LOM3202 – CIRCUITOS ELÉTRICOS
AULA 13

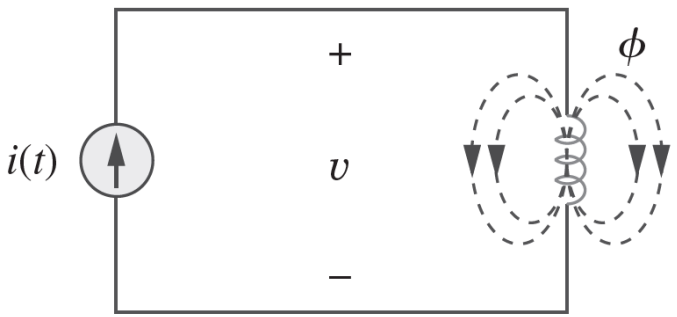
Prof. Dr. Emerson G. Melo

Sumário

- Indutância Mútua;
- Transformador Ideal.

Indutância Mútua

- Indutância Mútua (M) é a capacidade de um indutor induzir tensão em um indutor vizinho, medida em Henrys (H).

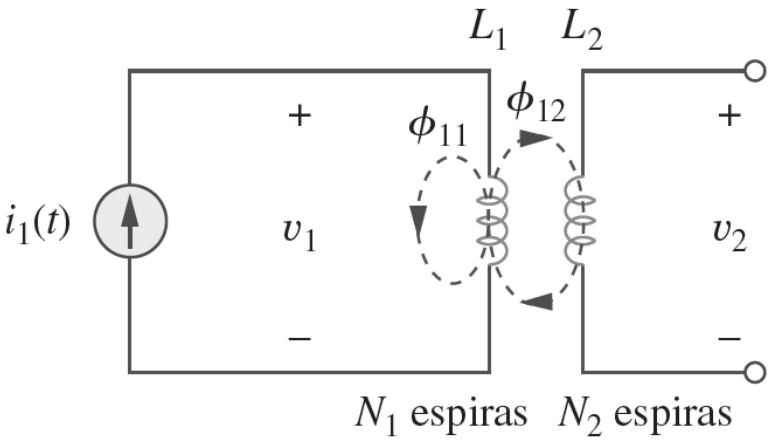


Lei de Indução da Faraday: $\varepsilon = -N\dfrac{d\emptyset}{dt}$

$$v = N\frac{d\emptyset}{dt}$$

Autoindutância (L)

$$v = N\frac{d\emptyset}{di}\frac{di}{dt} \qquad L = N\frac{d\emptyset}{di} \qquad v = L\frac{di}{dt}$$



$$v_1 = N_1\frac{d\emptyset_{11}}{dt} = N_1\frac{d\emptyset_{11}}{di_1}\frac{di_1}{dt} = L_1\frac{di_1}{dt}$$

Indutância Mútua (M)

$$v_2 = N_2\frac{d\emptyset_{12}}{dt} = N_2\frac{d\emptyset_{12}}{di_1}\frac{di_1}{dt}$$

