5) $\sigma = 2$, $\mu = ?$. Pela TCL $\bar{X} \sim N(\mu, 2^2/n)$

$P(|\bar{X} - \mu| < 0{,}5) = 0{,}9 \Rightarrow P(-0{,}5 < \bar{X} - \mu < 0{,}5) = 0{,}9 \Rightarrow$

$P\left(\frac{-0{,}5}{2/\sqrt{n}} < Z < \frac{0{,}5}{2/\sqrt{n}}\right) = 0{,}9 \Rightarrow 2 \cdot P(0 < Z < 0{,}25\sqrt{n}) = 0{,}9 \Rightarrow$

$P(0 < Z < 0{,}25\sqrt{n}) = 0{,}45 \Rightarrow 0{,}25 \cdot \sqrt{n} = 1{,}65 \Rightarrow \sqrt{n} = 6{,}6 \Rightarrow$

$n = 43{,}56 \Rightarrow n \cong 44$.

---

6) $\hat{p}_{OBS} = \frac{100}{300} = \frac{1}{3}$ $\quad z_{0{,}475} = 1{,}96$

a) $IC(p, 95\%) = \left[1/3 - z_{0{,}475} \cdot \sqrt{\frac{1/3 \cdot 2/3}{300}} \, ; \, 1/3 + z_{0{,}475} \cdot \sqrt{\frac{1/3 \cdot 2/3}{300}}\right]$

otimista $= [0{,}28 \, ; \, 0{,}3867]$

$IC(p, 95\%) = \left[1/3 - 1{,}96\sqrt{\frac{1/4}{300}} \, ; \, 1/3 + 1{,}96\sqrt{\frac{1/4}{300}}\right]$

conservativa $= [0{,}2768 \, ; \, 0{,}3899]$

A cada 100 intervalos de confiança feitos, 95 conterão o verdadeiro valor de p.

b) $ERRO = z_{0{,}475} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$

Para IC otimista: $1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{1/3 \cdot 2/3}{n}} = 0{,}02 \Rightarrow \sqrt{n} = 1{,}96 \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{1}{0{,}02}$

$\Rightarrow \sqrt{n} = 46{,}1976 \Rightarrow n = 2134{,}22 \Rightarrow n \cong 2135$.

Para IC conservativo: $1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{1/4}{n}} = 0{,}02 \Rightarrow \sqrt{n} = 1{,}96 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{0{,}02}$

$\Rightarrow \sqrt{n} = 49 \Rightarrow n = 2401$

Se utilizarmos uma amostra com o tamanho igual ou maior que o n encontrado, a amplitude dos IC's$(p, 95\%)$ será menor ou igual a 0,04

(ou seja, duas vezes o erro)

Seção 7.3

2)

D	0	1	2	3
p_i	0,5	0,4	0,05	0,05

$\hat{\mu}_1 = \sqrt{D_1 D_2}$ $\quad \hat{\mu}_2 = \text{máx} - \text{min}$

$\hat{\mu}_1$	0	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{6}$	3
p_i	0,75	0,16	0,04	0,04	0,0025	0,005	0,0025

$\hat{\mu}_2$	0	1	2	3
p_i	0,415	0,445	0,09	0,05

$E(D) = 0 \cdot 0{,}5 + 1 \cdot 0{,}4 + 2 \cdot 0{,}05 + 3 \cdot 0{,}05 = 0{,}65$

$E(\hat{\mu}_1) = 0{,}3106 \qquad E(\hat{\mu}_2) = 0{,}775$

(D_1, D_2)	PROB	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\mu}_2$
(0,0)	0,25	0	0
(0,1)	0,20	0	1
(0,2)	0,025	0	2
(0,3)	0,025	0	3
(1,0)	0,20	0	1
(1,1)	0,16	1	0
(1,2)	0,02	$\sqrt{2}$	1
(1,3)	0,02	$\sqrt{3}$	2
(2,0)	0,025	0	2
(2,1)	0,02	$\sqrt{2}$	1
(2,2)	0,0025	2	0
(2,3)	0,0025	$\sqrt{6}$	1
(3,0)	0,025	0	3
(3,1)	0,02	$\sqrt{3}$	2
(3,2)	0,0025	$\sqrt{6}$	1
(3,3)	0,0025	3	0

Para não ser viciado: $E(\hat{\mu}) = E(D)$, logo $\hat{\mu}_1$ e $\hat{\mu}_2$ são viciados

Seção 7.5

23) $X \sim N(\mu, 15^2)$ $\quad \bar{X} \sim (\mu, \frac{15^2}{25})$ $\quad \sigma^2_{\bar{X}} = \frac{15^2}{25} \Rightarrow \sigma_{\bar{X}} = \frac{15}{5} = 3$

a) $P(|\bar{X} - \mu| < 5) = P(-5 < \bar{X} - \mu < 5) = P(-5/3 < Z < 5/3)$

$= 2 \cdot P(0 < Z < 5/3) = 2 \cdot 0{,}4525 = 0{,}905$

b) $IC(\mu, 98\%) = [\bar{x}_{OBS} - z_{0{,}49} \cdot \sigma_{\bar{X}} ;\ \bar{x}_{OBS} + z_{0{,}49} \cdot \sigma_{\bar{X}}]$

