4300259 – Termo-estatística
Provinha 4 (Pi4) 30/11/2020
Período DIURNO

Observação: Todos os itens da provinha devem apresentar solução. Os que apresentarem apenas as respostas NÃO serão corrigidos.

DURAÇÃO: 10:30h as 13:30h

1) Um sistema é composto por uma caixa cúbica de lado de 80 cm de um gás ideal monoatômico na condição termodinâmica de 27 ºC e 1 atm. Assumindo que o raio dos átomos deste sistema é cerca de 2,5Å e a massa é de 222 u.m.a. Determine:
(a) (0,5) a velocidade média e a velocidade quadrática média dos átomos do sistema;
(b) (0,5) o livre caminho médio e o tempo médio entre colisões;
(c) (0,5) o número médio de colisões por segundo entre os átomos t_{atomos} e em um dos lados da caixa t_{lado}.
Analisando o movimento de um átomo deste sistema em apenas 1D, podemos dizer que ele descreve um movimento Browniano, ou caminhada aleatória. Assumindo que neste caso o tamanho de um passo é igual ao livre caminho médio do átomo e que a duração do passo é o tempo médio entre as colisões,
(d) (0,5) escreva a distribuição de probabilidades que descreve o deslocamento deste átomo em função do tempo; e
(e) (0,5) apresente de forma qualitativa o gráfico desta distribuição para dois tempos, $t_2 > t_1$, e estime quanto tempo o átomo leva para atingir um deslocamento de 2 m da posição inicial.

Relações matemáticas importantes: $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = (1-x)^{-1}$; $x \ll 1 \rightarrow e^x \cong 1 + x$

Dados:
1 u.m.a. = $1{,}66\times10^{-27}$ kg; 1ns = 10^{-9} s; 1 Å = 10^{-10} m; 1 atm ≅ 10^5 Pa; $k = 1{,}38\times10^{-23}$ J/K.

Formulário:

$G_n = \int_0^\infty x^n e^{-\alpha x^2} dx \implies G_{2i} = \frac{1\cdot3\cdots(2i-1)}{2^{i+1}}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^{2i+1}}}$ e $G_{2i+1} = \frac{i!}{2\alpha^{i+1}}$; $P(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!}p^n q^{N-n}$; $P(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} e^{-\frac{(n-n_0)^2}{2\sigma_n^2}}$; $\langle n\rangle = Np$;
$\langle n^2\rangle = Np(q+Np)$; $\sigma_n^2 = \langle n^2\rangle - \langle n\rangle^2$; $D = \frac{2l^2pq}{\tau}$; $D = \frac{kT}{6\pi a\eta}$; $dxdydz = 4\pi r^2 dr$; $dxdy = 2\pi r dr$; $f(v) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT}$;
$v_{qm} = \sqrt{\langle v^2\rangle}$; $\beta = (1/kT)$; $dp(\Gamma) = (1/Z)e^{-\beta E}\, d\Gamma$; $Z = z^N$; $z = \int\ldots\int e^{-\beta E_i}\, d\Gamma_i$; $\langle E\rangle = -\frac{\partial}{\partial\beta}(lnZ)$; $F = -\left(\frac{1}{\beta}\right) lnZ$; $P = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_{T,N}$;
$S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_{V,N}$; $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\rho_N \pi d^2}$; $P = \frac{\rho}{3}\langle v^2\rangle$;