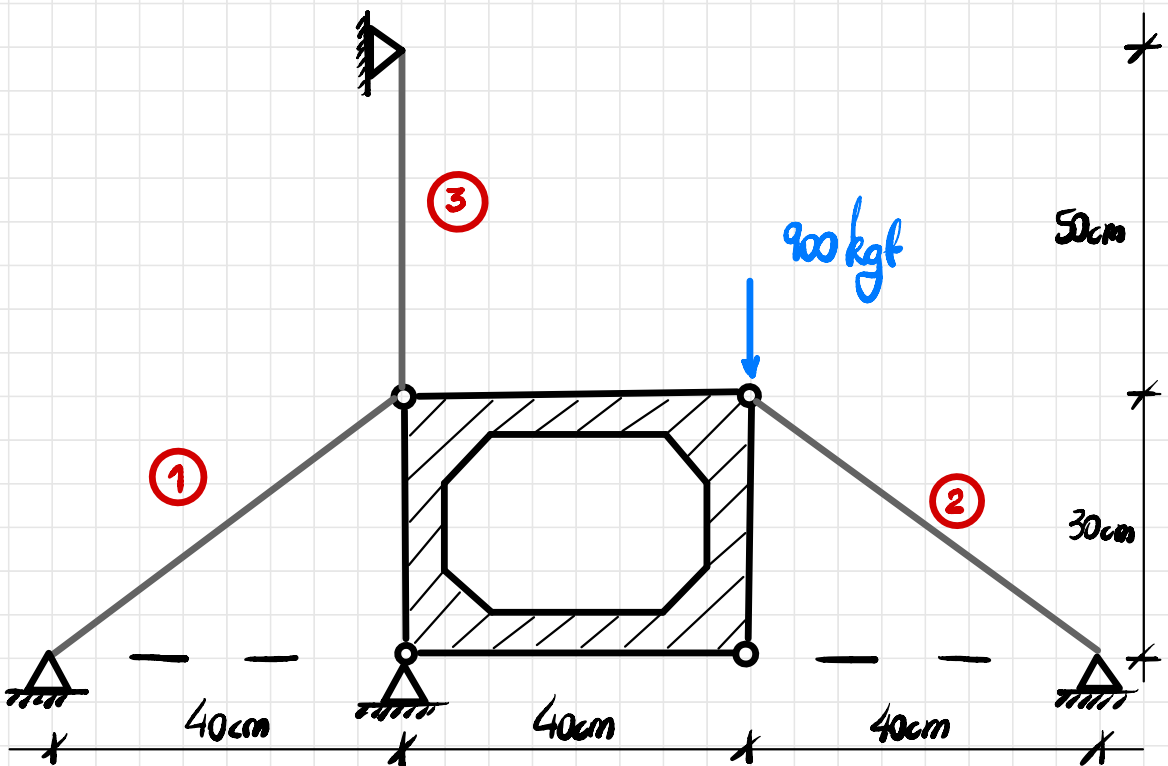
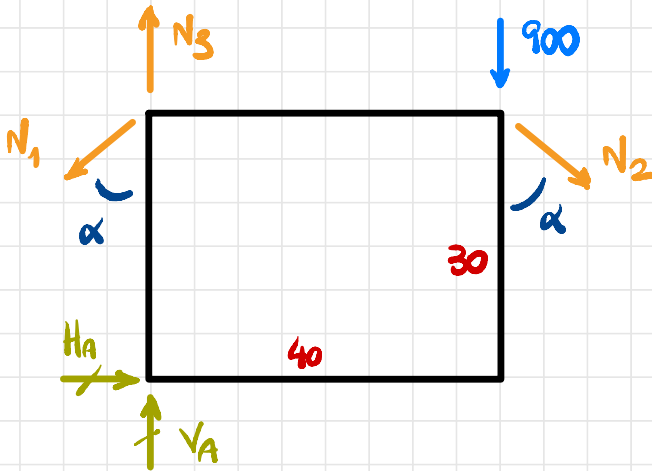


Considere a chapa ABCD rígida. As três barras biarticuladas são exatamente iguais entre si. Achar o valor da área A da seção transversal dessas barras, sabendo-se que a tensão normal admissível do material que as constitui vale $\bar{\sigma} = 480 \text{ kgf/cm}^2$, e que a rotação φ da chapa deve satisfazer $\varphi \leq 0,0025 \text{ rad}$. São dadas, ainda para as barras: $l = 50 \text{ cm}$ (comprimento) e $E = 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ (módulo de elasticidade).



