Finanças I

Apreçamento: Títulos e Ações

Títulos

- Títulos de cupons zero ou títulos com desconto puro:
  - Tipo mais simples de título;
  - Pagamento de um valor específico e denominado em múltiplos unitários numa data fixa no futuro:
    - Data do vencimento: data em que o emissor do título efetua o último pagamento;
    - O título vence ou expira na data do vencimento;
    - O montante a ser pago na data do vencimento é chamado de valor de face ou principal.

Títulos

- Títulos de cupom zero ou títulos com desconto puro:
  - São chamados de títulos de cupom zero, porque o detentor não recebe nenhum pagamento antes da data do vencimento;
  - Vamos admitir um título de cupom zero com valor de face igual a F, a ser pago em T anos;
  - A taxa de juros é igual a r em cada um dos T anos:
    - Taxa de juros de mercado.

Valor Presente do Título de Cupom Zero

$$VP = \frac{FC}{(1+r)^T}$$

Exemplo

- Vamos admitir o seguinte exemplo:
  - Taxa de juros é igual a 10% aa;
  - O valor de face de um título de cupom zero é R$ 1.000.000,00;
  - Data do vencimento: daqui a 20 anos;
  - Calcular o VP desse título.

Exemplo

$$VP = \frac{1.000.000}{(1,1)^{20}} = R\$\ 148.644,00$$

Títulos

- Títulos que pagam cupons até a data do vencimento:
  - Emitidos pela maioria dos tesouros nacionais e corporações privadas;
  - Oferecem pagamentos de cupons ao longo do tempo, em bases regulares;
  - No caso do mercado norte-americano, a periodicidade de pagamentos de cupons é semestral.

Títulos

- Títulos que pagam cupom até a data do vencimento:
  - O principal do título é resgatado juntamente com o último pagamento de cupom;
  - Os títulos emitidos nos EUA tem valor de face padrão e igual a US$ 1.000,00;
  - Este tipo de título corresponde a uma semestralidade de valor C para cada período, acrescida do pagamento de R$ 1.000,00 na data do vencimento.

Preço do Título: VPL dos Fluxos de Caixa

$$VP = \frac{FC}{(1+r)} + \frac{FC}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{FC}{(1+r)^T} + \frac{VF}{(1+r)^T}$$

Preço do Título: VPL dos Fluxos de Caixa

$$VP = \sum_{i=1}^{T} \frac{FC_i}{(1+r)^i} + \frac{VF}{(1+r)^T}$$

Títulos

- *Consols*:
  - São títulos que não tem uma data de vencimento prevista. Isto é, são títulos que nunca atingem a maturidade;
  - Um *consol* é uma perpetuidade;
  - O Banco da Inglaterra emitiu a primeira série de *consols* no século XVIII:
    - *English Consols*;
    - O Banco da Inglaterra ainda continua a honrar os pagamentos de cupons desses títulos nos dias atuais.

Títulos

- *Consols*:
  - O tesouro americano emitiu uma vez esse tipo de título para levantar recursos para a construção do Canal do Panamá;
  - No entanto, esses títulos não se encontram mais em mercado, nem o governo americano continua a pagar cupons aos detentores do mesmo:
    - No caso específico desses títulos, existia uma cláusula especial no contrato que garantia ao governo americano o direito de recomprá-los;
    - Foi exatamente isso que o governo americano fez;
    - Cláusula: *call provisions.*

Títulos

- *Consols*:
  - Exemplo especial: ação preferencial;
  - Uma ação preferencial é emitida por uma sociedade de capital aberto que dá o direito de um dividendo perpétuo ao detentor;
  - Avaliar esses instrumentos por meio da fórmula de apreciação de uma perpetuidade.

Exemplo

- Vamos admitir as seguintes condições para o cálculo do valor de uma perpetuidade:
  - Taxa de juros de mercado é igual a 10%;
  - Pagamentos de cupons anuais no valor de R$ 50,00;
  - Preço da perpetuidade é dado por:

$$PV = \frac{50}{0{,}10} = R\$\ 500{,}00$$

Títulos: Alguns Aspectos

- A relação entre o preço de um título e a taxa de juros:
  - A relação entre o preço de um título e a taxa de juros é inversa;
  - Trata-se da relação preço-retorno de um título, que pode se representada de forma gráfica por uma curva convexa em relação à origem.

Títulos: Alguns Aspectos

- Taxa de cupom e taxa de retorno:
  - Se a taxa de cupom for igual à taxa de retorno, então o preço do título em mercado é o valor de face:
    - O título está sendo negociado ao par.
  - Se a taxa de cupom for menor do que a taxa de retorno, então o preço do título em mercado é menor do que o valor de face:
    - O título é negociado com desconto.
  - Se a taxa de cupom for maior do que a taxa de retorno, então o preço do título em mercado é maior do que o valor de face:
    - O título é negociado com prêmio.

Títulos: Alguns Aspectos

- Taxa de retorno até o vencimento:
  - Por definição, é a taxa de juros que iguala os fluxos de caixa futuros do título ao valor presente do mesmo;
  - O conceito envolvido nesta definição é o de taxa interna de retorno (TIR);
  - Freqüentemente, a taxa de retorno até a maturidade é o retorno do título *for short*.

Medidas de Volatilidade

- *Duration:*
  - Medida de volatilidade-preço que é definida pela alteração aproximada no preço de um título, diante de uma modificação infinitesimalmente pequena na taxa de retorno do mesmo;
  - A ponderação da expressão resultante pelo preço do título é denominada *Duration* de Macaulay.

