Exercício 1 - Nível Descritivo

Uma fábrica de automóveis anuncia que seus carros consomem em média 11 litros por 100km, com desvio padrão de 0,8 litros. Uma revista resolve testar essa afirmação e analisa 35 automóveis dessa marca, obtendo 11,2 litros por 100 km como consumo médio. Supondo que a variável consumo tem distribuição normal, o que a revista pode concluir sobre o anúncio da fábrica ao nível $\alpha = 0,10$?

X - consumo em litros

$X \sim N(\mu, 0{,}8^2)$ O fabricante afirma que $\mu = 11$.

$H_0: \mu = 11$

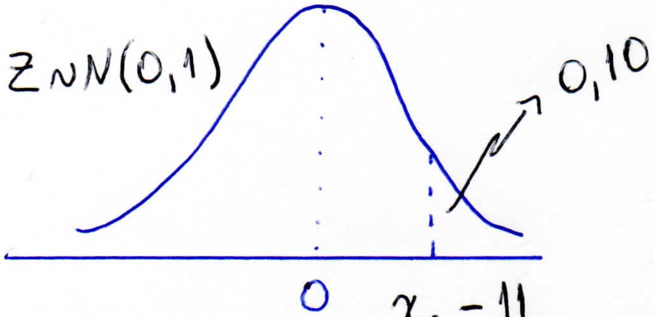
$H_a: \mu > 11$

Teste unicaudal para a média da dist. Normal com variância conhecida.

$RC: \bar{X} \geq x_c$

$$P(\bar{X} \geq x_c \mid \mu = 11) = P\left(Z \geq \frac{x_c - 11}{0{,}8/\sqrt{35}}\right) = \alpha = 0{,}10$$

Se $\mu = 11$, $\bar{X} \sim N\left(11, \frac{0{,}8^2}{35}\right)$



$$\frac{x_c - 11}{0{,}8/\sqrt{35}} = 1{,}28$$

$$x_c = 11 + 1{,}28 \cdot \frac{0{,}8}{\sqrt{35}} = 11{,}17 \qquad RC: \bar{X} \geq 11{,}17$$

$\bar{x}_{obs} = 11{,}2 \in RC$. Rejeitamos H_0 ao nível $\alpha = 0{,}10$.

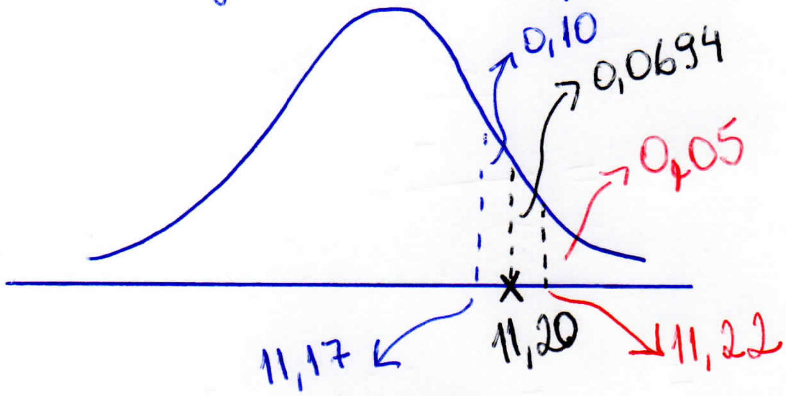
Dist de $\bar{X}$ sob H_0

$\alpha^* = P(\bar{X} \geq 11{,}2 \mid \mu = 11)$

$$\alpha^* = P(\bar{X} \geq 11{,}2 \mid \mu = 11) = P\Bigg(\underbrace{\frac{\bar{X} - 11}{0{,}8/\sqrt{35}}}_{Z \sim N(0,1)} \geq \frac{11{,}2 - 11}{0{,}8/\sqrt{35}}\Bigg) = 0{,}0694$$

Como $\alpha^* = 0{,}0694 < 0{,}10$, rejeitamos H_0.

Não rejeitaríamos para $\alpha = 0{,}05 \Rightarrow$



RC $\bar{X} \geq 11{,}22$

$\bar{x}_{obs} = 11{,}20 \notin$ RC para $\alpha = 0{,}05$

Para $\bar{x}_{obs} = 11{,}3$ $\quad \alpha^* = 0{,}0132$ Rej p/ $\alpha = 0{,}05$ mas não p/ $\alpha = 0{,}01$

$\bar{x}_{obs} = 11{,}4$ $\quad \alpha^* = 0{,}0015$ Rej p/ $\alpha = 0{,}05$ e $\alpha = 0{,}01$

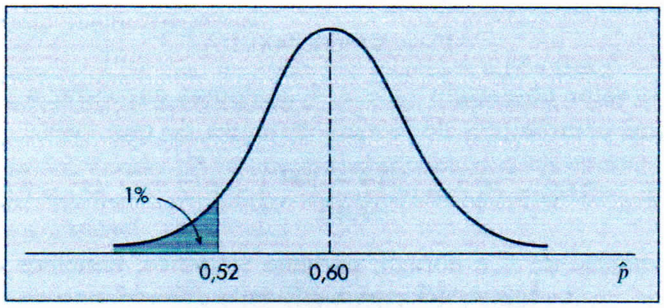
- $\boxed{\text{Rejeita-se } H_0 \text{ para } \alpha \geq \alpha^*}$ $\therefore$ neste último caso, para todo $\alpha \geq 0{,}0015$ o que contempla praticamente todos os valores de α usuais

- Porque se $\alpha \geq \alpha^*$ então $\bar{x}_{obs}$ pertence à região crítica "de tamanho α".