$= [98 - 2{,}33 \cdot 3 ,\ 98 + 2{,}33 \cdot 3]$

$= [91{,}01 ;\ 104{,}99]$

24) a) Seja $\hat{p}_{OBS} = \dfrac{\text{nº de dias com 12 ou mais ocorrências}}{\text{total de dias}}$

$\hat{p}_{OBS} = \dfrac{9}{30} = 0,3$

Pela TCL, temos que, para n suficientemente grande $\dfrac{\hat{p} - p}{\sqrt{p(1-p)/n}} \to N(0,1)$. Vamos supor que nossa amostra é consideravelmente grande, logo:

$IC(p, 88\%) = \left[\hat{p}_{OBS} - z_{0,44} \cdot \sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}} ; \hat{p}_{OBS} + z_{0,44} \cdot \sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}\right]$

$\underset{\text{otimista}}{IC(p, 88\%)} = \left[0,3 - 1,56 \cdot \sqrt{\dfrac{0,3 . 0,7}{30}} ; 0,3 + 1,56 \cdot \sqrt{\dfrac{0,3 . 0,7}{30}}\right]$

$= [0,1695 ; 0,4305]$

$\underset{\text{conservativo}}{IC(p, 88\%)} = \left[0,3 - 1,56 \cdot \sqrt{\dfrac{1/4}{30}} ; 0,3 + 1,56 \sqrt{\dfrac{1/4}{30}}\right]$

$= [0,1576 ; 0,4424]$

b) Supondo que a proporção observada continue a mesma, $\hat{p}_{OBS} = 0,3$.

$\underset{\text{otimista}}{IC(p, 88\%)} = \left[0,3 - 1,56 \sqrt{\dfrac{0,3 . 0,7}{360}} ; 0,3 + 1,56 \sqrt{\dfrac{0,3 . 0,7}{360}}\right]$

$= [0,2758 ; 0,3242]$

$\underset{\text{conservativo}}{IC(p, 88\%)} = \left[0,3 - 1,56 \sqrt{\dfrac{1/4}{360}} ; 0,3 + 1,56 \sqrt{\dfrac{1/4}{360}}\right]$

$= [0,2589 ; 0,3411]$

c) Para cada 100 intervalos de confiança feitos, 88 conterão o verdadeiro valor de p.

27) $X: \mu = 5 \quad \sigma = 3, \quad n = 80$

Pela TCL, temos que para n grande $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$

Logo $\bar{X} \sim N(5, 3^2/80)$

a) $P(\bar{X} < 5{,}5) = P\left(Z < \frac{5{,}5-5}{3/\sqrt{80}}\right) = P(Z < 1{,}49) = 0{,}5 + P(0 < Z < 1{,}49)$

$= 0{,}5 + 0{,}4319 = 0{,}9319$

b) $P(|\bar{X} - \mu| < 0{,}4) = P(-0{,}4 < \bar{X} - \mu < 0{,}4) = P\left(\frac{-0{,}4}{3/\sqrt{80}} < Z < \frac{0{,}4}{3/\sqrt{80}}\right)$

$= 2 \cdot P(0 < Z < 1{,}19) = 2 \cdot 0{,}383 = 0{,}766$

---

34) $X \sim U_c[0, 30]$

a) $P(X > 20) = 1 - P(0 < X < 20) = 1 - \frac{1}{30} \cdot 20 = 0{,}33$

b) $P(X < t) = 0{,}8 \Rightarrow \frac{1}{30}(t - 0) = 0{,}8 \Rightarrow t = 24$ minutos

c) Pela TCL, para n grande $\bar{X} \sim N\left(\frac{0+30}{2}, \frac{30^2/12}{100}\right)$

$P(\bar{X} < 18) = P\left(Z < \frac{18-15}{3\cancel{0}/\cancel{10}\sqrt{12}}\right) = P(Z < 3{,}46) = 0{,}5 + P(0 < Z < 3{,}46)$

$= 0{,}5 + 0{,}4997 = 0{,}9997$

d) $P(\bar{X} < s) = 0{,}8 \Rightarrow P\left(Z < \frac{s-15}{3/\sqrt{12}}\right) = 0{,}8 \Rightarrow 0{,}5 + P\left(0 < Z < \frac{s-15}{3/\sqrt{12}}\right) = 0{,}8$

$\Rightarrow P\left(0 < Z < \frac{s-15}{3/\sqrt{12}}\right) = 0{,}3 \Rightarrow \frac{s-15}{3/\sqrt{12}} = 0{,}84 \Rightarrow s = 15{,}73$ minutos