Universidade de São Paulo Instituto de Física de São Carlos

Trabalho Criativo de Física IV Grupo 15

Tema: Espectro de emissão de gases e sólidos via Ionização por Efeito Corona e teste da chama

Estudantes:

André Savi 10851263 Bruno Trebbi 11212293 Paulo Strazza 6513048 Rafael Tonhon 11212212 Victor Richard Cardoso 10784394 "Duas coisas são infinitas: o universo e a estupidez humana. Mas, em relação ao universo, ainda não tenho certeza absoluta."

Albert Einstein



Figura 1: Cúpula do trovão na Conferência de Solvay.

Sumário

1	Intr	rodução	4				
	1.1	Espectros atômicos e o modelo de Bohr	4				
	1.2	Circuito RLC					
	1.3	Circuito driver de flyback					
		1.3.1 Transistores, uma aproximação:					
		1.3.2 O circuito driver do flyback					
	1.4	Funcionamento da bobina de Tesla					
2	Mat	teriais e Métodos	17				
	2.1	Cuba Eletrolítica	17				
	2.2	Bobina Secundária					
	2.3	Gerador de Alta Tensão					
	2.4	Garrafas de Leyden					
	2.5	Teste da chama para o espectro do sódio					
	2.6	Espectroscópio					
3	Res	sultados e Conclusões	20				
	3.1	Ionização do Ar Atmosférico	20				
	3.2	Ionização do Sódio					
4	Tópicos Especiais 23						
		Figuras de Lichtenberg	23				
		Astrofísica					

Resumo

Ionização é o processo no qual um átomo obtém uma carga positiva ou negativa decorrente do ganho ou perda de um elétron. A ionização de um gás ocorre, por exemplo, quando um arco voltaico é gerado em razão da ruptura dielétrica do meio gasoso. A ruptura dielétrica exige alta voltagem, que pode ser produzida experimentalmente a partir de uma bobina de Tesla. Luz é emitida durante o fenômeno em frequências que são características da composição química do gás. Cada átomo ou elemento emite luz em frequências bem definidas e específicas, associadas aos níveis de energia de seus elétrons. O espectro de emissão é único de cada átomo ou elemento e pode ser analisado por meio de um espectroscópio. Nesse trabalho criamos uma aparato experimental que permite a obtenção e análise do espectro de emissão do ar atmosférico, majoritariamente composto de nitrogênio. Também obtemos o espectro do sódio, a partir de materiais simples, fáceis de serem encontrados.

1 Introdução

1.1 Espectros atômicos e o modelo de Bohr

A natureza como conhecemos pode ser dividida em diferentes materiais, os quais que correspondem a diferentes átomos. Isto pode sugerir que para identificarmos e compreendermos a estrutura elementar da matéria, não temos saída se não experimentos que envolvam tal estrutura. Contudo, observamos experimentalmente uma espécie de padrão universal entre os átomos, um "RG", o seu espectro, que nos permite identificar os elementos no mundo macroscópico.

Tais espectros existem em dois tipos: os de emissão e absorção. De forma breve, estes espectros são faixas luminosas, os de absorção surgem ao se lançar um feixe de luz no material, momento no qual surgem bandas escuras no feixe refletido, ao passo em que o espectro de absorção são emitidos, por óbvio, quando o material emite luz. O fato realmente interessante é que as linhas pretas que surgem no espectro de absorção são as mesmas linhas em que se observam a emissão de luz, ou seja, os espectros são complementares, o que indica que tal fenômeno esta associado a alguma propriedade da matéria.

Tal fenômeno não era entendido pela teoria atômica vigente forçando a introdução de novos ingredientes. Embora existam modelos mais atuais, e que permitam uma completa compreensão do fenômeno, um modelo historicamente importante, e que fornece um razoável entendimento do mesmo, é o modelo atômico de Bohr.

Vendo as discrepâncias entre os modelos atômicos da época e os experimentos, Bohr decidiu fazer uma quebra, uma série de postulados, são eles:

- 1. O elétron se move apenas em órbitas circulares ao redor do núcleo atômico (o qual é considerado em repouso);
- 2. Em contradição com a mecânica clássica, supondo que o elétron se move na órbita mantendo sua energia constante (sem emitir radiação eletromagnética), mesmo estando acelerado;
- 3. Se o elétron emitir ou absorver energia, ele o fará apenas em valores discretos, ou seja, assumiremos que as variações de energia são descontínuas, indo da energia E_i da órbita inicial, para a energia E_f da órbita final;
- 4. O momento angular pode apenas assumir valores discretos, múltiplos inteiros de uma constante:

$$l = \hbar n, n = 1, 2, \dots$$

.

A justificativa para estes chocantes postulados não vem num primeiro momento, mas sim ao analisarmos suas previsões posteriores. Não vamos aqui desenvolver os cálculos do modelo de Bohr, os quais são uma álgebra simples, outrossim, vamos focar nos resultados.

Do segundo postulado temos, ao escrever a equação de movimento, que a força resultante será do tipo centrípeta, o que nos leva a quantização da energia cinética e dos raios possíveis para o elétron. Podemos obter também a quantização da energia potencial de sua definição $(-\int_{r_0}^r F(r')dr',$ com o zero de potencial no infinito). Com isso, obtemos que o elétron pode apenas possuir certos valores bem definidos de energia, dados pela equação:

$$E = -\frac{mZ^2e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2} \frac{1}{n^2}.$$
 (1)

Temos aqui que a regra de quantização do momento angular, que foi imposta por postulado, nos levou a quantização da energia total do átomo. Ressaltamos aqui que consideramos um sistema ideal, com o núcleo atômico sendo considerado com massa muito maior que a do elétron. A Eq.(1) nos fornece uma importante informação, os níveis de energia do elétron são quantizados, ou seja, pode-se assumir apenas uma gama bem definida de energias. Disto podemos obter a diferença de energia entre dois níveis subsequentes e utilizando o postulado de Bohr para obter a frequência da luz emitida:

$$\Delta E = hv, \tag{2}$$

o que nos leva a:

$$v = -\frac{mZ^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^3} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right). \tag{3}$$

Temos aqui as previsões fundamentais do modelo de Bohr para o átomo de hidrogênio: a existência de um nível mínimo de energia, nomeado como **estado fundamental**. Os demais estados são os chamados **estados excitados**. Para se passar de um estado excitado para um de menor energia (ou vice-versa), temos que o elétron deve absorver (ou perder) energia em quantidades bem definidas, na forma de um fóton, ou seja, em forma de radiação luminosa, cuja frequência é dada pela equação Eq.(3).