$$M = N_2\frac{d\emptyset_{12}}{di_1} \qquad v_2 = M\frac{di_1}{dt}$$

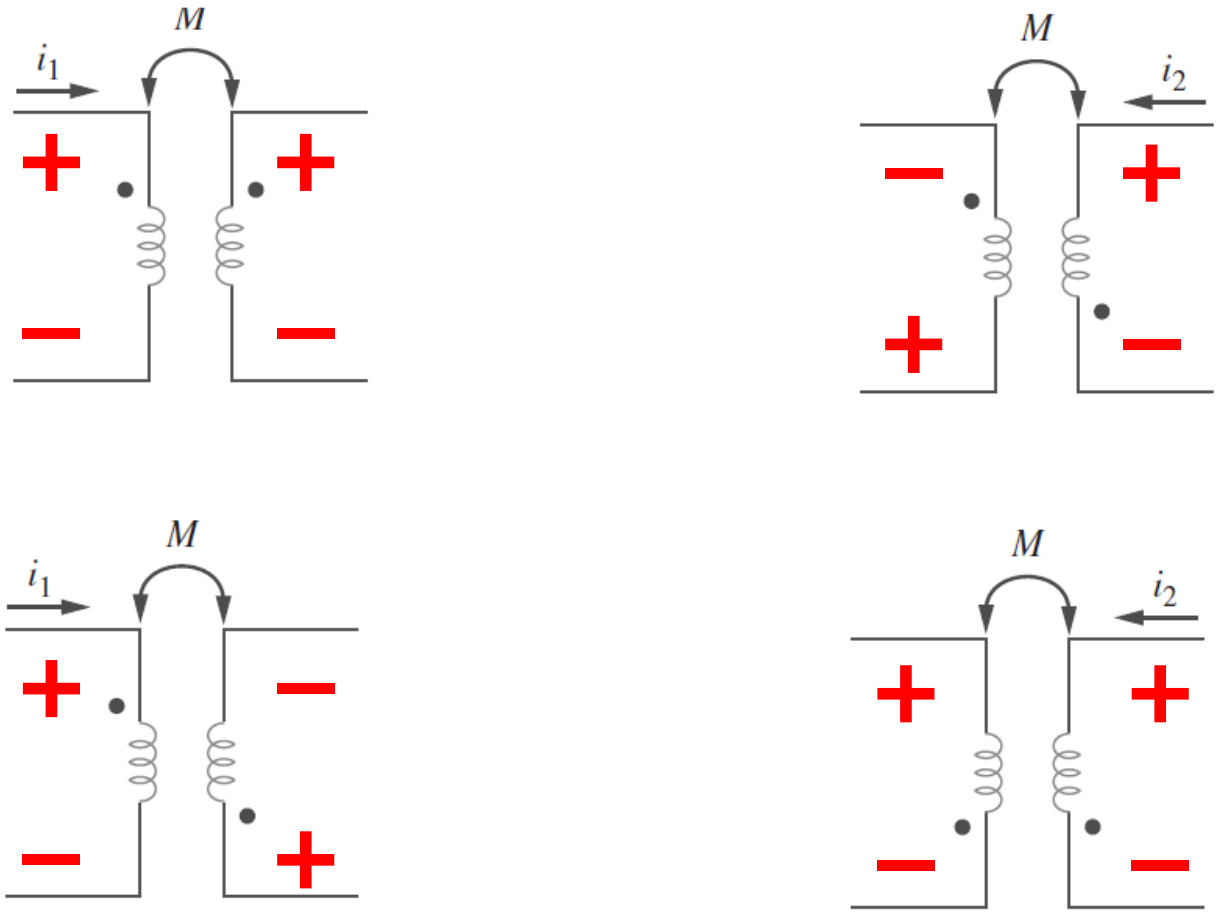
Coeficiente de Acoplamento (k)

