \qquad (6)$$

- O momento de inércia I de um disco é

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

- Note que:

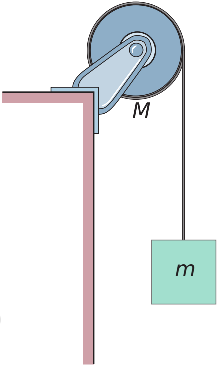
$$a_t = r\alpha \qquad a_t = a$$

- Ficamos com

$$-TR = \left(\frac{1}{2}MR^2\right)\left(\frac{a}{R}\right)$$

- Assim, temos

$$T = -\frac{1}{2}aM \qquad (7)$$



Exemplo: Segunda lei de Newton, rotação, torque, disco

A figura mostra um disco homogêneo, de massa $M = 2,5$kg e raio $R = 20$cm, montado em um eixo horizontal fixo. Um bloco de massa $m = 1,5$kg está pendurado em uma corda enrolada na borda do disco. Determine a aceleração do bloco na queda e a tração da corda.

- Para o bloco

$$F = ma$$
$$T - mg = ma \qquad (5)$$

- Sobre o torque que atua no disco

$$\tau = I\alpha$$
$$-TR = I\alpha \qquad (6)$$

- O momento de inércia I de um disco é

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

- Note que:

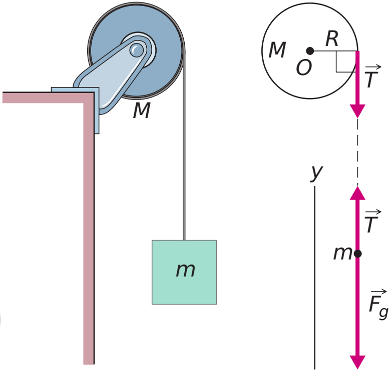
$$a_t = r\alpha \qquad a_t = a$$

- Ficamos com

$$-TR = \left(\frac{1}{2}MR^2\right)\left(\frac{a}{R}\right)$$

- Assim, temos

$$T = -\frac{1}{2}aM \qquad (7)$$



Exemplo: Segunda lei de Newton, rotação, torque, disco

A figura mostra um disco homogêneo, de massa $M = 2,5\text{kg}$ e raio $R = 20\text{cm}$, montado em um eixo horizontal fixo. Um bloco de massa $m = 1,5\text{kg}$ está pendurado em uma corda enrolada na borda do disco. Determine a aceleração do bloco na queda e a tração da corda.

- Para o bloco

$$F = ma$$
$$T - mg = ma \qquad (5)$$

- Sobre o torque que atua no disco

$$\tau = I\alpha$$
$$-TR = I\alpha \qquad (6)$$

- O momento de inércia I de um disco é

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

- Note que:

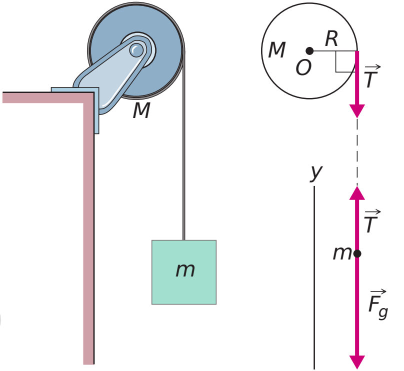
$$a_t = r\alpha \qquad a_t = a$$

- Ficamos com

$$-TR = \left(\frac{1}{2}MR^2\right)\left(\frac{a}{R}\right)$$

- Assim, temos

$$T = -\frac{1}{2}aM \qquad (7)$$



Exemplo: Segunda lei de Newton, rotação, torque, disco

A figura mostra um disco homogêneo, de massa $M = 2,5$kg e raio $R = 20$cm, montado em um eixo horizontal fixo. Um bloco de massa $m = 1,5$kg está pendurado em uma corda enrolada na borda do disco. Determine a aceleração do bloco na queda e a tração da corda.