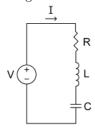
Aqui temos a explicação explicita dos espectros de emissão e absorção. O fato de o elétron poder possuir apenas energias bem definidas faz com que surjam as linhas no espectro. O modelo de Bohr é uma boa aproximação para os átomos com um elétron, mas falha de modo latente para átomos mais complexos como o de hélio, contudo, embora as previsões sejam errôneas quantitativamente, conceitualmente temos uma boa explicação para este estágio.

O ponto importante aqui é a previsão que fomos capazes de obter: ao darmos energia para um átomo temos que seus elétrons saem do estado fundamental para um dos estados exitados. Ao passar deste estágio mais energético para um menos, temos que a perca de energia se dá de modo descontínuo, em forma de radiação luminosa de frequências bem definidas (para o átomo de hidrogênio, as frequências são dadas pela Eq.(3)). Da mesma forma temos que o átomo absorve apenas energias com frequências bem definidas (as mesmas que são absorvidas). Como a forma da quantização da energia depende do número atómico Z, estes espectros são particulares de cada átomo.

1.2 Circuito RLC

Para entender como uma bobina de Tesla funciona, devemos primeiro ter em mente o funcionamento de um circuito RLC, o qual é composto por um resistor, um capacitor e um indutor, além de uma fonte de tensão, conforme a figura abaixo:

Figura 2: O diagrama do circuito RLC:



Aplicando a Lei de Faraday no circuito acima, obtemos:

$$-L\frac{d^{2}Q(t)}{dt^{2}} - R\frac{dQ(t)}{dt} - \frac{Q(t)}{C} + \varepsilon_{0}\cos(\Omega t) = 0$$

Reescrevendo a equação, obtemos:

$$\frac{d^2Q(t)}{dt^2} + 2\gamma \frac{dQ(t)}{dt} + \omega_0^2 Q(t) = \varepsilon_0 \cos(\Omega t) , com \begin{cases} \gamma = \frac{R}{2L} \\ \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \end{cases}$$

Dado α tal que:

$$\alpha_{\pm} = \frac{2\gamma \pm \sqrt{4\gamma^2 - 4\omega_0^2}}{2}$$

Ou seja,

$$\alpha_{\pm} = \gamma \pm \omega_1 \; , \; com \; \omega_1 = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$$

Então,

$$\left(\frac{d}{dt} + \alpha_{+}\right) \left(\frac{d}{dt} + \alpha_{-}\right) Q(t) = \varepsilon_{0} \cos(\Omega t)$$

Para provar isso, basta expandir o produto:

$$\left(\frac{d}{dt} + \alpha_+\right) \left(\frac{dQ(t)}{dt} + Q(t)\alpha_-\right) = \varepsilon_0 \cos(\Omega t)$$

$$\frac{d^2Q(t)}{dt^2} + \frac{dQ(t)}{dt}\alpha_- + Q(t)\alpha_+\alpha_- + \frac{dQ(t)}{dt}\alpha_+ = \varepsilon_0 \cos(\Omega t)$$

$$\frac{d^2Q(t)}{dt^2} + \frac{dQ(t)}{dt}(\alpha_+ + \alpha_-) + Q(t)\alpha_+\alpha_- = \varepsilon_0 \cos(\Omega t)$$

$$\frac{d^2Q(t)}{dt^2} + \frac{dQ(t)}{dt}(\gamma + \omega_1 + \gamma - \omega_1) + Q(t)(\gamma^2 - \gamma^2 + \omega_0^2) = \varepsilon_0 \cos(\Omega t)$$

$$\frac{d^2Q(t)}{dt^2} + 2\gamma \frac{dQ(t)}{dt} + \omega_0^2Q(t) = \varepsilon_0 \cos(\Omega t)$$

Definindo $y(t) \equiv \left(\frac{d}{dt} + \alpha_{-}\right) Q(t)$, então:

$$\left(\frac{d}{dt} + \alpha_+\right)y(t) = \varepsilon_0 \cos(\Omega t)$$

Essa equação é resolvida por meio de fator integrante, e sua solução é dada por:

$$\begin{split} y(t) &= e^{-\alpha_+ t} \int e^{\alpha_+ t} \varepsilon_0 \cos(\Omega t) dt \\ y(t) &= \varepsilon_0 e^{-\alpha_+ t} \int e^{\alpha_+ t} \left(\frac{e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t}}{2} \right) dt = \frac{\varepsilon_0}{2} e^{-\alpha_+ t} \int e^{\alpha_+ t} \left(e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t} \right) dt = \\ &= \frac{\varepsilon_0}{2} e^{-\alpha_+ t} \left[\int e^{i\Omega t} e^{\alpha_+ t} dt + \int e^{-i\Omega t} e^{\alpha_+ t} dt \right] = \frac{\varepsilon_0}{2} e^{-\alpha_+ t} \left[\int e^{\alpha_+ t + i\Omega t} dt + \int e^{\alpha_+ t - i\Omega t} dt \right] = \\ y(t) &= \frac{\varepsilon_0}{2} e^{-\alpha_+ t} \left[\int e^{t(\alpha_+ + i\Omega)} dt + \int e^{t(\alpha_+ - i\Omega)} dt \right] = \\ y(t) &= \frac{\varepsilon_0}{2} e^{-\alpha_+ t} \left[\frac{e^{t(\alpha_+ + i\Omega)}}{\alpha_+ + i\Omega} + \frac{e^{t(\alpha_+ - i\Omega)}}{\alpha_+ - i\Omega} + \mathfrak{C}_1 \right], \quad com \ \mathfrak{C}_1 \in \mathbb{R} \\ y(t) &= \frac{\varepsilon_0}{2} \left[\frac{e^{i\Omega t}}{\alpha_+ + i\Omega} + \frac{e^{-i\Omega t}}{\alpha_+ - i\Omega} + \mathfrak{C}_1 e^{-\alpha_+ t} \right] = \frac{\varepsilon_0}{2} \left[\frac{\alpha_+ (e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t}) - i\Omega(e^{i\Omega t} - e^{-i\Omega t})}{(\alpha_+ - i\Omega)(\alpha_+ + i\Omega)} + \mathfrak{C}_1 e^{-\alpha_+ t} \right] = \\ &= \frac{\varepsilon_0}{(\alpha_+ - i\Omega)(\alpha_+ + i\Omega)} \left[\frac{\alpha_+ (e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t}) - i\Omega(e^{i\Omega t} - e^{-i\Omega t})}{2} \right] + \frac{\varepsilon_0}{2} \mathfrak{C}_1 e^{-\alpha_+ t} = \\ &= \frac{\varepsilon_0}{(\alpha_+ - i\Omega)(\alpha_+ + i\Omega)} \left[\frac{\alpha_+ (e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t})}{2} + \frac{\Omega(e^{i\Omega t} - e^{-i\Omega t})}{2i} \right] + \frac{\varepsilon_0}{2} \mathfrak{C}_1 e^{-\alpha_+ t} = \end{split}$$