Fazendo o equilíbrio:

$$\begin{aligned}\sin \alpha &= 4/5 \\ \cos \alpha &= 3/5\end{aligned}$$



$$\sum F_H = 0: H_A - N_1 \sin \alpha + N_2 \sin \alpha = 0$$

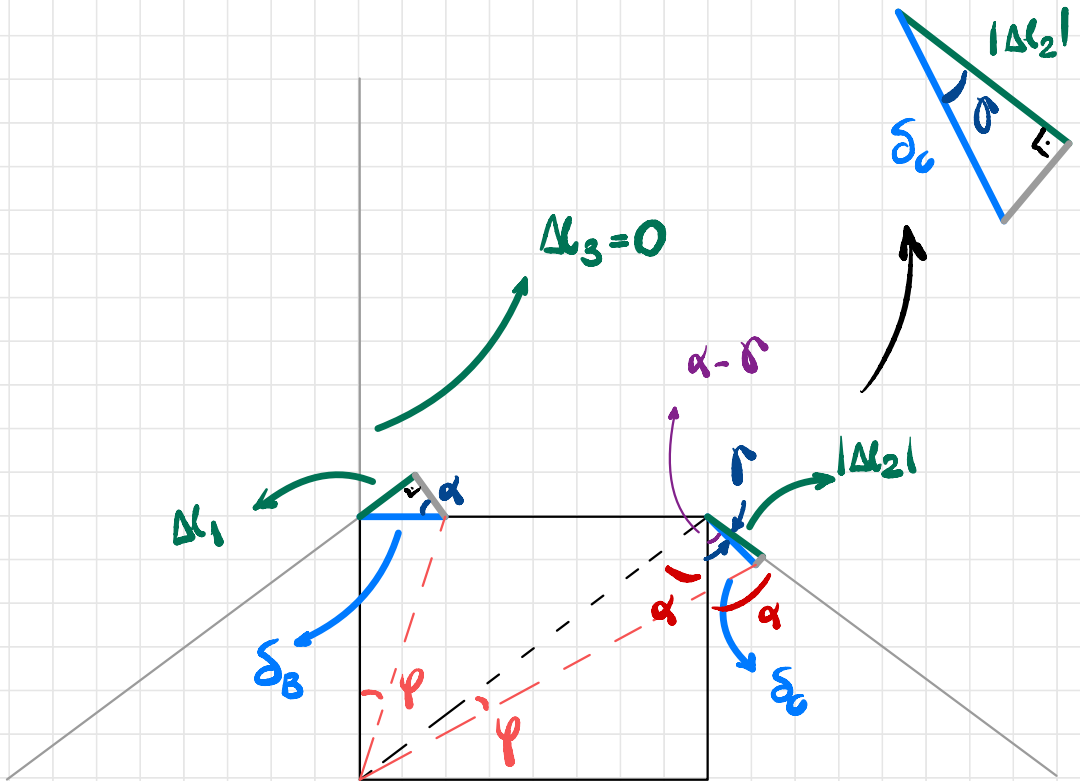
$$\sum F_V = 0: V_A - N_1 \cos \alpha + N_3 - 900 - N_2 \cos \alpha = 0$$

$$\checkmark \sum M_A = 0: +N_1 \sin \alpha \cdot 30 - 900 \cdot 40 - N_2 \cos \alpha \cdot 40 - N_2 \sin \alpha \cdot 30 = 0$$

$$\frac{120}{5} N_1 - \frac{240}{5} N_2 = 3600$$

$$N_1 - 2N_2 = 1500$$

Diagrama de Williot:



Assim:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{\Delta l_1}{\delta_B} \rightarrow \delta_B = \frac{\Delta l_1}{\operatorname{sen} \alpha}$$

$$\cos \varphi = \frac{|\Delta l_2|}{\delta_C} \rightarrow \delta_C = \frac{|\Delta l_2|}{\cos \varphi}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\delta_B}{30} = \frac{\delta_C}{50}$$

Logo:

$$\frac{1}{30} \left(\frac{\Delta l_1}{\sin \alpha} \right) = \frac{1}{50} \left(\frac{|\Delta l_2|}{\cos \beta} \right)$$

Mas:

$$2\alpha - \beta = \pi/2 \rightarrow \beta = 2\alpha - \pi/2$$

$$\cos \beta = \cos(2\alpha - \pi/2) = \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\therefore \cos \beta = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} \rightarrow \cos \beta = \frac{24}{25}$$

$$\frac{1}{3} \left(\frac{\Delta l_1}{4/5} \right) = \frac{1}{5} \left(\frac{|\Delta l_2|}{24/25} \right)$$

$$\frac{5}{12} \Delta l_1 = \frac{5}{24} |\Delta l_2|$$

$$\therefore |\Delta l_2| = 2 \Delta l_1$$

Sabendo que $\Delta l_i = \frac{N_i l}{EA}$, então:

$$\frac{N_2 l}{EA} = \frac{2 N_1 l_1}{EA}$$

E assim:

$$N_2 = -2N_1$$

Voltando ao equilíbrio:

$$N_1 - 2(-2N_1) = 1500$$

$$5N_1 = 1500$$

E assim:

$$N_1 = 300 \text{ kgf}$$

E:

$$N_2 = -600 \text{ kgf}$$

Dimensionamento

① Tensão Máxima

$$\max(\sigma_1, |\sigma_2|) \leq \bar{\sigma} \rightarrow |\sigma_2| \leq \bar{\sigma} \rightarrow \frac{|N_2|}{A} \leq \bar{\sigma}$$

$$A \geq \frac{|N_2|}{\bar{\sigma}} \rightarrow A \geq \frac{600}{480} \rightarrow A \geq 1,25 \text{ cm}^2$$

② Rotação Máxima

$$\varphi \leq \bar{\varphi} \rightarrow \lg \varphi \leq \bar{\varphi} \rightarrow \frac{\delta_B}{30} \leq \bar{\varphi}$$

$$\frac{\Delta \ell_1}{30 \sin \alpha} \leq \bar{\varphi} \rightarrow \frac{N_1 \ell}{30 E A \sin \alpha} \leq \bar{\varphi}$$

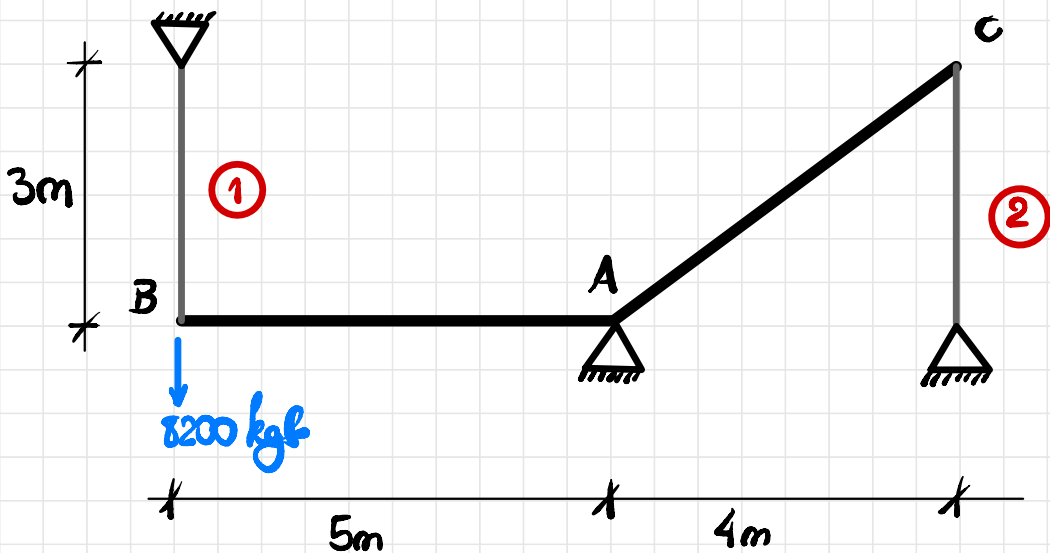
$$A \geq \frac{N_1 \ell}{30 E \bar{\varphi} \sin \alpha} \rightarrow A \geq \frac{300 \cdot 50}{30 \cdot 10^5 \cdot 0,0025 \cdot 4/5}$$

