Lista 14 - Derivadas parciais de ordem superior e regra da cadeia

(1) Calcule as derivadas parciais de segunda ordem das seguintes funções:

(a) $f(x,y) = x^4y^3 + 3x + 6y$

(b) $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2} + lny$

(c) $f(x,y) = e^{x^3y^2}$

(2) Considere a função $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3y}{5x^2+2y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

Calcule $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0,0)$ e $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0)$.

(3) Seja $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2+y^2}$. Verifique que $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 4f^2$.

(3) Sejam $f, g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ duas funções de uma variável, de classe C^2, e a um número real não nulo.

Considere a função $u(x,y) = f(x-ay) + g(x+ay)$. Verifique que $\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$.

(4) Seja Dada $z = f(x,y)$ uma funo de classe C^2, tal que $\nabla f(3,2) = (-1,3)$, e suponhamos que $9\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(3,2) + 6\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(3,2) + \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}(3,2) = -2$. Seja $z(t) = f(3t^3, 3t-1)$. Calcule $z''(1)$.