Medidas de Volatilidade

$$P = \frac{FC}{(1+y)} + \frac{FC}{(1+y)^2} + \ldots + \frac{FC}{(1+y)^n} + \frac{VF}{(1+y)^n}$$

Medidas de Volatilidade

$$\frac{dP}{dy} = \frac{-FC}{(1+y)^2} + \frac{-2FC}{(1+y)^3} + \ldots + \frac{-nFC}{(1+y)^{n+1}} + \frac{-nVF}{(1+y)^{n+1}}$$

Medidas de Volatilidade

$$\frac{dP}{dy} = -\frac{1}{1+y}\left[\frac{FC}{(1+y)} + \frac{2FC}{(1+y)^2} + \ldots + \frac{nFC}{(1+y)^n} + \frac{nVF}{(1+y)^n}\right]$$

Medidas de Volatilidade

- *Duration:*
  - O termo entre colchetes é a média ponderada dos fluxos de caixa até o vencimento e referentes ao título;
  - Os pesos são os valores presentes dos fluxos de caixa;
  - Dividindo os dois lados da equação anterior por P, obtemos a variação percentual aproximada no preço do título.

Medidas de Volatilidade

$$\frac{dP}{dy}\left(\frac{1}{P}\right) = -\frac{1}{1+y}\left[\frac{FC}{(1+y)} + \ldots + \frac{nFC}{(1+y)^{n+1}} + \frac{nVF}{(1+y)^{n+1}}\right]\frac{1}{P}$$

Medidas de Volatilidade

$$MD = \frac{\left[\frac{FC}{(1+y)} + \frac{2FC}{(1+y)^2} \ldots + \frac{nFC}{(1+y)^{n+1}} + \frac{nVF}{(1+y)^{n+1}}\right]}{P}$$

Medidas de Volatilidade

$$MD = \frac{\displaystyle\sum_{t=1}^{n} \frac{tFC}{(1+y)^t} + \frac{nVF}{(1+y)^{n+1}}}{P}$$

Medidas de Volatilidade

- *Duration:*
  - Substituindo a expressão anterior na equação referente à alteração percentual do preço do título, temos o seguinte:

$$\frac{dP}{dy}\left(\frac{1}{P}\right) = -\frac{1}{(1+y)}(MD)$$

Medidas de Volatilidade

- *Duration:*
  - Os investidores chamam a relação entre a *duration* de Macaulay e o termo 1/(1+y) de *duration* modificada:

$$MDM = \frac{MD}{(1+y)}$$

Medidas de Volatilidade

$$\frac{dP}{dy}\left(\frac{1}{P}\right) = -MDM$$

Medidas de Volatilidade

- *Duration* em anos:
  - Em termos gerais, se os fluxos de caixa são pagos m vezes em um ano, as medidas de duração são ajustadas pelo seguinte:

$$MD(Anos) = \frac{MD(m)}{m}$$

Exemplo: Cálculo da *Duration*

Período	FC	VP(R$1,00)	VP(FC)	t*VP(FC)
1	4,50	0,956937	4,306220	4,306220
2	4,50	0,915729	4,120785	8,24156
3	4,50	0,876296	3,943335	11,83000
4	4,50	0,838561	3,773526	15,09410
5	4,50	0,802451	3,611030	18,05514
6	4,50	0,767805	3,455531	20,73318
7	4,50	0,734828	3,306728	23,14709
8	4,50	0,703185	3,164333	25,31466
9	4,50	0,672904	3,028070	27,25262
10	104,50	0,643927	67,290443	672,90442
Totais			100.000000	826,87899

Duration

$$MD = \frac{826,87899}{100,000000} = 8,27$$

Duration

$$MD(Anos) = \frac{8{,}27}{2} = 4{,}13$$

Duration Modificada

$$MDM(Anos) = \frac{4,13}{1,045} = 3,96$$

Propriedades da *Duration*

- Tanto a *duration* de Macaulay, como a *duration* modificada de um título são medidas de duração inferiores à maturidade original;
- A *duration* de um título que não paga cupom é exatamente igual à maturidade do mesmo;
- No entanto, a *duration* modificada de um título que não paga cupom é inferior a sua maturidade;
- Quanto menor a taxa de cupom, geralmente as medidas de *duration* de Macaulay e modificada são mais elevadas;
- Consistência entre as propriedades da volatilidade-preço de um título e as propriedades das medidas de *duration:*
  - Maturidade;
  - Taxa de cupom;
  - Taxa de retorno até o vencimento.

Medida de Aproximação: Alteração Percentual no Preço

$$\frac{dP}{dy}\left(\frac{1}{P}\right)dy = -MDM\,(dy)$$

Medida de Aproximação: Alteração Percentual no Preço

$$\frac{dP}{P} = -MDM(dy)$$

Medida de Aproximação: Alteração Percentual no Preço

- A medida de aproximação anterior pode ser utilizada para obter uma alteração percentual aproximada no preço do título, diante uma alteração na taxa de retorno exigida em mercado;
- O exemplo a seguir ilustra o cálculo pela expressão anterior.

Medida de Aproximação: Alteração Percentual no Preço

- Vamos admitir um título com vencimento em 25 anos, pagamentos de cupons de 6% aa, que está sendo negociado em mercado por R$ 70,3570 e taxa de retorno igual a 9% aa;
- A *duration* modificada desse título é igual a 10,62 anos;
- Se a taxa de retorno crescer, instantaneamente, de 9% aa para 9,10% aa, a variação percentual aproximada ocorrida no preço do título é a seguinte:

Medida de Aproximação: Alteração Percentual no Preço

$$\frac{dP}{P} = -10{,}62(0{,}0010) = -0{,}0106 = -1{,}06\%$$

Duration: Fatos Relevantes

- A *duration* superestima a variação do preço do título, quando a taxa de retorno exigida em mercado cresce. Logo, o novo preço final é subestimado;
- Quando a taxa de retorno decresce, a *duration* subestima a variação do preço do título e o novo preço final do título é superestimado.

Convexidade

- A *duration* fornece uma boa estimativa das variações dos preços dos títulos, desde que a variação admitida da taxa de retorno seja pequena;
- Logo, não captura o efeito da convexidade de um título sobre o desempenho do preço do mesmo, quando a taxa de retorno se altera em proporções significativas;
- Logo, deve ser complementada por uma medida que capture a curvatura da relação preço-retorno do título.