$$A \geq 2,5 \text{ cm}^2$$

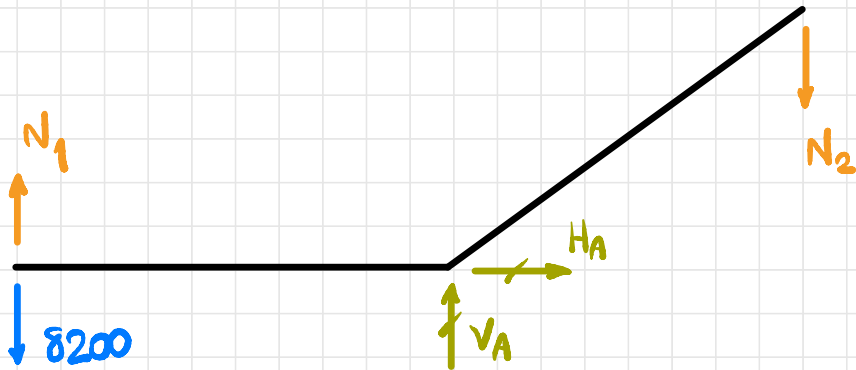
$$\text{Logo } A_{\min} = 2,5 \text{ cm}^2$$

A barra BAC da figura é infinitamente rígida. Os fios 1 e 2 são iguais entre si. Para eles são dados a tensão normal de escoamento ($\sigma_e = 2000 \text{ kgf/cm}^2$) e o módulo de elasticidade ($E = 30000 \text{ kgf/cm}^2$).

Adotando coeficiente de segurança ao escoamento igual a 2, achar a área dos fios, sabendo-se ainda que o deslocamento vertical do ponto B não pode ultrapassar um valor fixado ($v_B \leq 8 \text{ cm}$).



Equilíbrio:



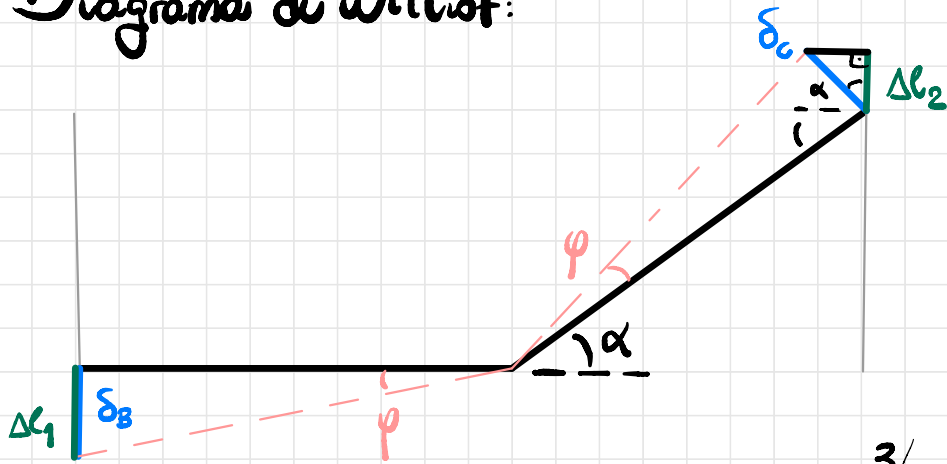
$$\sum F_H = 0: H_A = 0$$

$$\sum F_V = 0: N_1 - 8200 + V_A - N_2 = 0$$

$$\curvearrowright \sum M_A = 0: 8200 \cdot 5 - N_1 \cdot 5 - N_2 \cdot 4 = 0$$

$$5N_1 + 4N_2 = 41000$$

Diagrama de Williot:



$$\sin \alpha = \frac{3}{5}; \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