- Para o bloco

$$F = ma$$
$$T - mg = ma \qquad (5)$$

- Sobre o torque que atua no disco

$$\tau = I\alpha$$
$$-TR = I\alpha \qquad (6)$$

- O momento de inércia I de um disco é

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

- Note que:

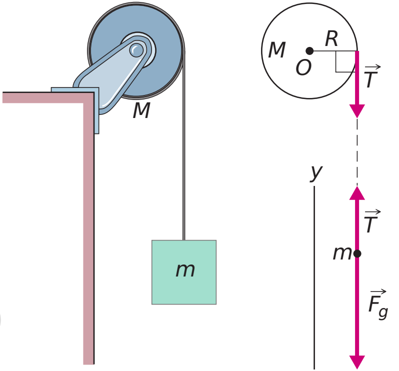
$$a_t = r\alpha \qquad a_t = a$$

- Ficamos com

$$-TR = \left(\frac{1}{2}MR^2\right)\left(\frac{a}{R}\right)$$

- Assim, temos

$$T = -\frac{1}{2}aM \qquad (7)$$



Exemplo: Segunda lei de Newton, rotação, torque, disco

A figura mostra um disco homogêneo, de massa $M = 2,5$kg e raio $R = 20$cm, montado em um eixo horizontal fixo. Um bloco de massa $m = 1,5$kg está pendurado em uma corda enrolada na borda do disco. Determine a aceleração do bloco na queda e a tração da corda.

- Para o bloco

$$F = ma$$

$$T - mg = ma \qquad (5)$$

- Sobre o torque que atua no disco

$$\tau = I\alpha$$

$$-TR = I\alpha \qquad (6)$$

- O momento de inércia I de um disco é

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

- Note que:

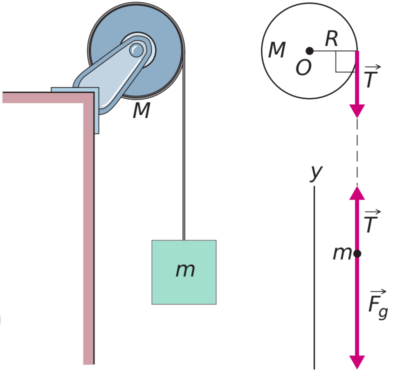
$$a_t = r\alpha \qquad a_t = a$$

- Ficamos com

$$-TR = \left(\frac{1}{2}MR^2\right)\left(\frac{a}{R}\right)$$

- Assim, temos

$$T = -\frac{1}{2}aM \qquad (7)$$



Exemplo: Segunda lei de Newton, rotação, torque, disco

A figura mostra um disco homogêneo, de massa $M = 2,5$kg e raio $R = 20$cm, montado em um eixo horizontal fixo. Um bloco de massa $m = 1,5$kg está pendurado em uma corda enrolada na borda do disco. Determine a aceleração do bloco na queda e a tração da corda.

- Para o bloco

$$F = ma$$
$$T - mg = ma \qquad (5)$$

- Sobre o torque que atua no disco

$$\tau = I\alpha$$
$$-TR = I\alpha \qquad (6)$$

- O momento de inércia I de um disco é

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

- Note que:

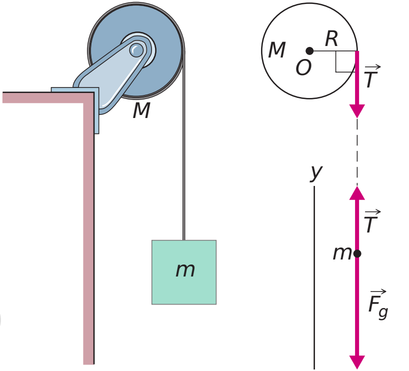
$$a_t = r\alpha \qquad a_t = a$$

- Ficamos com

$$-TR = \left(\frac{1}{2}MR^2\right)\left(\frac{a}{R}\right)$$

- Assim, temos

$$T = -\frac{1}{2}aM \qquad (7)$$



Exemplo: Segunda lei de Newton, rotação, torque, disco

A figura mostra um disco homogêneo, de massa $M = 2,5$kg e raio $R = 20$cm, montado em um eixo horizontal fixo. Um bloco de massa $m = 1,5$kg está pendurado em uma corda enrolada na borda do disco. Determine a aceleração do bloco na queda e a tração da corda.