$$\begin{split} &=\frac{\varepsilon_0}{\alpha_+^2+\Omega^2}\left[\alpha_+\cos(\Omega t)+\Omega\sin(\Omega t)\right]+\frac{\varepsilon_0}{2}\mathfrak{C}_1e^{-\alpha_+t}=\\ &=\frac{\varepsilon_0}{2\gamma^2+2\gamma\omega_1+\Omega^2-\omega_0^2}\left[\alpha_+\cos(\Omega t)+\Omega\sin(\Omega t)\right]+\frac{\varepsilon_0}{2}\mathfrak{C}_1e^{-\alpha_+t} \end{split}$$

Mas, $y(t) \equiv \left(\frac{d}{dt} + \alpha_{-}\right) Q(t)$, logo:

$$Q(t) = e^{-\alpha_{-}t} \int e^{\alpha_{-}t} y(t) dt$$

defina:

$$\mathfrak{B} = \frac{\varepsilon_0}{(\alpha_+ - i\Omega)(\alpha_+ + i\Omega)}$$

então,

$$Q(t) = e^{-\alpha_- t} \int e^{\alpha_- t} \left[\mathfrak{B} \left(\alpha_+ \cos(\Omega t) + \Omega \sin(\Omega t) \right) + \frac{\varepsilon_0}{2} \mathfrak{C}_1 e^{-\alpha_+ t} \right] dt$$

$$Q(t) = e^{-\alpha_- t} \left[\int e^{\alpha_- t} \mathfrak{B} \left(\alpha_+ \cos(\Omega t) dt + \Omega \sin(\Omega t) \right) + \frac{\varepsilon_0}{2} \mathfrak{C}_1 \int e^{\alpha_- t} e^{-\alpha_+ t} dt \right]$$

$$Q(t) = e^{-\alpha_- t} \left[\mathfrak{B} \int e^{\alpha_- t} \left(\frac{\alpha_+ (e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t})}{2} + \frac{\Omega (e^{i\Omega t} - e^{-i\Omega t})}{2i} \right) + \frac{\varepsilon_0}{2} \mathfrak{C}_1 \int e^{(\alpha_- - \alpha_+)t} dt \right]$$

$$Q(t) = e^{-\alpha_- t} \left\{ \mathfrak{B} \left[\int \frac{\alpha_+}{2} \left(\int e^{\alpha_- t} e^{i\Omega t} dt + \int e^{\alpha_- t} e^{-i\Omega t} dt \right) + \frac{\Omega}{2i} \left(\int e^{\alpha_- t} e^{i\Omega t} dt - \int e^{\alpha_- t} e^{-i\Omega t} dt \right) \right] + \frac{\varepsilon_0}{2(\alpha_- - \alpha_+)} \mathfrak{C}_1 e^{(\alpha_- - \alpha_+)t} \right\}$$

$$Q(t) = e^{-\alpha_- t} \left\{ \mathfrak{B} \left[\int \frac{\alpha_+}{2} \left(\int e^{(\alpha_- + i\Omega)t} dt + \int e^{(\alpha_- - i\Omega)t} dt \right) + \frac{\Omega}{2i} \left(\int e^{(\alpha_- + i\Omega)t} dt - \int e^{(\alpha_- - i\Omega)t} dt \right) \right] + \frac{\varepsilon_0}{2(\alpha_- - \alpha_+)} \mathfrak{C}_1 e^{(\alpha_- - \alpha_+)t} \right\}$$

$$Q(t) = e^{-\alpha_- t} \left\{ \mathfrak{B} \left[\frac{\alpha_+}{2} \left(\frac{e^{(\alpha_- + i\Omega)t}}{(\alpha_- + i\Omega)} + \frac{e^{(\alpha_- - i\Omega)t}}{(\alpha_- - i\Omega)} \right) + \frac{\Omega}{2i} \left(\frac{e^{(\alpha_- + i\Omega)t}}{(\alpha_- - i\Omega)t} - \frac{e^{(\alpha_- - i\Omega)t}}{(\alpha_- - i\Omega)} \right) \right] + \frac{\varepsilon_0}{2(\alpha_- - \alpha_+)} \mathfrak{C}_1 e^{(\alpha_- - \alpha_+)t} + \mathfrak{C}_2 \right\}$$

Com $\mathfrak{C}_2 \in \mathbb{R}$

$$\begin{split} Q(t) &= e^{-\alpha - t} \Bigg\{ \frac{\mathfrak{B}}{(\alpha_- + i\Omega)(\alpha_- - i\Omega)} \Bigg[\frac{\alpha_+ \alpha_-}{2} \left(e^{(\alpha_- + i\Omega)t} + e^{(\alpha_- - i\Omega)t} \right) + \frac{\alpha_+ \Omega}{2i} \left(e^{(\alpha_- - i\Omega)t} - e^{(\alpha_- - i\Omega)t} \right) \\ &\quad + \frac{\Omega \alpha_-}{2i} \left(e^{(\alpha_- + i\Omega)t} - e^{(\alpha_- - i\Omega)t} \right) - \frac{\Omega^2}{2} \left(e^{(\alpha_- + i\Omega)t} + e^{(\alpha_- - i\Omega)t} \right) \Bigg] + \frac{\varepsilon_0}{2(\alpha_- - \alpha_+)} \mathfrak{C}_1 e^{(\alpha_- - \alpha_+)t} + \mathfrak{C}_2 \Bigg\} \\ \\ Q(t) &= \frac{\mathfrak{B}}{(\alpha_- + i\Omega)(\alpha_- - i\Omega)} \Bigg[\alpha_+ \alpha_- \cos(\Omega t) + \alpha_+ \Omega \sin(\Omega t) + \Omega \alpha_- \sin(\Omega t) - \Omega^2 \cos(\Omega t) \Bigg] + \frac{\varepsilon_0}{2(\alpha_- - \alpha_+)} \mathfrak{C}_1 e^{-\alpha_+ t} + \mathfrak{C}_2 e^{-\alpha_- t} \Bigg] \end{split}$$

