Gabarito Lista 9 - Física II

Ex. 1 (HMN2 01-07)

Resposta:

$$H = \frac{4}{\pi\rho}\left(\frac{m}{D^2} - \frac{d^2}{D^2}\frac{M}{D^2 - d^2}\right) \tag{1}$$

Ex. 2 (HMN2 01-10)

Resposta: Se a densidade da pedra for maior que a do líquido, o nível do líquido desce, e se a densidade da pedra for menor que a do líquido, o nível sobe:

$$\begin{cases} \rho_p < \rho_l \Rightarrow V_{LDF} - V_{LDI} > 0 \Rightarrow \text{nível sobe} \\ \rho_p > \rho_l \Rightarrow V_{LDF} - V_{LDI} < 0 \Rightarrow \text{nível desce} \end{cases} \tag{2}$$

No caso, como o líquido é água, e a densidade da água é menor que a de uma pedra padrão, o nível de água desce.

Dica: usar princípio de Arquimedes e analisar situação inicial (pedra no barco) e final (pedra jogada).

Ex. 3

(a) **Resposta:** A força sobre o fundo é:

$$\vec{F}_f = p_f A_f(-\hat{z}) = -ab(p_{atm} + \rho_0 g h)\hat{z} \tag{3}$$

em que $A_f = ab$ é a área do fundo (base).

O módulo da força sobre as paredes de largura b é:

$$F = \int p dA = \frac{\rho g h^2}{2} b \tag{4}$$

e para as paredes de largura a:

$$F = \int p dA = \frac{\rho g h^2}{2} a \tag{5}$$

De forma geral, o módulo da força sobre uma parede será:

$$F = \frac{\rho g h^2}{2} l \tag{6}$$

em que l é a largura da parede considerada.

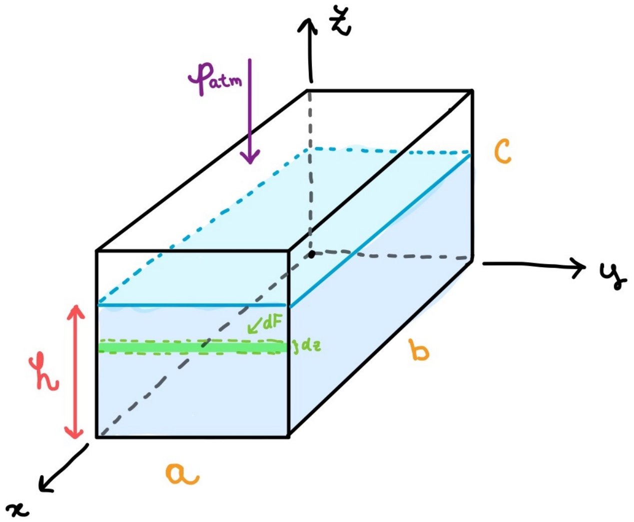

Figura 1

(b) **Resposta:** Para o caso do fundo, como a pressão p_f é constante, o centro de pressão será:

$$\vec{x}_f = \left(\frac{b}{2}, \frac{a}{2}, 0\right) \tag{7}$$

em que usamos o sistema de coordenadas indicado na Figura 1.

Para o caso das paredes, a pressão depende da altura, i.e $p = p(z)$. Sendo assim, o centro de pressão para as paredes de largura b fica:

$$\vec{x}_{lb} = \frac{b}{2}\hat{x} + \frac{(p_{atm}\frac{c^2}{2} + \rho g \frac{h^3}{3})}{(p_{atm}c + \rho g \frac{h^2}{2})}\hat{z} \tag{8}$$

enquanto que para as paredes de largura a:

$$\vec{x}_{la} = \frac{a}{2}\hat{y} + \frac{(p_{atm}\frac{c^2}{2} + \rho g \frac{h^3}{3})}{(p_{atm}c + \rho g \frac{h^2}{2})}\hat{z} \tag{9}$$

Ex. 4 (HMN2 01-11)

Resposta: A densidade do líquido é:

$$\rho = \rho_a \frac{V_0}{(V_0 - Ah)} \tag{10}$$

Ex. 5

(a) **Resposta:** A densidade do óleo é

$$\rho = \rho_0 \frac{(l-d)}{l} \tag{11}$$

(b) **Resposta:** A variação da energia potencial ΔV é

$$\Delta V = \frac{gS\rho_0 \Delta d^2}{4} \tag{12}$$

Dica: Considere a componente vertical do centro de massa do sistema.

(c) **Resposta:** A frequência ideal de pequenas oscilações do desnível é

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{4h_0 + 2(l-d)}} \tag{13}$$

Dica: Expanda o potencial em torno do valor de equilíbrio d e faça uma aproximação harmônica.

Ex. 6

Dica: Relacione as distâncias $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ e $\overline{OA}$ com os respectivos pesos.

Ex. 7 Atmosfera politrópica.

(a) **Dica:** Use a relação entre pressão e densidade $p = \rho r T$ e $p = k\rho^n$ para isolar k em termos dos valores de referência.

(b) **Dica:** No equilíbrio sabemos que $\frac{dp}{dz} = -\rho g$. Substituindo em ρ a equação do equilíbrio politrópico e resolvendo a equação diferencial obtemos o resultado pedido (não esqueça de usar $p(z=0) = p_0$ para encontrar a constante de integração).

(c) **Resposta:**

$$T(z) = T_0 \left(1 - \frac{n-1}{n}\frac{g}{rT_0}z\right) \tag{14}$$

$$\rho(z) = \rho_0 \left(1 - \frac{n-1}{n}\frac{g}{rT_0}z\right)^{\frac{1}{n-1}} \tag{15}$$

Ex. 8

(a) **Resposta:** O centro de massa (CM) se encontra na posição:

$$\vec{r} = \left(0, 0, -\frac{R}{2}\right) = -\frac{R}{2}\hat{z} \tag{16}$$

O centro de empuxo corresponde ao ponto em que a força empuxo age, ou seja, é o centro de gravidade do líquido deslocado. Logo, para calculá-lo, devemos apenas considerar o volume de líquido submerso. Ele está localizado na posição:

$$\vec{r}_e = \left(0, 0, -\frac{27}{40}R\right) = -\frac{27}{40}R\,\hat{z} \tag{17}$$

(b) **Resposta:** Quando a cuia gira, o centro de empuxo se move pois a porção de fluido deslocada muda. Já o centro de massa permanece na mesma posição, relativa a um sistema de coordenadas que gira com a cuia. Dessa forma, surge um torque no sistema (ver Figura 2).

O metacentro é definido como o ponto que a linha vertical do novo centro de empuxo intersepta o eixo $\overline{EM}$, que é o eixo definido pelo CM e centro de empuxo do sistema em equilíbrio. Se o metacentro M encontra-se acima do centro de massa, o torque gerado pelo empuxo e pelo peso tende a restaurar a posição de equilíbrio. Porém, se M encontra-se abaixo do CM, o torque tende a aumentar a inclinação da cuia, de forma que o equilíbrio é instável.

Figura 2