- Para o bloco

$$F = ma$$

$$T - mg = ma \qquad (5)$$

- Sobre o torque que atua no disco

$$\tau = I\alpha$$

$$-TR = I\alpha \qquad (6)$$

- O momento de inércia I de um disco é

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

- Note que:

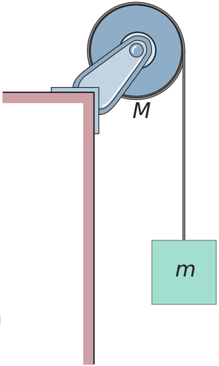
$$a_t = r\alpha \qquad a_t = a$$

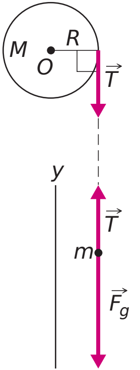
- Ficamos com

$$-TR = \left(\frac{1}{2}MR^2\right)\left(\frac{a}{R}\right)$$

- Assim, temos

$$T = -\frac{1}{2}aM \qquad (7)$$





Exemplo: Segunda lei de Newton, rotação, torque, disco

A figura mostra um disco homogêneo, de massa $M = 2,5\text{kg}$ e raio $R = 20\text{cm}$, montado em um eixo horizontal fixo. Um bloco de massa $m = 1,5\text{kg}$ está pendurado em uma corda enrolada na borda do disco. Determine a aceleração do bloco na queda e a tração da corda.

- Para o bloco

$$F = ma$$
$$T - mg = ma \qquad (5)$$

- Sobre o torque que atua no disco

$$\tau = I\alpha$$
$$-TR = I\alpha \qquad (6)$$

- O momento de inércia I de um disco é

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

- Note que:

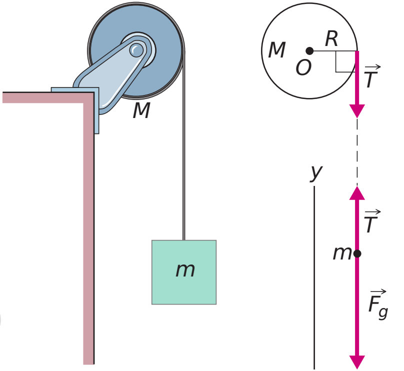
$$a_t = r\alpha \qquad a_t = a$$

- Ficamos com

$$-TR = \left(\frac{1}{2}MR^2\right)\left(\frac{a}{R}\right)$$

- Assim, temos

$$T = -\frac{1}{2}aM \qquad (7)$$



Exemplo: Segunda lei de Newton, rotação, torque, disco

A figura mostra um disco homogêneo, de massa $M = 2,5$kg e raio $R = 20$cm, montado em um eixo horizontal fixo. Um bloco de massa $m = 1,5$kg está pendurado em uma corda enrolada na borda do disco. Determine a aceleração do bloco na queda e a tração da corda.

- Para o bloco

$$F = ma$$

$$T - mg = ma \qquad (5)$$

- Sobre o torque que atua no disco

$$\tau = I\alpha$$

$$-TR = I\alpha \qquad (6)$$

- O momento de inércia I de um disco é

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

- Note que:

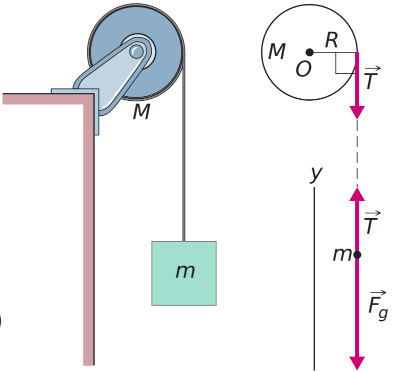
$$a_t = r\alpha \qquad a_t = a$$

- Ficamos com

$$-TR = \left(\frac{1}{2}MR^2\right)\left(\frac{a}{R}\right)$$

- Assim, temos

$$T = -\frac{1}{2}aM \qquad (7)$$



Exemplo: Segunda lei de Newton, rotação, torque, disco

A fig. mostra um disco homogêneo, de massa $M = 2,5$kg e raio $R = 20$cm, montado em um eixo horizontal fixo. Um bloco de massa $m = 1,5$kg está pendurado em uma corda enrolada na borda do disco. Determine a aceleração do bloco na queda e a tração da corda.