Defina $\mathfrak{G} = \frac{\mathfrak{B}}{(\alpha_- + i\Omega)(\alpha_- - i\Omega)}$, então:

$$Q(t) = \mathfrak{G}\left[(\alpha_{+}\alpha_{-} - \Omega^{2})\cos(\Omega t) + \Omega(\alpha_{+} + \alpha_{-})\sin(\Omega t) \right] + \frac{\varepsilon_{0}}{2(\alpha_{-} - \alpha_{+})}\mathfrak{C}_{1}e^{-\alpha_{+}t} + \mathfrak{C}_{2}e^{-\alpha_{-}t}$$

Finalmente,

$$Q(t) = \frac{\varepsilon_0}{(\alpha_-^2 + \Omega^2)(\alpha_+^2 + \Omega^2)} \left[(\alpha_+ \alpha_- - \Omega^2) \cos(\Omega t) + \Omega(\alpha_+ + \alpha_-) \sin(\Omega t) \right] + e^{-\gamma t} \left(-\frac{\varepsilon_0}{2\omega_1} \mathfrak{C}_1 e^{-\omega_1 t} + \mathfrak{C}_2 e^{+\omega_1 t} \right)$$

$$Q(t) = \frac{\varepsilon_0}{(\alpha_-^2 + \Omega^2)(\alpha_+^2 + \Omega^2)} \left[(\alpha_+ \alpha_- - \Omega^2) \cos(\Omega t) + \Omega(\alpha_+ + \alpha_-) \sin(\Omega t) \right] + e^{-\gamma t} \left(-\frac{\varepsilon_0}{2\omega_1} \mathfrak{C}_1 e^{-\omega_1 t} + \mathfrak{C}_2 e^{+\omega_1 t} \right)$$

Perceba que:

$$(\alpha_{-}^{2} + \Omega^{2})(\alpha_{+}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} - 2\gamma\omega_{1} + \omega_{1}^{2} + \Omega^{2})(\alpha_{+}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \omega_{1}^{2} + \omega_{1}$$

$$= (\alpha_{-}^{2} + \Omega^{2})(\alpha_{+}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} - 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{0}^{2} + \Omega^{2})(\alpha_{+}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} - \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} + \omega_{1}^{2} + \Omega^{2}) = (\gamma^{2} + 2\gamma\omega_{1} + \gamma^{2} + \omega_{1}^{2} +$$

Chamando $a = 2\gamma^2 + (\Omega^2 - \omega_0^2)$ e $b = 2\gamma\omega_1$, temos o produto notável (a+b)(a-b):

$$=4\gamma^4+4\gamma^2(\Omega^2-\omega_0^2)+(\Omega^2-\omega_0^2)^2-4\gamma^2(\gamma^2-\omega_0^2)=$$

$$=4\gamma^2\Omega^2+(\Omega^2-\omega_0^2)^2$$

Assim, o resultado pode ser escrito como:

$$Q(t) = \frac{\varepsilon_0}{4\gamma^2\Omega^2 + (\Omega^2 - \omega_0^2)^2} \left[(\omega_0^2 - \Omega^2)\cos(\Omega t) + \Omega\gamma\sin(\Omega t) \right] + e^{-\gamma t} \left(-\frac{\varepsilon_0}{2\omega_1} \mathfrak{C}_1 e^{-\omega_1 t} + \mathfrak{C}_2 e^{+\omega_1 t} \right)$$

A parte verde é chamada de solução $estacion\'{a}ria$ da equação diferencial, enquanto a vermelha, de solução transiente.

1.3 Circuito driver de flyback

1.3.1 Transistores, uma aproximação:

Os transistores são componentes eletrônicos usados na amplificação de sinais pequenos de correntes alternadas e como interruptores, nos quais usa-se pequenas correntes para comandar grandes correntes. Eles são formados de junções bipolares, podendo essas serem NP e PN, em transistores NPN e ainda, PN e NP, em transistores PNP. Dessa maneira, são chamados de transistores bipolares.

Em especial, o transistor usado no circuito driver do flyback é o TIP35C, um transistor NPN.

Uma forma de representação de um transistor NPN é conforme a figura abaixo:

Um dos pólos N é o emissor do transistor, enquanto o outro, o coletor. O pólo P é a base do transistor, e

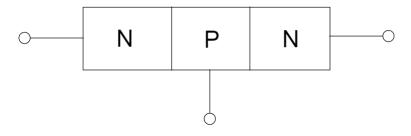


Figura 3: Transistor NPN

uma maneira grosseira, mas intuitiva de pensar no transistor é por meio de dois diodos:

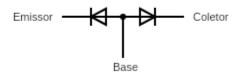


Figura 4: Aproximação de um transistor NPN

Nos diagramas esquemáticos, o transistor é representado na forma da Fig.(5):

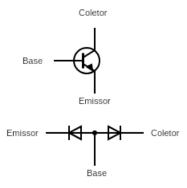


Figura 5: Diagrama de um transistor NPN

Usualmente, o emissor do transistor é conectado no polo negativo ou na Terra, de maneira que a corrente flui da base até o emissor e do coletor até o emissor.

Defina:

$$\begin{cases} I_c \equiv corrente \ do \ coletor. \\ I_\beta \equiv corrente \ da \ base. \\ I_e \equiv corrente \ do \ emissor. \end{cases}$$

Para os transistores, a seguinte relação é válida:

$$I_c = \beta I_\beta$$

Onde β é o hfe do transistor, que pode ser medido com um multímetro e ainda, pela conservação das correntes $I_e = I_c + I_\beta$ ou ainda, $I_e = I_\beta(\beta + 1)$.