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \qquad 0 \le k \le 1$$

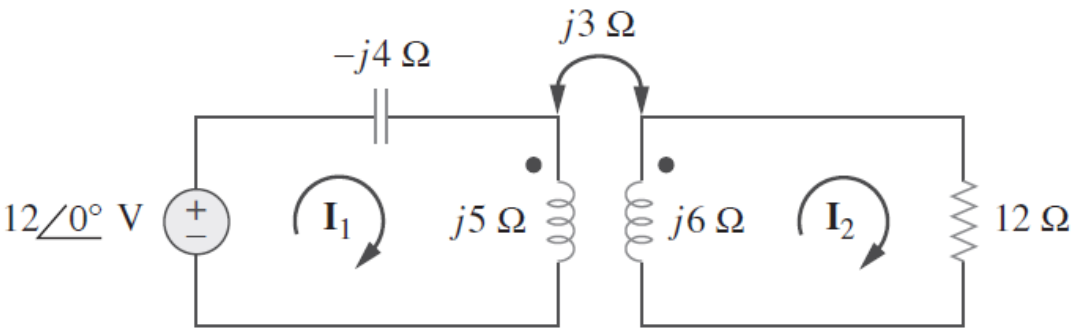
$$M = k\sqrt{L_1 L_2}$$

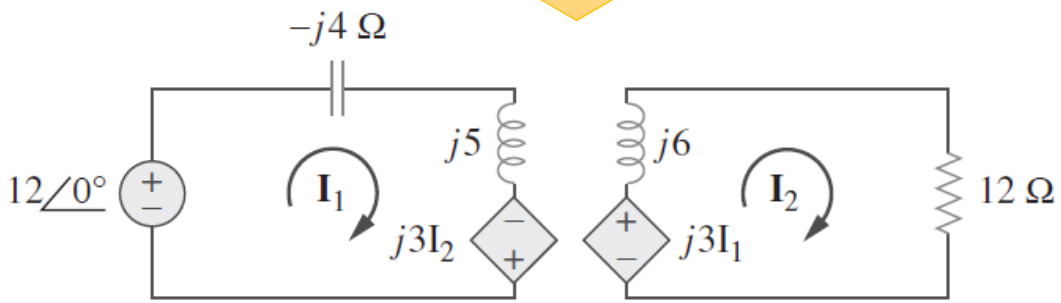
Indutância Mútua

❑Convenção de ponto.



Análise de Circuito: Calcular as correntes $\boldsymbol{I}_1$ e $\boldsymbol{I}_2$.





Malha 1: $(-j4 + j5)\boldsymbol{I}_1 - j3\boldsymbol{I}_2 - 12 = 0$

$$j\boldsymbol{I}_1 - j3\boldsymbol{I}_2 = 12$$

Malha 2: $-j3\boldsymbol{I}_1 + (12 + j6)\boldsymbol{I}_2 = 0$

$$\boldsymbol{I}_1 = \frac{(12 + j6)\boldsymbol{I}_2}{j3} = (2 - j4)\boldsymbol{I}_2$$

Substituindo em 1: $j(2 - j4)\boldsymbol{I}_2 - j3\boldsymbol{I}_2 = 12$

$$(j2 + 4 - j3)\boldsymbol{I}_2 = 12$$

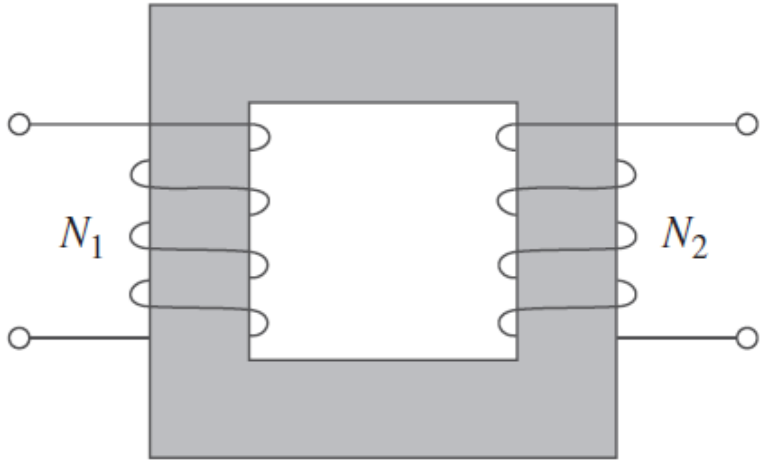
$$\boldsymbol{I}_2 = \frac{12}{(4 - j)} = 2{,}91\angle 14{,}04°$$

Substituindo em 2: $\boldsymbol{I}_1 = 4{,}47\angle -63{,}43° \times 2{,}91\angle 14{,}04°$