Convexidade

- A *duration* tenta estimar uma relação preço-retorno convexa a partir de uma reta; isto é a tangente no ponto;
- Especificar uma relação matemática que forneça uma estimativa acurada do preço do título, quando a taxa de retorno se altera em mercado;
- Utiliza-se, neste caso, os primeiros dois termos de uma série de Taylor para aproximar a alteração no preço do título como podemos verificar a seguir:

Convexidade

$$dP = \left(\frac{dP}{dy}\right)dy + \frac{1}{2}\left(\frac{d^2P}{dy^2}\right)(dy)^2 + (erro)$$

Convexidade

- O primeiro termo do lado direito da equação anterior é a variação do preço em reais do título, que está baseada na *duration*;
- O primeiro termo do lado direito da equação seguinte é a variação percentual aproximada do preço do título, que está baseada na *duration* modificada;
- Os segundos termos nas duas equações são usados como *proxy* à medida correta de convexidade da relação preço-retorno;
- Trata-se da convexidade em reais do título, como é conhecida em mercado.

Convexidade

$$\frac{dP}{P} = \left(\frac{dP}{dy}\right)\frac{1}{P}dy + \frac{1}{2}\left(\frac{d^2P}{dy^2}\right)\frac{1}{P}(dy)^2 + \left(\frac{erro}{P}\right)$$

Convexidade

$$Conv(\mathrm{Re}ais) = \frac{d^2P}{dy^2}$$

Convexidade

- O produto da convexidade em reais pelo quadrado da variação requerida na taxa de retorno indica a variação estimada do preço do título devida à convexidade:

$$dP = Conv(\text{Re}\,ais)(dy)^2$$

Convexidade

- A segunda derivada dividida pelo preço é uma medida da variação percentual do preço do título devida à convexidade e é simplesmente chamada de convexidade:

$$Conv = \left(\frac{d^2P}{dy^2}\right)\frac{1}{P}$$

Convexidade

- A variação percentual do preço do título devida à convexidade é estimada pela seguinte expressão:

$$\frac{dP}{P} = \frac{1}{2}(Conv)(dy)^2$$

Convexidade

$$\frac{d^2P}{dy^2} = \sum_{t=1}^{n} \frac{t(t+1)FC}{(1+y)^{t+2}} + \frac{t(t+1)VF}{(1+y)^{n+2}}$$

Convexidade Anualizada

$$Conv(anos) = \frac{Conv(m\ períodos)}{m^2}$$

Exemplo: Cálculo da Convexidade

Período	FC	$1/(1{,}045)^{t+2}$	t(t+1)FC	$t(t+1)FC*(1{,}045)^{t+2}$
1	4,50	0,876296	9	7,886
2	4,50	0,838561	27	22,641
3	4,50	0,802451	54	43,332
4	4,50	0,767895	90	69,110
5	4,50	0,734828	135	99,201
6	4,50	0,703185	189	132,901
7	4,50	0,672904	252	169,571
8	4,50	0,643927	324	208,632
9	4,50	0,616198	405	249,560
10	104,50	0,589663	11495	6778,186
Totais			12980	7781,020

Convexidade

$$Conv = \frac{7781,020}{100,0000} = 77,8102$$

Convexidade

$$Conv(anos) = \frac{77{,}8102}{4} = 19{,}4526$$

Convexidade

$$Conv(\mathrm{Re}\,ais) = 19{,}4526(100) = 1945{,}26$$

Aproximação para a Variação do Preço: *Duration* e Convexidade

- Variação percentual no preço do título pode ser estimada por ambas medidas ou fontes de variação da taxa de retorno:
  - *Duration;*
  - Convexidade.

Aproximação para a Variação do Preço: *Duration* e Convexidade

$$\frac{dP}{P} = -(MD)(dy) + \frac{1}{2}(Conv)(dy)^2$$

Aproximação para a Variação do Preço: *Duration* e Convexidade

- Vamos admitir um título com vencimento em 25 anos, pagando cupom de 6% aa e taxa de retorno exigida igual a 9% aa;
- A *duration* modificada desse título é igual a 10,62 e, a convexidade, a 182,92;
- Se a taxa de retorno cresce 200 pontos-base, a variação percentual aproximada do preço do título pode ser estimada por:

Aproximação para a Variação do Preço: *Duration* e Convexidade

$$\frac{\Delta P}{P} = -(10{,}62)(0{,}02) + \frac{1}{2}(182{,}92)(0{,}02)^2$$

Aproximação para a Variação do Preço: *Duration* e Convexidade

$$\frac{\Delta P}{P} = -0{,}2124 + 0{,}0366 = -17{,}58\% > -18{,}03\%$$

Valor da Convexidade

- Vamos admitir dois títulos de mesma *duration* e mesma taxa de retorno. Porém, as convexidades são diferentes;
- Título B é mais convexo do que o título A;
- Qual é a implicação de uma convexidade mais elevada do título B?

Valor da Convexidade

- Se a taxa de retorno em mercado crescer ou decrescer, o preço do título B será sempre mais elevado do que o do título A:
  - Se a taxa de retorno crescer, a perda de capital verificada pelo título B será menor do que do título A;
  - Se a taxa de retorno decrescer, o aumento do preço do título B é maior do que o aumento do preço do título A.

Valor da Convexidade

- Em linhas gerais, o mercado toma a informação de que a convexidade do título B é maior do que a do título A como parâmetro ao apreçamento de ambos;
- Isto é, o mercado apreça a convexidade. Logo, exige dos investidores um *pay up* (retorno menor) por títulos que ofereçam convexidades mais elevadas.

Aproximação: *Duration* e Convexidade de um Título

$$\frac{\Delta P}{\Delta y} = \frac{\left(P_{-} - P_{+}\right)}{2\left(P_{0}\right)\left(\Delta y\right)}$$

$$\frac{\Delta P}{\Delta y} = \frac{P_{+} + P_{-} - 2P_{0}}{P_{0}(\Delta y)^{2}}$$

Exemplo

- Como forma de verificar a qualidade da aproximação anterior vamos admitir um título com vencimento em 25 anos, que paga 6% de cupom e taxa de retorno exigida de 9%. O preço inicial do mesmo é 70,3570.