- Substituindo (3) em (1), obtemos

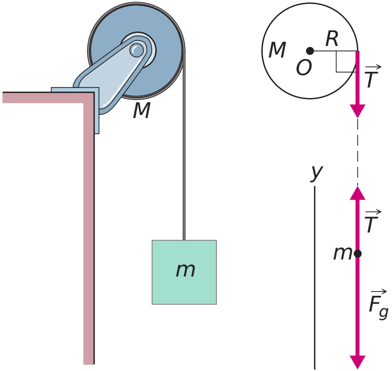
$$a = -\left(\frac{2m}{M + 2m}\right) g = -4,8\text{m/s}^2$$

- Podemos usar (3) para calcular T. Obtemos

$$T = -\frac{1}{2} a M = 6,0\text{N}$$

- Note que caso $M = 0$, teríamos

$$T = -\frac{1}{2} a M = 0 \qquad a = -\left(\frac{2m}{M + 2m}\right) g = -g$$



Exemplo: Segunda lei de Newton, rotação, torque, disco

A fig. mostra um disco homogêneo, de massa $M = 2,5$kg e raio $R = 20$cm, montado em um eixo horizontal fixo. Um bloco de massa $m = 1,5$kg está pendurado em uma corda enrolada na borda do disco. Determine a aceleração do bloco na queda e a tração da corda.

- Substituindo (3) em (1), obtemos

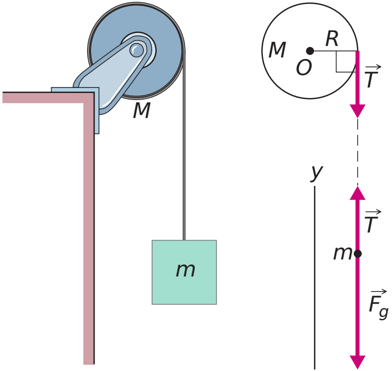
$$a = -\left(\frac{2m}{M + 2m}\right) g = -4,8\text{m/s}^2$$

- Podemos usar (3) para calcular T. Obtemos

$$T = -\frac{1}{2} a M = 6,0\text{N}$$

- Note que caso $M = 0$, teríamos

$$T = -\frac{1}{2} a M = 0 \qquad a = -\left(\frac{2m}{M + 2m}\right) g = -g$$



Exemplo: Segunda lei de Newton, rotação, torque, disco

A fig. mostra um disco homogêneo, de massa $M = 2,5$kg e raio $R = 20$cm, montado em um eixo horizontal fixo. Um bloco de massa $m = 1,5$kg está pendurado em uma corda enrolada na borda do disco. Determine a aceleração do bloco na queda e a tração da corda.

- Substituindo (3) em (1), obtemos

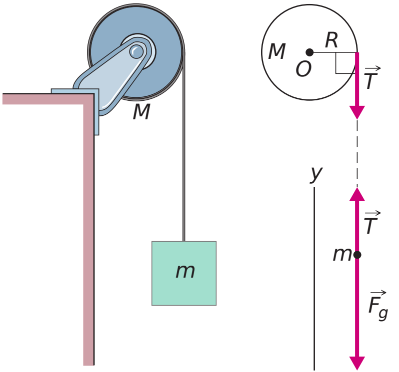
$$a = -\left(\frac{2m}{M + 2m}\right) g = -4,8\text{m/s}^2$$

- Podemos usar (3) para calcular T. Obtemos

$$T = -\frac{1}{2} aM = 6,0\text{N}$$

- Note que caso $M = 0$, teríamos

$$T = -\frac{1}{2} aM = 0 \qquad a = -\left(\frac{2m}{M + 2m}\right) g = -g$$



Sumário

Trabalho e energia cinética de rotação

- Já estudamos o teorema trabalho-energia cinética

Teorema do Trabalho e Energia Cinética

$$\Delta K = W$$

- Como o teorema fica no caso de rotações?