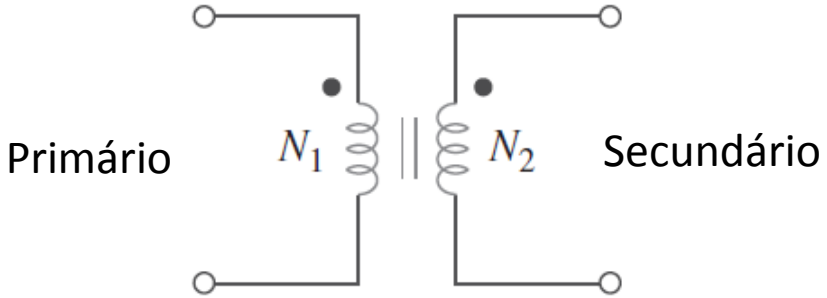
$$\boldsymbol{I}_1 = 13{,}01\angle -49{,}39°$$

Transformador Ideal

- Elemento formado por duas bobinas com autoindutâncias altíssimas ($L_1, L_2, M \rightarrow \infty$), sem perdas (R = 0 Ω) e perfeitamente acopladas (k = 1) através de um núcleo comum com Relutância nula ($\mu \rightarrow \infty$).



$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu S} = 0$$



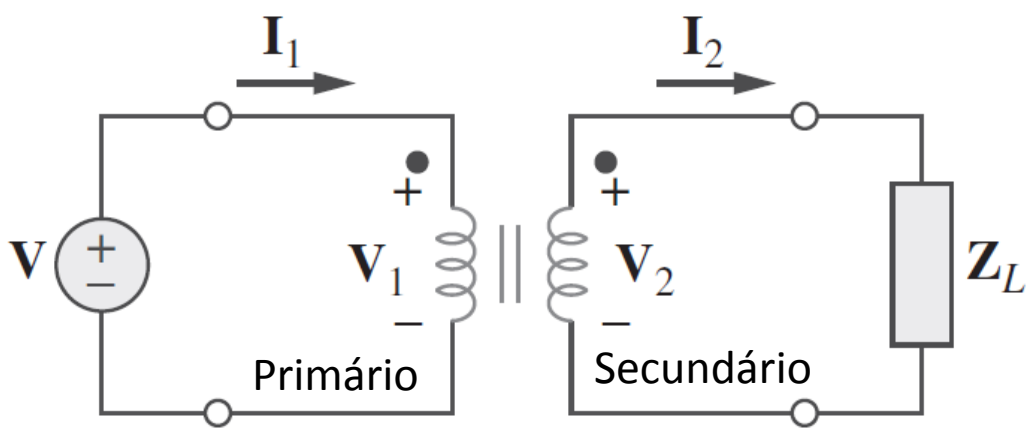
O Transformador é especificado através da relação entre as tensões do primário e secundário. Além disso, também é especificada a potência nominal.

$\boldsymbol{V_1/V_2}$

$\boldsymbol{P_{nom}}$

Transformador Ideal

❑Relação entre primário e secundário



$$v_1 = N_1 \frac{d\emptyset}{dt} \qquad v_2 = N_2 \frac{d\emptyset}{dt}$$

$$\frac{v_1}{N_1} = \frac{d\emptyset}{dt} \qquad \frac{v_2}{N_2} = \frac{d\emptyset}{dt}$$

$$\frac{v_1}{N_1} = \frac{v_2}{N_2}$$

Relação de Espiras ou Transformação (n)