Exemplo

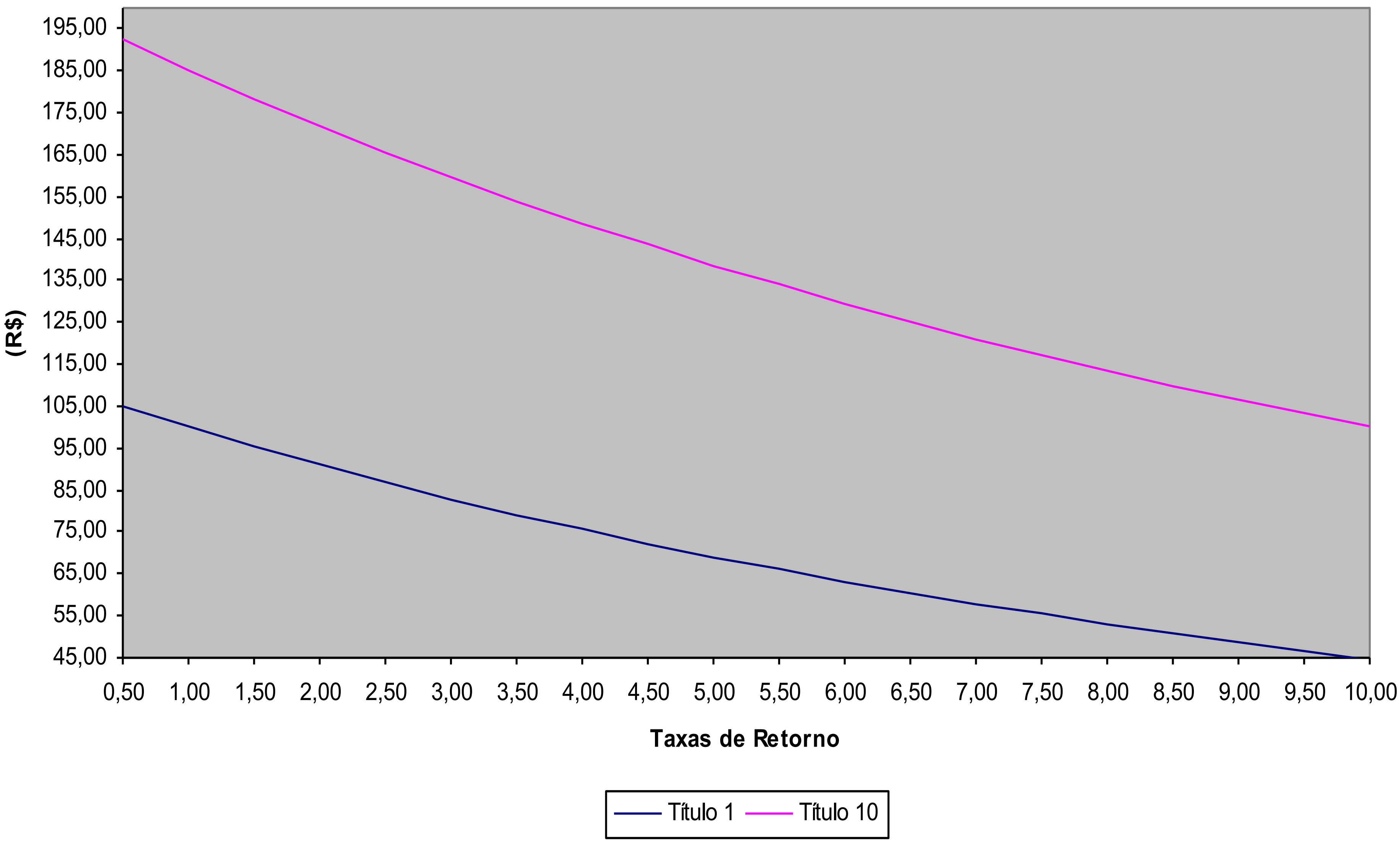
- A taxa de retorno do título cresce 10 pontos base, de 9% para 9,1%. Logo $\Delta y = 0{,}001$ e o novo preço do título é igual a 69,6164;
- A taxa de retorno do título decresce 10 pontos base, de 9% para 8,9%. O novo preço do título é 71,1105.

