

Gabarito das questões :

$$\textcircled{1} T = \frac{1}{2} (M \dot{x}_1 + m_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2)^2 + m_2 (\dot{x}_1 + \dot{x}_2)^2)$$

$$V = g (M x_1 - m_1 (x_1 - x_2) - m_2 (x_1 + x_2)) + \text{cte}$$

$$L = T - V$$

Equações de Euler-Lagrange :

$$\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = 0$$

na coordenada x_1 :

$$-g(M - m_1 - m_2) = M \ddot{x}_1 + m_1 (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2) + m_2 (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2)$$

na coordenada x_2 :

$$-g(m_1 - m_2) = -m_1 (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2) + m_2 (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2)$$

② Como todos os pontos da fita se movem juntos

$$T = \frac{1}{2} M \dot{x}^2$$

O potencial gravitacional é

$$V = \int_0^x \mu g(h-s) ds \quad (\mu = M/L)$$

A equação de Euler-Lagrange é

$$M \ddot{x} = \mu g(h-x) \quad \left(\begin{array}{l} \text{lembre} \\ 0 \leq x \leq h \end{array} \right)$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad T = & \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\Theta}_1^2 + \\ & + \frac{1}{2} m_2 (l_1^2 \dot{\Theta}_1^2 + l_2^2 \dot{\Theta}_2^2 + 2l_1 l_2 \dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_2 \cos(\Theta_1 - \Theta_2)) \end{aligned}$$

$$V = -(m_1 + m_2) g l_1 \cos \Theta_1 - m_2 g l_2 \cos \Theta_2$$

Basta calcular a equação de Euler-Lagrange p/ $L = T - V$.

④

$$L = m_0 c^2 \left[1 - \left(1 - \frac{\dot{x}^2}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] - V(x)$$

$$H = m_0 c^2 \left[1 + \left(\frac{p_x}{m_0 c} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - m_0 c^2 + V(x)$$

⑤ Para mostrar que S é uma hipersuperfície, use o teorema da função implícita.

Agora observe que

$$S = H^{-1}(c) \Rightarrow TS = \text{Ker}(dH|_S)$$

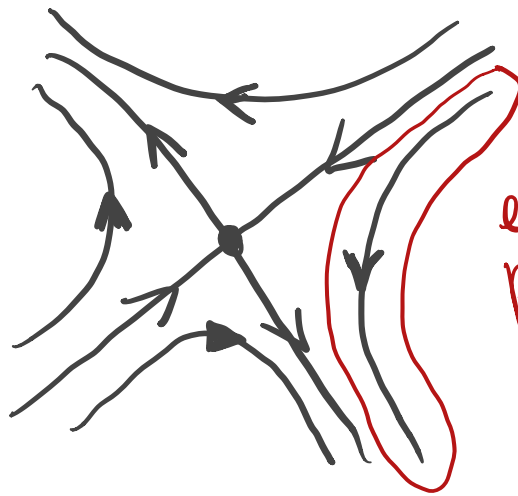
então se $S = H_2^{-1}(c_2)$, temos

$$\text{Ker}(dH|_S) = \text{Ker}(dH_2|_S) \Rightarrow$$

$$dH|_S = \rho dH_2|_S \Rightarrow X_H|_S = \rho X_{H_2}|_S$$

⑥ Esse campo não preserva área

⑦ Basta olhar o exemplo

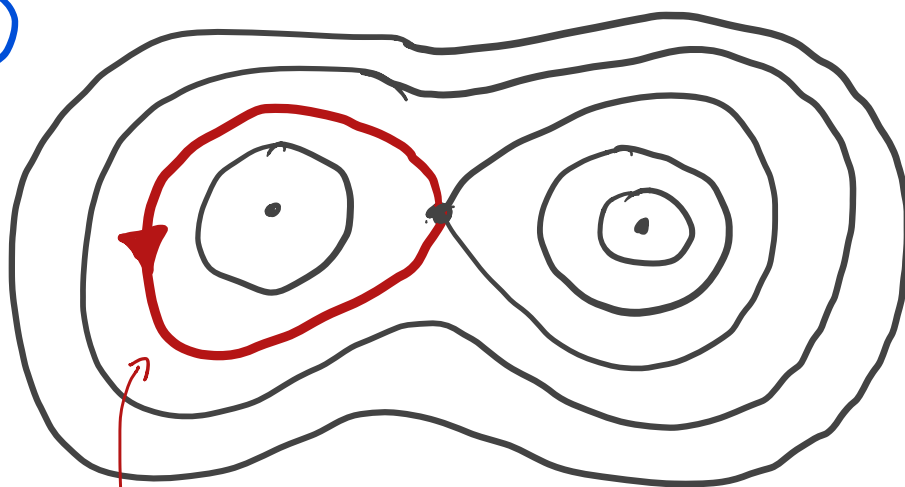


← folhas regulares
e mesmo assim, não
preserva área.

Basta pegar uma
folha regular

suficientemente próxima da folha
estável para observar que os
comprimentos não são preservados.

8



órbita não recorrente