Assim:

$$\delta_B = \Delta l_1$$

$$\cos \alpha = \frac{\Delta l_2}{\delta_C} \rightarrow \delta_C = \frac{\Delta l_2}{\cos \alpha}$$

E:

$$\tan \varphi = \frac{\delta_B}{5} = \frac{\delta_C}{5} \rightarrow \delta_B = \delta_C$$

Logo:

$$\Delta l_1 = \frac{\Delta l_2}{\cos \alpha} \rightarrow \frac{N_1 \cdot \cancel{l_1}}{\cancel{EA}} = \frac{N_2 \cdot \cancel{l_2}}{\cancel{EA} \cdot 4/5}$$

$$N_1 = \frac{5}{4} N_2$$

Volando ao equilíbrio:

$$5\left(\frac{5}{4}N_2\right) + 4N_2 = 41000$$

$$\frac{25+16}{4}N_2 = 41000$$

$$\therefore N_2 = 4000 \text{ kgf}$$

E assim:

$$N_1 = 5000 \text{ kgf}$$

① Dimensionamento:

① Tensão Máxima:

$$\max(\sigma_1, \sigma_2) \leq \bar{\sigma} \rightarrow \frac{N_1}{A} \leq \frac{\sigma_c}{s}$$

$$A \geq \frac{N_1 s}{\sigma_c} \rightarrow A \geq \frac{5000 \cdot 2}{2000} \rightarrow A \geq 5 \text{ cm}^2$$

② Deslocamento Máximo:

$$\delta_B \leq v_B \rightarrow \Delta l_1 \leq v_B \rightarrow \frac{N_1 l_1}{EA} \leq v_B$$

$$A \geq \frac{N_1 l_1}{E v_B} \rightarrow A \geq \frac{5000 \cdot 300}{30000 \cdot 8} \rightarrow A \geq 6,25 \text{ cm}^2$$

$$\text{Logo } A_{\min} = 6,25 \text{ cm}^2$$

A barra horizontal da figura é rígida. Os 3 fios verticais tem a mesma área (A) de seção transversal. Achar o valor de A sabendo-se que:

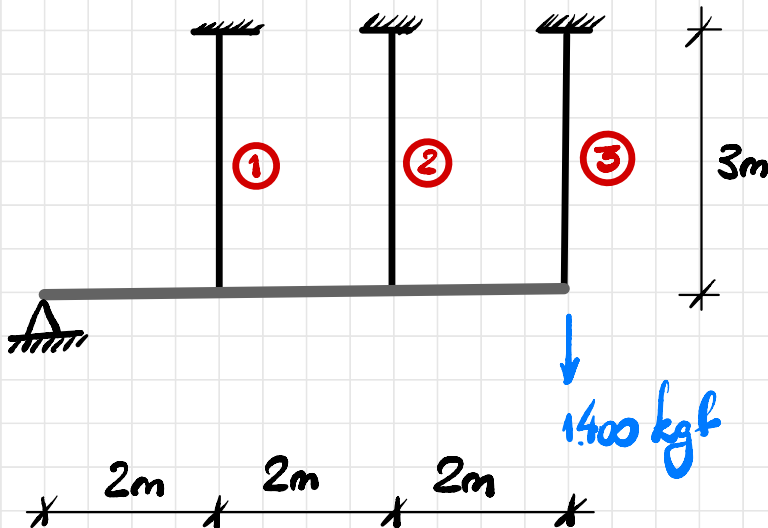
a) a tensão admissível do material dos fios vale

$$\bar{\sigma} = 1.800 \text{ kgf/cm}^2.$$

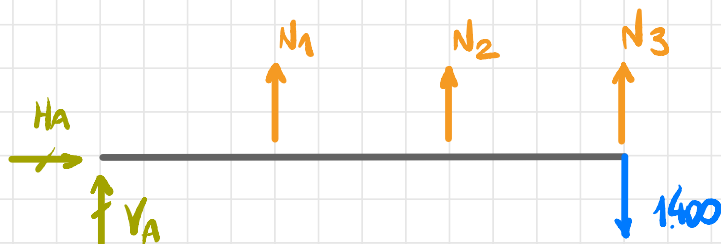
b) a rotação máxima admissível da barra horizontal é $0,002 \text{ rad}$.