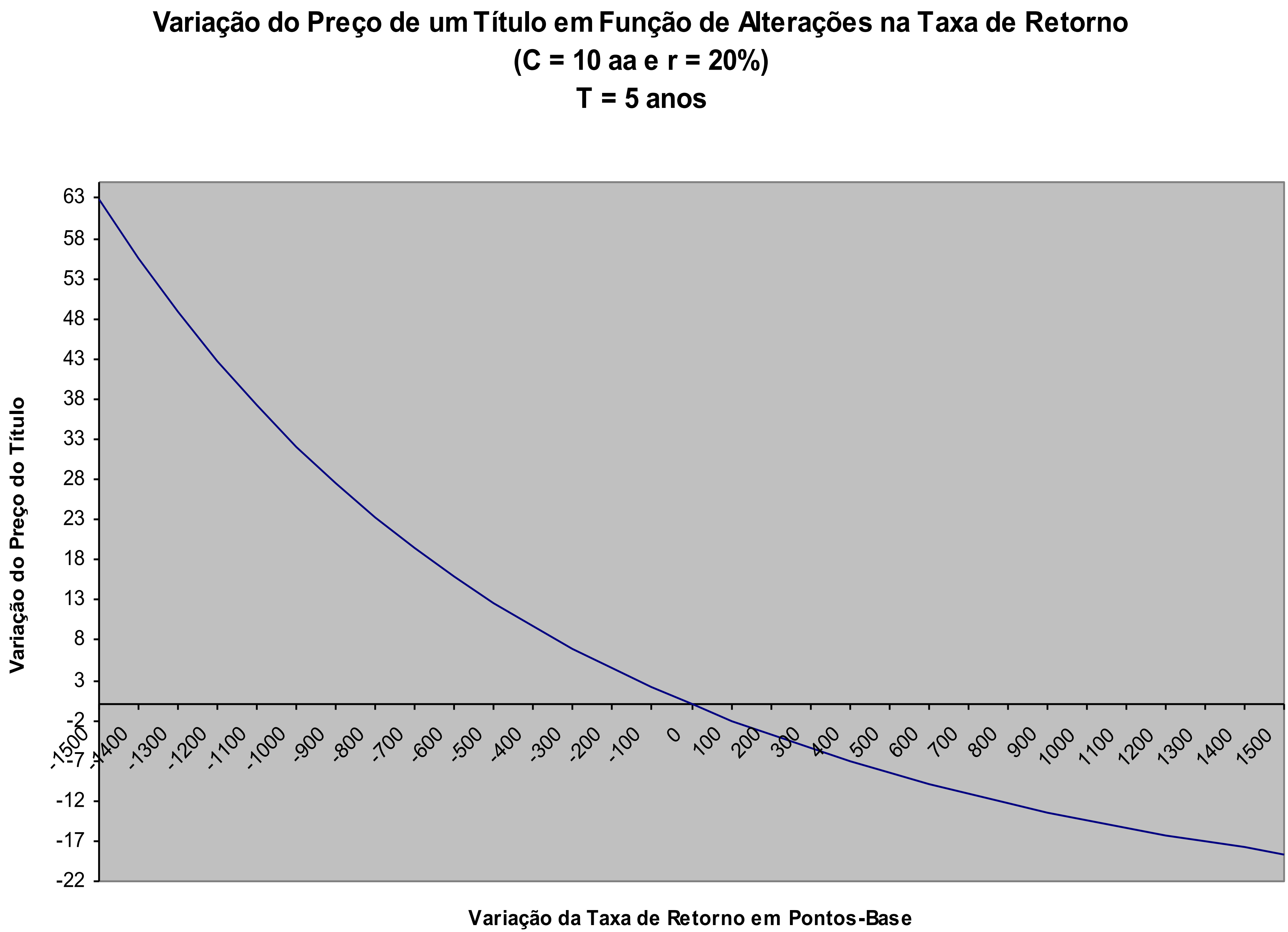
Aproximação: *Duration* e Convexidade de um Título

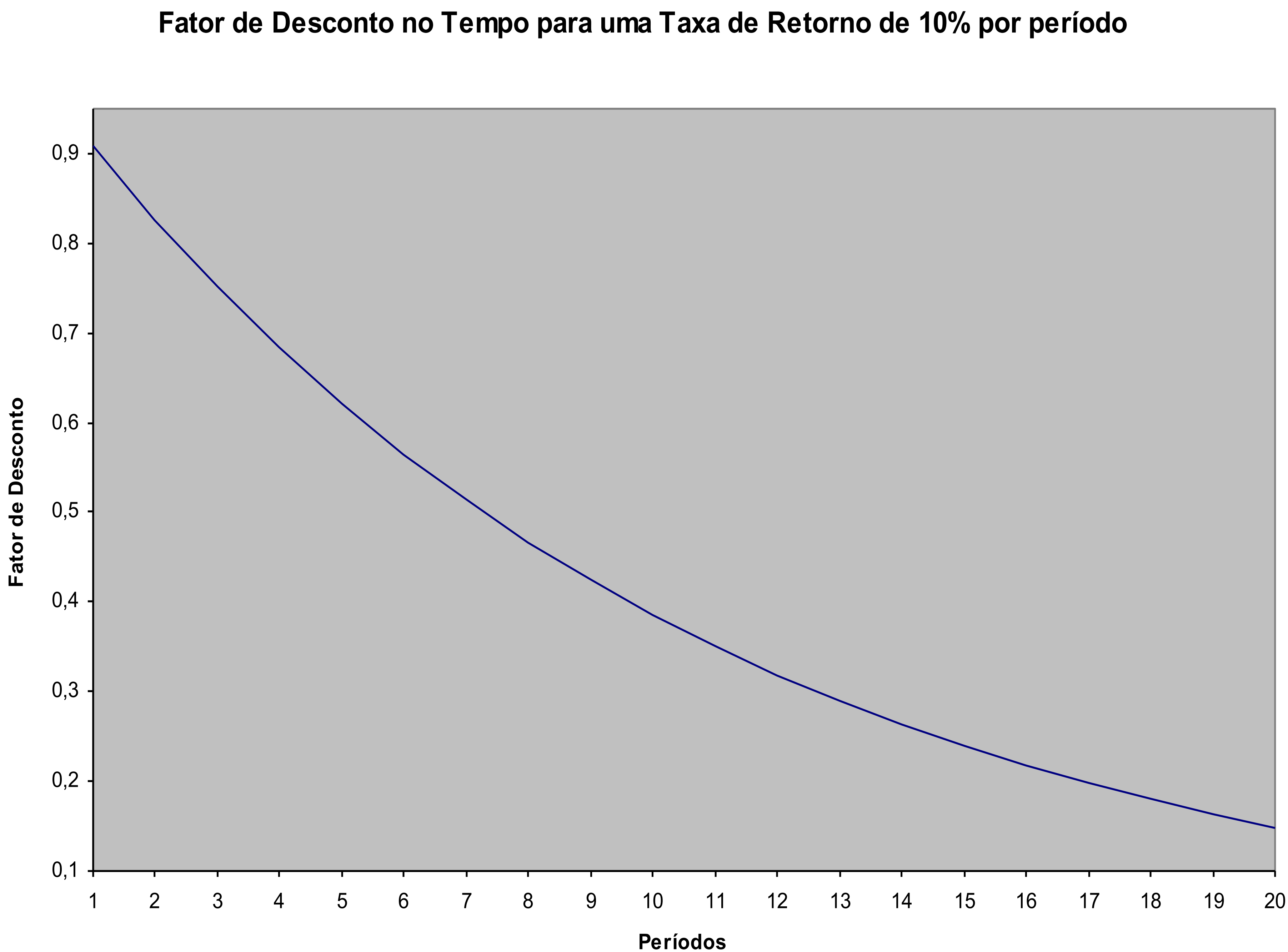
$$\frac{\Delta P}{\Delta y} = \frac{71{,}1105 - 69{,}6164}{2(70{,}3570)(0{,}001)} = 10{,}62\%$$

$$\frac{\Delta P}{\Delta y} = \frac{71{,}1105 + 69{,}6164 - 2(70{,}3570)}{70{,}3570(0{,}001)^2} = 183{,}3\%$$