Existem três formas principais de operar um transistor NPN, baseado nas tensões postas nos polos, as quais podem ser entendidas de maneira aproximada:

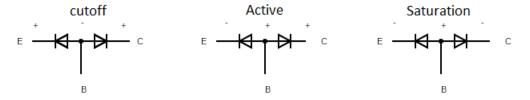


Figura 6: Três formas de operação.

1. Região de cutoff:

Nessa região o emissor possui um potencial maior que a base $(V_b < V_e)$ ou, para diodos de silício, $V_b < 0.7V$, logo a corrente sobre o diodo que conecta o emissor e a base é a corrente de reversão do diodo. O potencial do coletor também é maior que o potencial da base, e a corrente sobre o diodo que conecta os polos também é a corrente de reversão do diodo, a qual é aproximadamente zero $(I_c \approx 0)$.

2. Região de ativação:

Nessa região, $V_{BE} > 0,7V$ e a corrente sobre o diodo está no sentido direto do diodo, enquanto o potencial do coletor ainda é maior que o potencial da base, logo a corrente ainda está no sentido reverso do diodo.

3. Região de saturação:

Na região de saturação, o potencial do emissor é menor que o potencial da base, e o potencial da base é maior que o potencial do coletor, logo a corrente dos dois diodos está no sentido direto sendo portanto a maior para uma dada tensão, descrita pela equação:

$$I_{m\acute{a}x} = \frac{V}{R_c + R_E}$$

Caso os únicos resistores existentes sejam os internos à estrutura dos diodos e V é a diferença de potencial entre o coletor e o emissor.

Assim, a região de ativação tem corrente entre a de cutoff e a de saturação.

Portanto, temos:

$$0 \approx I_{cutoff} \leq I_{active} \leq I_{saturation} = I_{m\acute{a}x}$$

Com essa pequena discussão sobre os transistores, de maneira simples e aproximada, podemos verificar a operação do circuito do driver do flyback.

1.3.2 O circuito driver do flyback

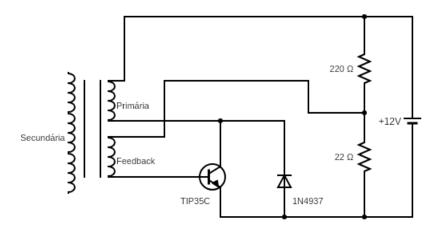


Figura 7: O circuito.

Observa-se que ao ligar o circuito na fonte de 12V, além da pequena corrente que flui na malha dos dois resistores, o transistor se encontra na região ativa, logo uma grande corrente flui sobre a bobina primária e uma pequena sobre a de feedback, visto que é claro que o potencial do coletor é maior que o da base, que por sua vez é maior que o do emissor.

Já no diodo, apenas a corrente de reversão flui, visto que ele está inversamente polarizado.

O fluxo de corrente da bobina primária gera um campo magnético que é amplificado pelo ferrite, e por estar magneticamente acoplado às bobinas secundária e de feedback, pela Lei de Faraday-Lenz, uma corrente é induzida de forma a se opor ao campo magnético que a criou.

A força eletromotriz induzida na bobina de feedback coloca o transistor na região de cutoff, o que faz com que a corrente sobre a bobina primária desapareça, levando assim, após o desaparecimento das eventuais correntes induzidas na secundária e na bobina de feedback, ao recomeço do ciclo.

Dessa maneira, cria-se um circuito que gera alta tensão que oscila em uma frequência alta, visto que o número de voltas da secundária é muito maior que a primária.

O flyback é um componente utilizado para guiar raios catódicos em raios de tubo o que faz com que o sinal seja retificado por meio de diodos, o que não é um empecilho para o que desejamos fazer.

1.4 Funcionamento da bobina de Tesla

A bobina de Tesla de centelhador (SGTC:Spark-Gap-Tesla-Coil), é formada de cinco partes:

1. Primeira Parte: Banco de Capacitores:

A primeira parte consiste em um banco de capacitores de baixa capacitância e baixa resistência interna, que servirá para armazenar energia.

Como esse possui baixa resistência e capacitância, seu carregamento leva um tempo muito pequeno, e a alta tensão sobre o mesmo garante uma boa quantidade de energia armazenada.

2. Segunda Parte: Centelhador:

A segunda parte consiste em um centelhador, o qual é formado por dois condutores separados por um meio isolante, o ar. A alta tensão gerada consegue romper a rigidez dielétrica do ar, causando centelhamento, o qual é fundamental para a evolução do circuito, visto que, antes do carregamento dos capacitores, esse torna um trecho do circuito aberto, como analisaremos em breve.

A presença de correntes de ar auxilia na geração das centelhas, aumentando a frequência com que essas ocorrem.

3. Terceira Parte: Bobina Primária:

A terceira parte de uma bobina de Tesla é a bobina primária, que é composta de poucas voltas e, em conjunto com o capacitor e o centelhador (quando em funcionamento desse último) formam um circuito RLC, com a resistência sendo a resistência interna dos fios e do capacitor, a qual é baixa. Basicamente, podemos aproximar a bobina primária por um indutor ideal.

4. Quarta Parte: Bobina Secundária:

A quarta parte de uma bobina de Tesla é formada por outra bobina, desta vez composta de muito mais voltas, a qual novamente pode ser aproximada por um indutor, o qual forma outro circuito RLC, com a capacitância parasita entre topo da bobina e a Terra, além da resistência interna dos fios.

5. Quinta Parte: Topo da bobina de Tesla:

A quinta parte da bobina de Tesla é o topo, formado por uma esfera de alumínio "cuidadosamente fabricada" tentando minimizar as pontas, a fim de reduzir o efeito corona, o qual dissipa potência útil. O circuito esquemático que combina as cinco partes para formar a bobina de Tesla de centelhador, é o mesmo circuito desenvolvido pelo seu criador, Nikola Tesla, conforme mostra a figura:

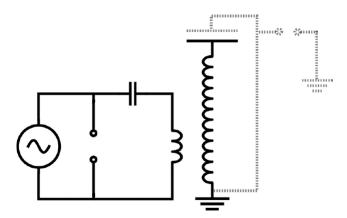


Figura 8: Circuito Original de uma SGTC

Uma fonte de alta tensão de corrente alternada alimenta o ramo formado pela fonte, o banco de capacitores e o indutor que forma a bobina primária (o ramo maior). Chamaremos essa etapa de *primeiro ciclo*, representado pela figura abaixo:

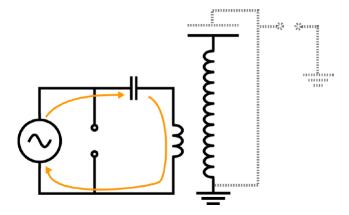


Figura 9: Primeiro Ciclo.