Observação: é dado o módulo de elasticidade dos fios:

$$E = 360.000 \text{ kgf/cm}^2$$



Equilibrio:



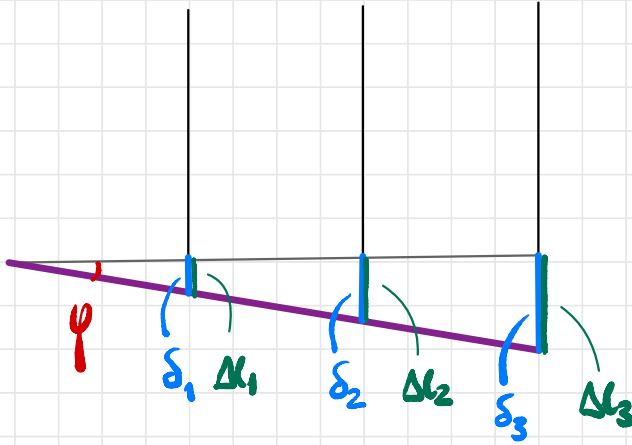
$$\sum F_H = 0: H_A = 0$$

$$\sum F_V = 0: V_A + N_1 + N_2 + N_3 = 1400$$

$$\oplus \sum M_A = 0: N_1 \cdot 2 + N_2 \cdot 4 + N_3 \cdot 6 - 1400 \cdot 6 = 0$$

$$N_1 + 2N_2 + 3N_3 = 4200$$

Diagrama de Williot:



$$\delta_1 = \Delta l_1$$

$$\delta_2 = \Delta l_2$$

$$\delta_3 = \Delta l_3$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\delta_1}{200} = \frac{\delta_2}{400} = \frac{\delta_3}{600}$$

$$\therefore \begin{cases} \frac{\Delta l_1}{200} = \frac{\Delta l_2}{400} \rightarrow \Delta l_2 = 2 \Delta l_1 \\ \frac{\Delta l_1}{200} = \frac{\Delta l_3}{600} \rightarrow \Delta l_3 = 3 \Delta l_1 \end{cases}$$

* deslocamentos e comprimentos em centímetros!

Como as barras são idênticas (mesmo E , A e l):

$$N_2 = 2N_1 \quad ; \quad N_3 = 3N_1$$

Substituindo no equilíbrio:

$$N_1 + 2(2N_1) + 3(3N_1) = 4.200$$

$$14N_1 = 4.200$$

$$\therefore N_1 = 300 \text{ kgf}$$

Logo:

$$N_2 = 600 \text{ kgf}$$

$$N_3 = 900 \text{ kgf}$$

Dimensionamento:

① Tensão Máxima:

$$\max(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \leq \bar{\sigma} \rightarrow \sigma_3 \leq \bar{\sigma} \rightarrow \frac{N_3}{A} \leq \bar{\sigma}$$

$$A \geq \frac{N_3}{\bar{\sigma}} \rightarrow A \geq \frac{900}{1800} \rightarrow A \geq 0,5 \text{ cm}^2$$

② Giro máximo:

$$\varphi \leq \bar{\varphi} \rightarrow \lg \varphi \leq \bar{\varphi} \rightarrow \frac{\delta_1}{200} \leq \bar{\varphi} \rightarrow \frac{\Delta \ell_1}{200} \leq \bar{\varphi}$$

$$\frac{N_1 \ell_1}{200 EA} \leq \bar{\varphi} \rightarrow A \geq \frac{N_1 \ell_1}{200 E \bar{\varphi}}$$

$$A \geq \frac{300 \cdot 300}{200 \cdot 360000 \cdot 0,002} \rightarrow A \geq 0,625 \text{ cm}^2$$

$$\text{Logo } \underline{A_{\min} = 0,625 \text{ cm}^2}$$