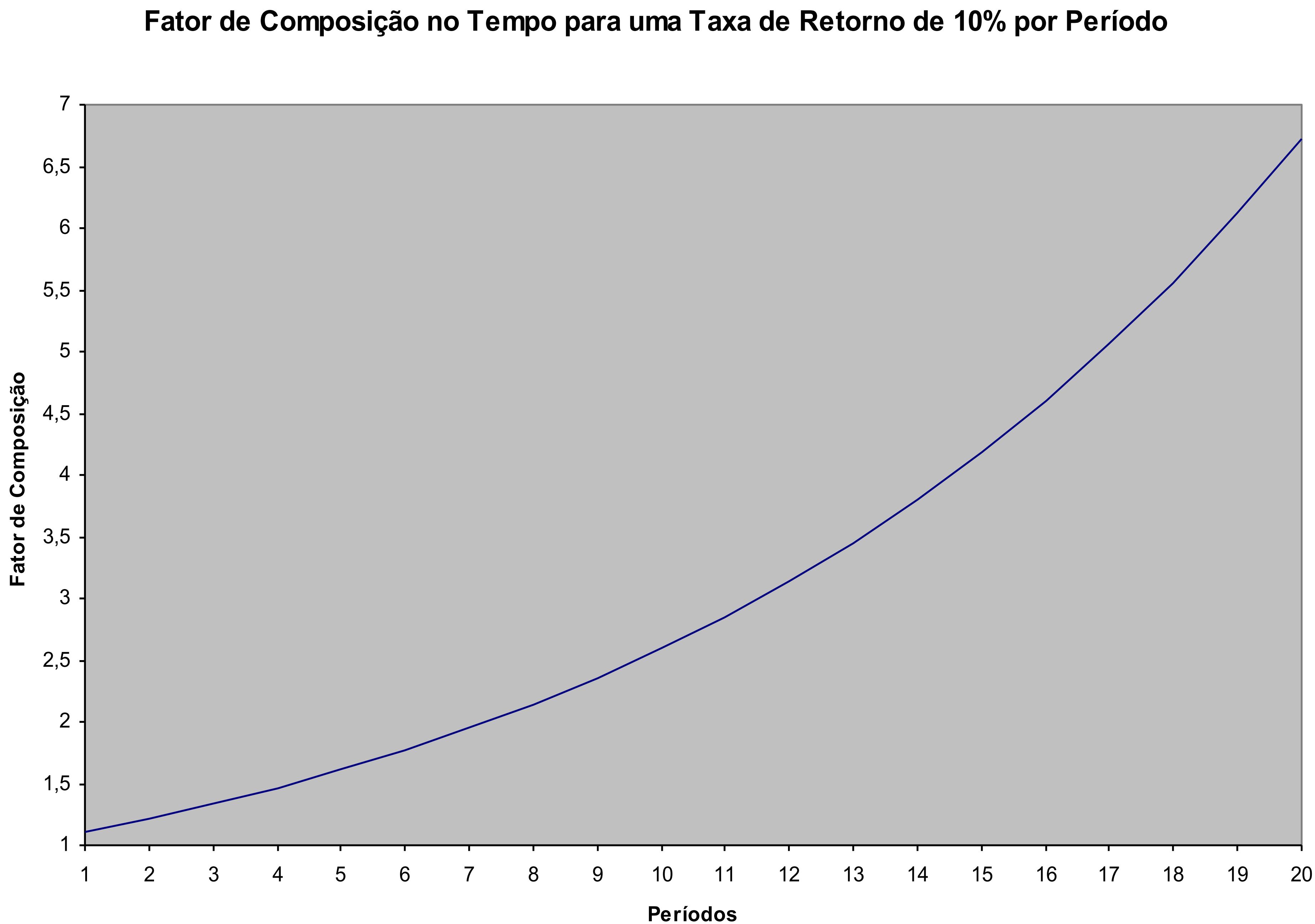
<u>Relação Preço-Retorno</u>: Dois Títulos
(C1 = 2% aa e C2 = 20%aa)
(T = 5 anos)




Variação do Preço de um Título em Função de Alterações na Taxa de Retorno
(C = 10 aa e r = 20%)
T = 5 anos
Variação do Preço do Título
63
58
53
48
43
38
33
28
23
18
13
8
3
-2
-7
-12
-17
-22
-1500 -1400 -1300 -1200 -1100 -1000 -900 -800 -700 -600 -500 -400 -300 -200 -100 0 100 200 300 400 500 600 700 800 900 1000 1100 1200 1300 1400 1500
Variação da Taxa de Retorno em Pontos-Base