Assim que o capacitor atinge a carga máxima, o centelhador é ativado e então, a malha formada por ele, o banco de capacitores e a primária da bobina de tesla formam um circuito RLC, que opera em sua frequência natural:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_p C_p}}$$

Chamaremos essa etapa de **segundo** ciclo, representado pela figura abaixo:

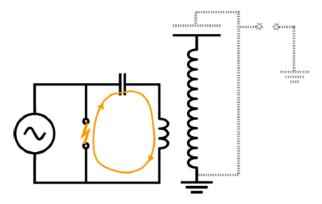


Figura 10: Segundo Ciclo.

Devido ao acoplamento magnético entre a bobina primária e a secundária e, seguindo a Lei de Faraday-Lenz, o campo magnético gerado pelo solenóide que é a bobina primária induz uma corrente elétrica na bobina secundária, a qual será proporcional à derivada do fluxo do campo magnético em relação ao tempo e inversamente proporcional à resistência da bobina, de forma que a corrente será tal que gerará um campo magnético que se contraporá ao sentido do campo original:

$$I_{gerada} = -\frac{1}{R} \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

Nessa etapa, podemos pensar no circuito da bobina primária como uma fonte de tensão alternada atuando sobre um circuito RLC composto pela bobina secundária, a resistência dos fios e a capacitância parasita entre o topo da bobina e a Terra.

Chamaremos essa etapa de *terceiro ciclo*, o qual segue a figura:

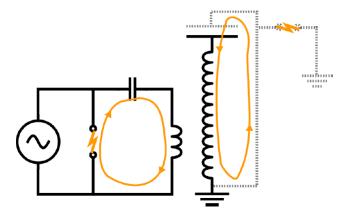


Figura 11: Terceiro Ciclo.

Em especial, na frequência de ressonância, a qual é buscada a fim de otimizar a amplitude máxima da carga em função do tempo, a frequência de ressonância do circuito primário deve ser a mesma que a do circuito secundário:

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_pC_p}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_sC_s}} = f_s$$

A partir de agora, trabalharemos no regime de ressonância para facilitar os cálculos.

A energia do circuito primário é transferida em sua totalidade para o circuito secundário, essa etapa ocorre de maneira cíclica e depende das oscilações do circuito primário.

A partir do momento em que toda energia do circuito primário fora transferida para o circuito secundário, o circuito secundário torna-se um RLC livre, com oscilações amortecidas. Chamaremos essa etapa de *quarto ciclo*, o qual está representado na imagem abaixo:

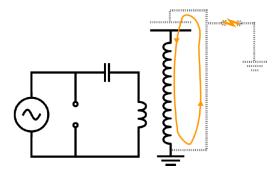


Figura 12: Quarto Ciclo.

O aumento da tensão segue da hipótese da conservação da energia. Supondo que toda energia armazenada no circuito primário, dada por:

$$E_p = \frac{1}{2}C_p V_p^2$$

Será transferida integralmente na energia do circuito secundário, dada por:

$$E_s = \frac{1}{2}C_s V_s^2$$

temos que,

$$E_p = E_s \Rightarrow C_p V_p^2 = C_s V_s^2 \leftrightarrow \frac{V_s}{V_p} = \sqrt{\frac{C_p}{C_s}}$$

Como estamos no regime de ressonância,

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{L_pC_p}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_sC_s}} \Longleftrightarrow \frac{C_p}{C_s} = \frac{L_s}{L_p}$$

Finalmente, a tensão de saída é dada por:

$$V_s = \sqrt{\frac{L_s}{L_p}} V_p$$

Como a razão de voltas entre a bobina primária e a bobina secundária é de 1 pra 200, a indutância da bobina primária é muito menor que a indutância da bobina secundária $(L_s >> L_p)$, logo a tensão de saída é muito maior que a tensão de entrada.

Obviamente, a tensão de saída prática obtida não segue essa equação, primeiro, porque não temos uma maneira viável de colocar os dois circuitos em ressonância se não pela observação da melhor configuração que visualmente fornece o maior arco, segundo, porque há perdas ôhmicas em todo circuito pela resistência dos fios e por último, pela potência dissipada pela descarga corona, a emissão de radiação eletromagnética e perdas devido aos dielétricos envolvidos.

2 Materiais e Métodos

2.1 Cuba Eletrolítica

A primeira etapa deste projeto foi a construção de uma cuba eletrolítica para se gerar os gases Oxigênio e Hidrogênio, para isso utilizamos um recipiente plástico com um furo em suas duas laterias opostas para se fixar um parafuso ao qual irá introduzir a corrente elétrica para dentro do recipiente. Posteriormente, fixamos dois eletrodos de carbono no fundo do recipiente utilizando uma placa plástica com furos padronizados, e ligamos cada eletrodo em um parafuso que foi fixado anteriormente nas paredes do recipiente, como mostrado na figura abaixo:



Figura 13: Eletrodos

Para se armazenar os gases produzidos pela eletrólise, foi utilizado um sistema simples de coleta, feito a partir de um pequeno recipiente plástico ligado a uma seringa, como mostrado na figura abaixo:



Figura 14: Cuba Eletrolítica

2.2 Bobina Secundária

A bobina de Tesla é formada por uma bobina primária e uma secundária. Basicamente a bobina secundária foi feita enrolando-se um fio de cobre esmaltado num tubo de PVC (45 cm de comprimento, bitola de 3 polegadas), de forma muito justa (rígida) e com o cuidado de não deixar pontas. As pontas dos fios foram fixadas nas extremidades do tubo de PVC. Após completar todas as voltas, a bobina foi envernizada para prevenir a formação de arcos no fio. A bobina primária foi feita dando 5 voltas com o fio do circuito (encapado).