$\uparrow \bar{x}_{obs} \quad \downarrow \alpha^*$

O procedimento está ilustrado na Figura 12.11. O valor-p do teste será $\hat{\alpha} = 0{,}01$.

Figura 12.11: Determinação do valor-p para o Exemplo 12.5.



...mplo 12.6. Um antibiótico A traz em sua bula a seguinte citação: "Nas broncopneumonias, ...ção antiinflamatória de A é colocada em evidência pelo estudo dos parâmetros ...tilatórios em duplo-cego contra placebo. Durante o tratamento com A pode-se ...ervar uma melhora significativa em relação ao placebo, da capacidade vital ($p < 0{,}05$) ... VEMS($p < 0{,}001$) e do débito respiratório máximo ($p < 0{,}001$)".

Esse exemplo ilustra o uso cada vez mais difundido em muitas áreas aplicadas ... conceito de valor-p. As afirmações do tipo "$p < 0{,}05$" acima referem-se a esse ...nceito. Vale a pena comentar um pouco sobre "estudos duplo-cego", menciona...s acima. Nesse tipo de estudo, um número n de indivíduos é dividido em dois ...upos de tamanhos aproximadamente iguais; a seleção dos indivíduos que vão per...ncer a cada grupo é aleatória. Os indivíduos de um grupo recebem o tratamento (o ...tibiótico A, no caso), e os do outro grupo recebem placebo (uma substância inóqua). ...s pesquisadores que acompanham o experimento não sabem quem recebeu trata...ento e quem recebeu placebo, o mesmo acontecendo com os pacientes, daí o nome ...uplo-cego.

Podemos considerar probabilidades de significância bilaterais. Um procedimento ... tomar o valor-p bilateral como sendo igual a duas vezes o valor-p unilateral. Esta ...rática é razoável quando a distribuição da estatística do teste, sob H_0, for simétrica.

...xemplo 12.7. Uma companhia de serviços de ônibus intermunicipais planejou uma ...ova rota para servir vários locais situados entre duas cidades importantes. Um estudo ...reliminar afirma que a duração das viagens pode ser considerada uma v.a. normal, ...om média igual a 300 minutos e desvio padrão 30 minutos. As dez primeiras viagens ...ealizadas nessa nova rota apresentaram média igual a 314 minutos. Esse resultado ...omprova ou não o tempo médio determinado nos estudos preliminares?

...asso 1. Indicando por X a duração de cada viagem e por $\mu = E(X)$, queremos testar

$$H_0 : \mu = 300,$$
$$H_1 : \mu \neq 300.$$

Em uma pesquisa de opinião, 200 habitantes de uma cidade foram sorteados e para cada um deles foram observadas as variáveis local de residência (urbano, suburbano ou rural) e opinião (a favor ou contra) certo projeto governamental. Entre os 100 favoráveis, 30 eram da zona urbana e 35 da zona suburbana. Dos 200 pesquisados, 50 eram da zona rural e 90 da zona urbana.
Disponha os dados em uma tabela de dupla entrada e teste a hipótese de independência entre opinião e local de residência ao nível $\alpha = 0{,}01$.

	Opinião		
Local	A favor	Contra	Total
Urbano	30 (45)	60 (45)	90
Suburbano	35 (30)	25 (30)	60
Rural	35 (25)	15 (25)	50
	100	100	200

Freq. esperada $e_{11} = \dfrac{90 \times 100}{200} = 45$

$$e_{21} = \frac{60 \times 100}{200} = 30$$

H_0: A opinião independe do local de residência

H_a: Existe uma dependência entre essas variáveis

$$Q^2 = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} \frac{(O_{ij}-e_{ij})^2}{e_{ij}} = \frac{(30-45)^2}{45} + \frac{(60-45)^2}{45} +$$

$$+ \frac{(35-30)^2}{30} + \frac{(25-30)^2}{30} + \frac{(35-25)^2}{25} + \frac{(15-25)^2}{25}$$

$$= 5 + 5 + 0{,}833 + 0{,}833 + 4 + 4 = 19{,}66$$

$$gl = (r-1)(s-1) = (3-1)(2-1) = 2$$

$\alpha = 0{,}01$

gl	1,0%
2	9,21

RC: $Q^2 \geq 9{,}21$

$Q^2_{obs} = 19{,}66 \in RC$. Rejeitamos H_0.

Os dados sugerem que existe uma dependência entre opinião e local de residência

$$\hat{p}\,(\text{Favor} \mid \text{Urbano}) = \frac{30}{90} = \frac{1}{3} \simeq 0{,}333$$

$$\hat{p}\,(\text{Favor} \mid \text{Suburbano}) = \frac{35}{60} \simeq 0{,}5833$$

$$\hat{p}\,(\text{Favor} \mid \text{Rural}) = \frac{35}{50} \simeq 0{,}7$$

Se fossem retiradas amostras de cada local de residência, o teste seria o teste de homogeneidade em que

H_0: A probabilidade de cada categoria de opinião é a mesma para as três localidades

No caso, o teste realizado foi o de independência. O procedimento em ambos os casos é o mesmo. Em ambos os casos $Q^2 = 19{,}66$ e rejeitaríamos H_0.
A conclusão deveria ser escrita como:

Os dados sugerem que a probabilidade de cada categoria de opinião não é a mesma para as três localidades.