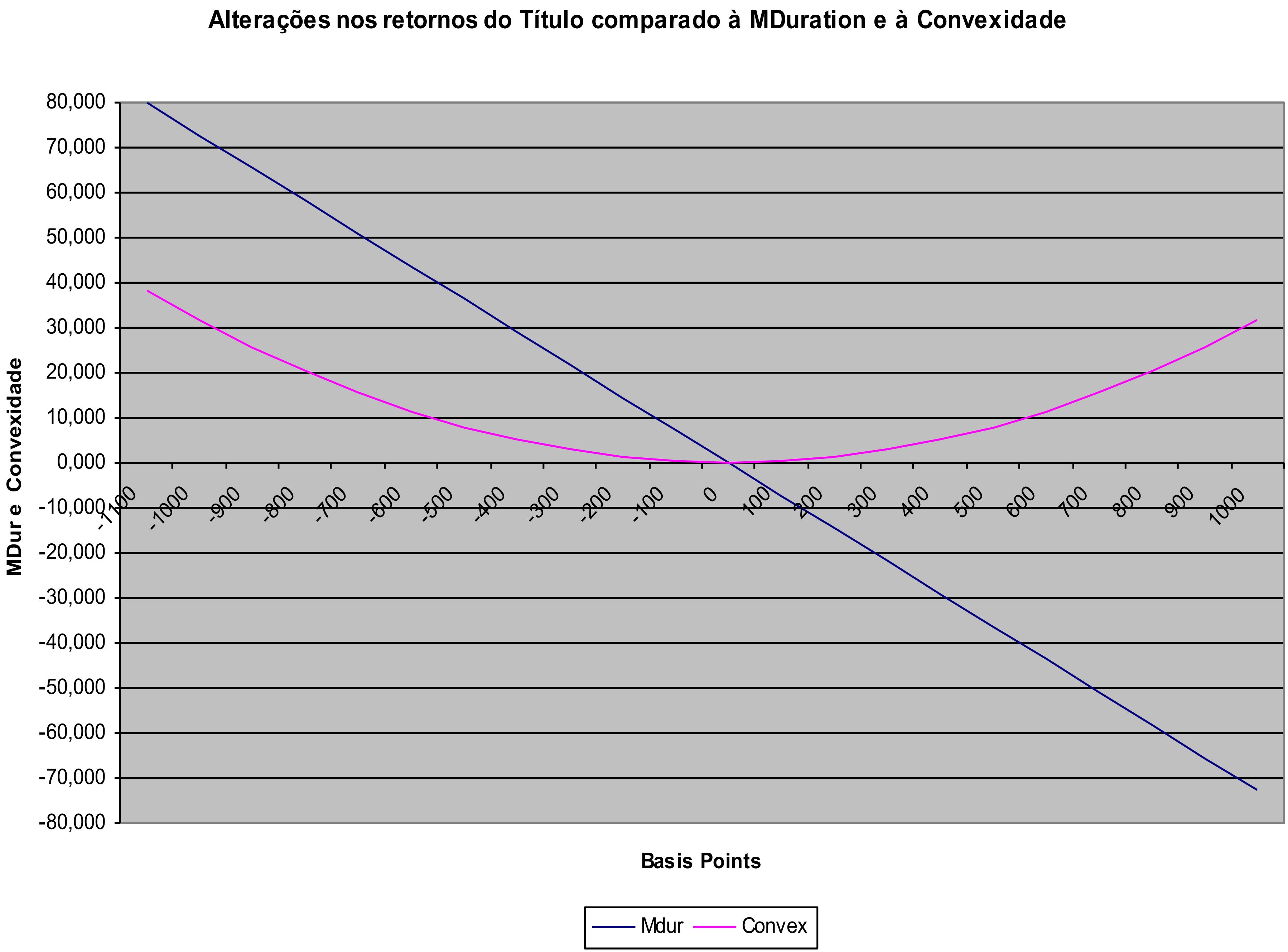


Fator de Desconto no Tempo para uma Taxa de Retorno de 10% por período
Fator de Desconto
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
Períodos



Fator de Composição no Tempo para uma Taxa de Retorno de 10% por Período
Fator de Composição
7
6,5
6
5,5
5
4,5
4
3,5
3
2,5
2
1,5
1
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
Períodos

Período	CF	VP(CF)	VP(CF)t	VP(CF)t(t+1)	Var Yield	Var Preço	MDur	Convex
1	3,500	3,382	3,382	6,763	-1100	117,070	78,168	38,901
2	3,500	3,267	6,535	19,604	-1000	103,212	71,062	32,150
3	3,500	3,157	9,470	37,882	-900	89,997	63,956	26,041
4	3,500	3,050	12,200	61,001	-800	77,426	56,850	20,576
5	3,500	2,947	14,735	88,407	-700	65,497	49,743	15,753
6	3,500	2,847	17,084	119,585	-600	54,211	42,637	11,574
7	3,500	2,751	19,257	154,054	-500	43,568	35,531	8,037
8	3,500	2,658	21,264	191,372	-400	33,569	28,425	5,144
9	3,500	2,568	23,113	231,125	-300	24,212	21,319	2,893
10	3,500	2,481	24,812	272,934	-200	15,498	14,212	1,286
11	3,500	2,397	26,370	316,445	-100	7,428	7,106	0,321
12	3,500	2,316	27,795	361,334	0	0,000	0,000	0,000
13	3,500	2,238	29,093	407,300	100	-6,785	-7,106	0,321
14	3,500	2,162	30,271	454,070	200	-12,926	-14,212	1,286
15	3,500	2,089	31,337	501,388	300	-18,425	-21,319	2,893
16	3,500	2,018	32,296	549,024	400	-23,281	-28,425	5,144
17	3,500	1,950	33,154	596,765	500	-27,494	-35,531	8,037
18	3,500	1,884	33,917	644,418	600	-31,063	-42,637	11,574
19	3,500	1,821	34,590	691,807	700	-33,990	-49,743	15,753
20	103,500	52,016	1040,311	21846,539	800	-36,274	-56,850	20,576
Preço		**100,000**	1470,984	27551,817	900	-37,914	-63,956	26,041
Duration				**7,355**	1000	-38,912	-71,062	32,150
MDuration				**7,106**	1100	-39,267	-78,168	38,901
Convexidade				**64,300**				


Alterações nos retornos do Título comparado à MDuration e à Convexidade
80,000
70,000
60,000
50,000
40,000
30,000
20,000
10,000
0,000
-10,000
-20,000
-30,000
-40,000
-50,000
-60,000
-70,000
-80,000
MDur e Convexidade
-1100 -1000 -900 -800 -700 -600 -500 -400 -300 -200 -100 0 100 200 300 400 500 600 700 800 900 1000
Basis Points
Mdur
Convex

Apreçamento de Ações

- Apreçar ações ordinárias;
- Uma ação fornece dois tipos de fluxos de caixa ao detentor:
  - A grande maioria das ações pagam dividendos em bases regulares;
  - O detentor da ação recebe um valor pela venda da mesma.