2.3 Gerador de Alta Tensão

Para esta etapa do projeto, iremos criar um circuito que será responsável por fornecer a tensão necessária para a bobina, para isso iniciamos com um esboço do circuito sobre a placa de fenolite, entretanto , devemos remover todo o material que não faz parte da trilha do circuito, para isso foi preparado uma solução de

Cloreto de ferro (III) $(FeCl_3)$ que será usado para corroer o material excedente. A solução de Cloreto de ferro foi preparada pesando 40g do sal em uma balança de precisão, e posteriormente, dissolvendo o mesmo em $100 \, ml$ de água. Posteriormente, foi depositada a placa de fenolite na solução de Cloreto de ferro e removido o excesso da solução com água, o último passo é realizar os furos nos locais indicados para se fixar os componentes eletrônicos. Foi utilizado neste circuito um transformador de saída de linha (ou ainda, flyback), o qual necessita de um preparo prévio, para isto, fez-se necessário a construção da bobina primária e a bobina de feedback para o flyback, foram utilizado fios de cobre envoltos no próprio flyback, sendo 6 voltas para a bobina primária e 4 voltas para a bobina de feedback, vale ressaltar que ambas bobinas devem ser enroladas no mesmo sentido.



Figura 15: Flyback

Após a conclusão dessa etapa, prosseguimos com a montagem do circuito, soldando os componentes seguindo o desenho esquematizado na figura abaixo:

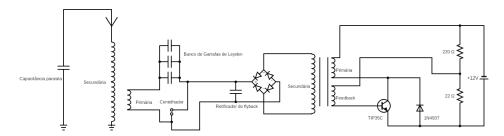


Figura 16: Circuito Esquematizado

2.4 Garrafas de Leyden

No circuito da bobina de Tesla foram necessários 3 capacitores de alta tensão, no caso, 3 garrafas (caseiras) de Leyden conectadas em paralelo (voltagem total na ordem de kV). A montagem consistiu basicamente em colar folhas de papel alumínio nas laterais interna e externa de um recipiente de material dielétrico, um pote de vidro e duas garrafas plásticas de refrigerante (as laterais foram bem lavadas e a colagem do alumínio foi feita de modo a evitar a formação de pontas). O interior das garrafas foi preenchido com solução saturada de sal de cozinha; no lado interno o fio (de cobre) foi imerso diretamente nessa solução, e no lado externo foi conectado a folha de alumínio. A capacitância obtida é da ordem de nanofarads (nF).



Figura 17: Garrafas de Leyden

2.5 Teste da chama para o espectro do sódio

Para obter o espectro do sódio foi usada uma lamparina de vidro (de mesa) contendo álcool e um borrifador contendo solução de cloreto de sódio (NaCl). A contribuição do sódio foi claramente evidenciada pela coloração amarelo intensa que o elemento produz na chama, o conhecido "teste da chama".

2.6 Espectroscópio

O espectroscópio também foi construído de maneira caseira, utilizando um tubo de papelão e um pedaço recortado de CD. Para montar o espectroscópio basta cortar o tubo de papelão em um ângulo de 30 graus e colocar o pedaço de CD na ponta cortada do tubo e uma tampa com uma pequena fenda na outra ponta. Para observar o espectro da fonte de emissão, abra um furo próximo da extremidade onde o CD está posicionado. Se o CD não estiver gravado o resultado é melhor.

Este dispositivo decompõe a luz branca, visto que o CD age como um elemento difrator, se comportando como uma rede de difração. O espectroscópio pode ser utilizado para analisar várias fontes de luz como lâmpadas, telas de TV ou de computador e velas.

A rede de difração é uma espécie de generalização da fenda dupla, tornando o dispositivo com N fendas igualmente espaçadas. A rede de difração serve para decompor a onda de luz em seu espectro, diferenciando os máximos e mínimos associados a cada comprimento de onda, resultando no padrão de interferências construtivas e destrutivas entre os feixes emitidos nos diferentes ângulos.

MUITA ATENÇÃO: NUNCA APONTE DIRETAMENTE SEU ESPECTROSCÓPIO PARA O SOL. ISSO PODERÁ CEGÁ-LO!

3 Resultados e Conclusões

3.1 Ionização do Ar Atmosférico

O primeiro experimento em si foi a ionização do gás atmosférico, composto por uma mistura de vários gases, a tabela abaixo demostra a porcentagem de presença de cada elemento na mistura.

Gás	Porcentagem (%)
Nitrôgenio	78
Oxigênio	21
Gases Nobres	0.91
Gás Carbônico	0.3

Tabela 1: Composição do ar atmosférico.

Podemos perceber que grande parte do ar atmosférico é formado por nitrôgenio, portanto, é esperado uma maior aproximação do espectro aferido com o espectro tabelado do nitrôgenio. Ao apontar o espectroscópio para o centelhador podemos notar o espalhamento da luz, como mostrado na imagem abaixo:



Figura 18: Centelhador observado através do espectroscópio

Realizando uma comparação direta do espectro gerado com as faixas de espectros tabeladas de cada elemento (no caso a comparação é mais relevante com os gases nitrôgenio e oxigênio devido a suas quantidades), chegamos na seguinte figura:

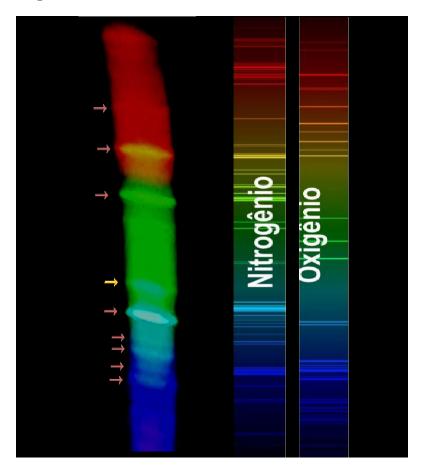


Figura 19: Espectro do Ar Atmosférico

Conforme destacado pelas flechas em vermelho, podemos notar não somente uma semelhança entre as bandas de emissão do espectro aferido com as faixas de nitrogênio e oxigênio, mas também, a evidência em que ambas as faixas interferem de maneira construtiva, destacando ainda mais as bandas de emissão. Ainda nessa mesma imagem, destacado por uma flecha amarela, podemos observar uma banda de emissão de cor verde mais saliente, que por sua vez, condiz exclusivamente com o espectro do Oxigênio, confirmando sua presença sobreposta no espectro aferido.