Trabalho e energia cinética de rotação

- Durante a rotação, a força $\vec{F}$ realiza trabalho sobre o corpo.
- Podemos aplicar o teorema trabalho-energia cinética

$$\Delta K = W$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = W$$

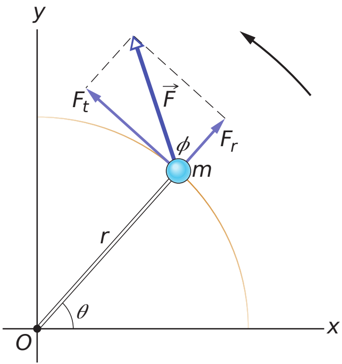
- usando $v = \omega r$, teremos

$$\frac{1}{2}mr^2\omega_f^2 - \frac{1}{2}mr^2\omega_i^2 = W$$

- Identificando $I = mr^2$, temos

$$\boxed{\Delta K = \frac{1}{2}I\omega_f^2 - \frac{1}{2}I\omega_i^2}$$

- A equação acima é valida para qualquer corpo rígido em rotação ao redor de um eixo fixo.



Trabalho e energia cinética de rotação

- Podemos relacionar o trabalho W com o torque exercido sobre o corpo pela força $\vec{F}$
- Note que apenas a componente F_t da força realiza trabalho.
- Esse trabalho pode ser escrito como

$$dW = F_t ds$$

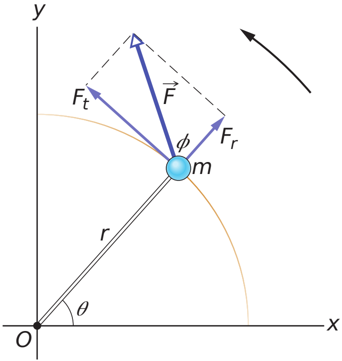
- Podemos usar $ds = r d\theta$ e escrever

$$dW = F_t r \, d\theta$$

- como $\tau = F_t r$, podemos escrever

$$dW = \tau \, d\theta$$

- O trabalho realizado em um deslocamento angular finito de θ_i para θ_f é portanto



$$\boxed{W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau \, d\theta}$$

Trabalho e energia cinética de rotação

- Já estudamos o teorema trabalho-energia cinética

$$\boxed{\Delta K = W}$$

- Como o teorema fica no caso de rotações?

$$\boxed{\Delta K = \frac{1}{2}I\omega_f^2 - \frac{1}{2}I\omega_i^2} \qquad \boxed{W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau \, d\theta}$$

- Podemos calcular a potência P desenvolvida por um corpo em um movimento de rotação como

$$P = \frac{dW}{dt} = \tau\frac{d\theta}{dt}$$

$$\boxed{P = \tau\omega}$$

$dW = \tau d\theta$

Translação vs Rotação

Translação Pura (Direção Fixa)		Rotação Pura (Eixo Fixo)	
Posição	x	Posição angular	θ
Velocidade	$v = dx/dt$	Velocidade angular	$\omega = d\theta/dt$
Aceleração	$a = dv/dt$	Aceleração angular	$\alpha = d\omega/dt$
Massa	m	Momento de inércia	I
Segunda Lei de Newton	$F_{\text{net}} = ma$	Segunda Lei de Newton	$\tau_{\text{net}} = I\alpha$
Trabalho	$W = \int F dx$	Trabalho	$W = \int \tau d\theta$
Energia cinética	$K = \frac{1}{2}mv^2$	Energia cinética	$K = \frac{1}{2}I\omega^2$
Potência	$P = Fv$	Potência	$P = \tau\omega$
Teorema trabalho-energia cinética	$W = \Delta K$	Teorema trabalho-energia cinética	$W = \Delta K$

Dicas

- Reproduza as passagens de maneira independente!
- Está fazendo a lista?
- Estude as referências!
- Estude os exemplos resolvidos dos livros!

- D. Halliday, R. Resnick, and J. Walker. *Fundamentos de Física - Mecânica*, volume 1.
  LTC, 10 edition, 2016
- P.A. Tipler and G. Mosca. *Física para Cientistas e Engenheiros*, volume 1.
  LTC, 10 edition, 2009
- H.M. Nussenzveig. *Curso de física básica, 1: mecânica.*
  E. Blucher, 2013
- H.D. Young, R.A. Freedman, F.W. Sears, and M.W. Zemansky. *Sears e Zemansky física I: mecânica*
- M. Alonso and E.J. Finn. *Física: Um curso universitário - Mecânica.*
  Editora Blucher, 2018
- R.P. Feynman, R.B. Leighton, and M.L. Sands. *Lições de Física de Feynman.*
  Bookman, 2008