Apreçamento de Ações

$$P_0 = \frac{D_1}{(1+r)} + \frac{D_2}{(1+r)^2} + \ldots = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+r)^t}$$

Apreçamento de Ações

- Portanto, o valor total do conjunto de ações ordinárias da empresa corresponde ao valor presente de todos os fluxos futuros esperados de dividendos para o investidor:
  - Resultado útil;
  - Possível descasamento entre o horizonte de tempo do investidor imediatista e o horizonte de longo prazo do pagamento de dividendos de uma empresa.

Apreçamento de Ações

- Apreçamento de ações de naturezas distintas:
  - O valor de uma empresa é o valor presente dos fluxos de dividendo futuros:
    - Os pagamentos de dividendos seguem uma política com taxa de crescimento nula ao longo do tempo;
    - Os pagamentos de dividendos seguem uma política com taxa de crescimento constante ao longo do tempo.

Apreçamento de Ações

- Taxa de crescimento de dividendos nula:
  - Neste caso, o valor da empresa é calculado da seguinte forma:

$$P_0 = \frac{D_1}{(1+r)} + \frac{D_2}{(1+r)^2} + \ldots = \frac{D}{r}$$

Apreçamento de Ações

- Taxa de crescimento de dividendos constante:
  - Neste caso, o valor da empresa é calculado da seguinte forma:

$$P_0 = \frac{D_1}{(1+r)} + \frac{D_2(1+g)}{(1+r)^2} + \frac{D_3(1+g)^2}{(1+r)^3} \ldots = \frac{D}{(r-g)}$$

Apreçamento de Ações

- A empresa *Hampshire Products* paga dividendos de \$4 por ação, com carência de um ano. Os analistas financeiros preveem que o dividendo por ação crescerá a uma taxa de 6% aa;
- Qual é o dividendo por ação ao final de cada período durante 5 anos?

Apreçamento de Ações

Ano	1	2	3	4	5
Dividendo	4	4(1,06)	$4(1,06)^2$	$4(1,06)^3$	$4(1,06)^4$
Total	4,00	4,24	4,4944	4,7641	5,0499
Preço	r =10%	g = 6%	100,00	-	-

Apreçamento de Ações

- Taxa de crescimento não constante de dividendos:
  - Neste caso, o valor da empresa é calculado da seguinte forma:

$$P_0 = \frac{D_1}{(1+r)} + \frac{D_2(1+g_1)}{(1+r)^2} + \frac{D_3(1+g_1)^2}{(1+r)^3} + \ldots + \frac{D_n(1+g_2)^{(n-1)}}{(1+r)^n} + \frac{D_{n+1}(1+g_2)^n}{(1+r)^{(n+1)}} + \ldots$$

Parâmetros do Modelo de Dividendo: Estimativas

- O valor de uma empresa está definido em função das seguintes variáveis:
  - Taxa de crescimento (g);
  - Taxa de desconto, ou retorno exigido (r);
- Qual o procedimento, usualmente, utilizado para estimar essas variáveis, do ponto de vista empírico?

Parâmetros do Modelo de Dividendo: Estimativas

- Como estimar a taxa de crescimento g?
  - Em linhas gerais, assume-se, inicialmente, que os dividendos cresçam a uma taxa constante;
  - Empiricamente, é necessário estimar essa taxa;
  - Neste caso, o investidor espera obter os mesmos ganhos no presente que obteve no ano anterior, a menos que tenha havido investimento líquido na empresa;
  - O investimento líquido sempre tem a possibilidade de ocorrer, pois é definido pelo investimento bruto líquido da depreciação.

Parâmetros do Modelo de Dividendo: Estimativas

- Como estimar a taxa de crescimento g?
  - Se o investimento líquido for nulo, então o investimento bruto ou total é igual à depreciação;
  - Se isto ocorrer, a planta física de produção da empresa está mantida;
  - Logo, esse procedimento está de acordo com a hipótese de crescimento nulo dos dividendos ou da empresa.

Parâmetros do Modelo de Dividendo: Estimativas

- O investimento líquido é positivo se parte dos lucros são retidos:

$$L_{EFuturo} = L_{EAtual} + \left(L\,\mathrm{Re}\,t_{EAtual} . \mathrm{Re}\,torno_{L\,\mathrm{Ret}} \right)$$

$$\left(L\,\mathrm{Re}\,t_{EAtual} . \mathrm{Re}\,torno_{L\,\mathrm{Ret}} \right) = Crescimento\ dos\ Lucros$$

Parâmetros do Modelo de Dividendo: Estimativas

- O crescimento dos lucros é uma função dos lucros retidos e do retorno sobre os lucros retidos;
- Assim, podemos dividir a expressão anterior por L_{EAtual} e obter uma fórmula que relacione o fator de retenção dos lucros à taxa de retenção ponderada pelo retorno dos lucros:

Parâmetros do Modelo de Dividendo: Estimativas

$$\frac{L_{EFuturo}}{L_{EAtual}} = \frac{L_{EAtual}}{L_{EAtual}} + \left(\frac{L\,\mathrm{Ret}_{EAtual}}{L_{EAtual}} \right) . \mathrm{Retorno}_{L\,\mathrm{Ret}}$$

Parâmetros do Modelo de Dividendo: Estimativas

$$(1+g) = 1 + (1-d).\mathrm{Re}\,torno_{L\,\mathrm{Re}\,t}$$

Parâmetros do Modelo de Dividendo: Estimativas

$$g = (1 - d).ROE$$

Taxas de Juros

- Taxas de juros constantes ao longo do tempo para as análises que fizemos, tanto em termos de títulos, quanto em termos de ações de empresas:
  - Na realidade, elas se modificam período-a-período;
  - Expectativas quanto às taxas de inflação diferem ao longo de períodos futuros.