3.2 Ionização do Sódio

O segundo experimento parte do mesmo princípio de comparação de espectros de emissão, porém, o espectro aferido é oriundo do chamado "teste da chama", onde a energia fornecida para o elétron é proveniente da própria chama em si (diferente do experimento anterior, onde a energia é proveniente do efeito corona). Após registrar o espectro oriundo do borrifo da solução de cloreto de sódio (NaCl), comparamos com o espectro tabelado do Sódio, obtendo a seguinte imagem:

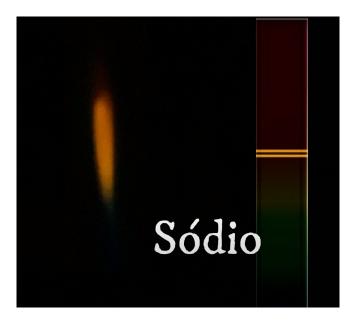


Figura 20: Espectro do Sódio

Após uma breve comparação, podemos concluir que o espectro aferido condiz com a faixa de emissão do sódio, contudo, devido a quantidade de ruído e a presença de outras substâncias, não foi possível obter com exatidão a frequência da banda de emissão.

4 Tópicos Especiais

4.1 Figuras de Lichtenberg

Além das figuras de Lissajous, as quais estudamos no laboratório de física II, outras famosas figuras são as figuras de Lichtenberg, que receberam esse nome do físico Georg Christoph Lichtenberg, e surgem de diferentes maneiras na natureza, inclusive em sobreviventes de raios.

Em especial, uma maneira simples de gerá-las é apresentada no vídeo experimental. Basicamente, usa-se uma solução de bicarbonato de sódio para umedecer a madeira e se coloca uma alta tensão sobre duas pontas da madeira, resultando numa corrente que forma ramos semelhantes à árvores que formam fractais, como vemos na figura:



Figura 21: Uma figura de Lichtenberg

4.2 Astrofísica

Na astronomia, a espectroscopia é uma técnica para realizar o estudo dos espectros da radiação eletromagnética, irradiada pelas estrelas e outros corpos celestes. A espectroscopia pode ser utilizada para determinar propriedades de estrelas distantes e galáxias, como por exemplo suas composições químicas.

Em 1817, Fraunhofer fez a designação das linhas de absorção no espectro solar, estas designações podem ser vistas na tabela abaixo:

Letra	Comprimento de onda (nm)	Substância química	Cor
A	759.37	O2 atmosférico	vermelho escuro
В	686.72	O2 atmosférico	vermelho
С	656.28	hidrogênio alfa	vermelho
D1	589.59	sódio neutro	laranja
D2	589.00	sódio neutro	amarelo
E	526.96	ferro neutro	verde
F	486.13	hidrogênio beta	ciano
G	431.42	moléculas de CH	azul
Н	396.85	cálcio ionizado	violeta escuro
K	393.37	cálcio ionizado	violeta escuro

Tabela 2: Linhas de Fraunhofer

Fraunhofer e Angelo Secchi foram alguns dos pioneiros em utilizar a espectroscopia nos raios solares e na luz vinda de outras estrelas. O cientista Secchi também possui mérito por ter classificado as estrelas em tipos espectrais, com base no número e na força de linhas de absorção em seu espectro. Tempos depois, ocorreu a descoberta de que a origem dos tipos espectrais era relacionada com a temperatura na superfície das estrelas, ou seja, algumas linhas de absorção podem ser observadas em apenas determinados intervalos de temperaturas.

Como dito acima, as linhas de absorção no espectro estelar podem ser usadas para determinar a composição química das estrelas, sendo que cada elemento é responsável por um conjunto diferente de linhas de absorção no espectro, em comprimentos de onda que podem ser medidos com muita precisão por experimentos realizados em laboratórios. Dessa maneira, uma linha de absorção em determinado comprimento de onda em um espectro estelar indica que o elemento deve estar presente. As linhas de absorção de hidrogênio (que são achadas na atmosfera de quase todas as estrelas) são de grande importância, pois estas linhas dentro do espectro visual são conhecidas como linhas de Balmer.

Ao avançar da física atômica e dos modelos propostos para a evolução estelar, a espectroscopia estelar é usada para determinar algumas propriedades estelares, tais como a distância, idade, luminosidade e taxa de perda de massa. Essas propriedades podem ser estimadas a partir dos estudos espectrais, sendo que os estudos do efeito Doppler podem indicar a presença de corpos celestes ocultos, como buracos negros e exoplanetas.

O espectro das galáxias é parecido com o das estrelas, visto que consiste da luz de milhões de estrelas concentradas, assim, a espectroscopia para estes objetos permitiu descobertas fundamentais. Edwin Hubble descobriu na década de 20 do século passado que exceto as galáxias mais próximas, as do grupo local, todas as galáxias estão se afastando da Terra. Descobrindo que quanto mais longe elas estão, mais rápido estão se afastando. Indicando de maneira primordial que o universo se originou de um ponto único, no Big Bang.

Estudos do efeito Doppler aplicados aos aglomerados de galáxias feitos por Fritz Zwicky revelaram que a maior parte das galáxias estão se movendo muito mais rápido do que parecia ser possível devido ao que se era conhecido sobre a massa do aglomerado. Zwicky fez a hipótese de que poderia existir uma grande quantidade de matéria que não interagisse coma luz nos aglomerados de galáxias, o que ficou conhecido como matéria escura, sendo até hoje um grande enigma da física atual.

Referências

- 1 Robert Eisberg; Quantum Physics of Atoms, Molecules, Solids, Nuclei, and Particles
- 2 Moysés Nussenzveig ; Curso de Física Básica: Eletromagnetismo Vol. $\!3$
- 3 Moysés Nussenzveig ; Curso de Física Básica: Ótica, Relativadade e Física Quântica Vol.4
- $\label{lem:condition} \mbox{4-Christopher Gerekos}; The \mbox{Tesla Coil-} \mbox{http://hazardousphysics.christophergerekos.eu/main/zeus/The Tesla Coil-} \mbox{en.pdf}$
- 5 W. E. Boyce and R. C. Diprima Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno, 8a. edição, LTC, 2006.
- 6 http://granada.ifsc.usp.br/labApoio/images/apostilas/fisicaiii-200815.pdf
- 7 Malvino ; Eletrônica Vol.1