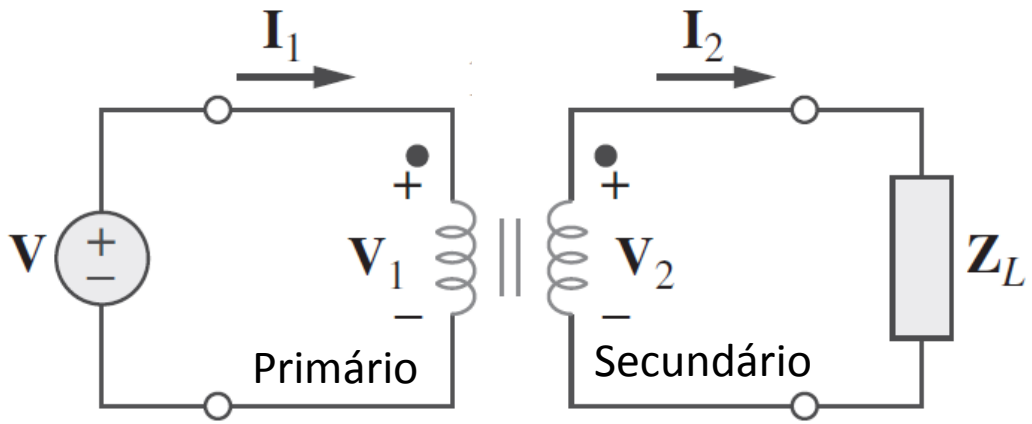
$$\frac{\boldsymbol{V}_1}{\boldsymbol{V}_2} = \frac{N_1}{N_2} = n$$

Um transformador ideal não tem perdas, portanto: $v_1 i_1 = v_2 i_2$

$$\frac{\boldsymbol{I}_1}{\boldsymbol{I}_2} = \frac{\boldsymbol{V}_2}{\boldsymbol{V}_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{n}$$

Transformador Ideal

❑Relação entre primário e secundário



$$V_1 = nV_2$$

$$I_1 = \frac{I_2}{n}$$

$$V_2 = \frac{V_1}{n}$$

$$I_2 = nI_1$$

$$S_1 = V_1 I_1^* = nV_2\left(\frac{I_2}{n}\right)^* = V_2 I_2^* = S_2$$

Relação de Espiras ou Transformação (n)

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = n$$

Um transformador ideal não tem perdas, portanto: $v_1 i_1 = v_2 i_2$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{n}$$

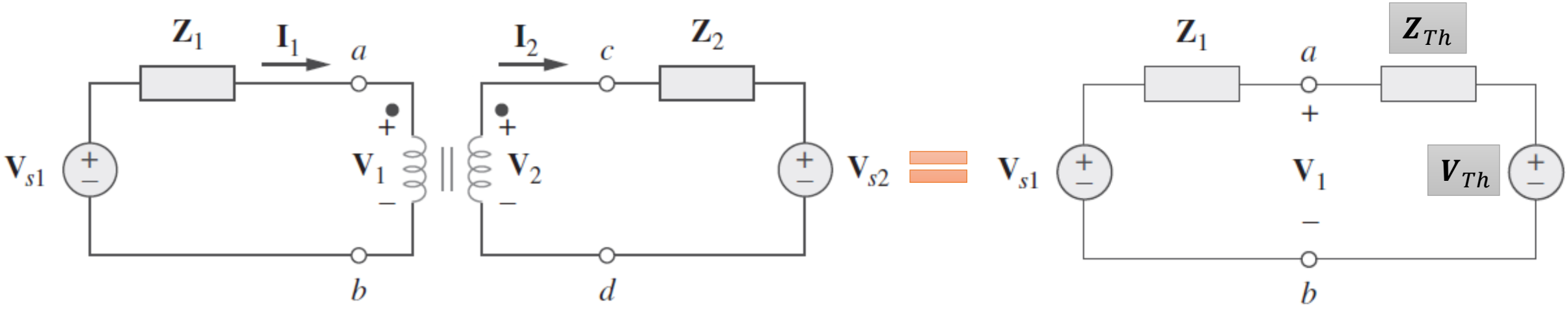
Impedância Refletida

$$Z_{ent} = \frac{V_1}{I_1} = nV_2\frac{n}{I_2} = \frac{V_2}{I_2}n^2 = n^2 Z_L$$

$$Z_{ent} = n^2 Z_L$$

Transformador Ideal

❑Modelo simplificado obtido a partir do Teorema de Thévenin.



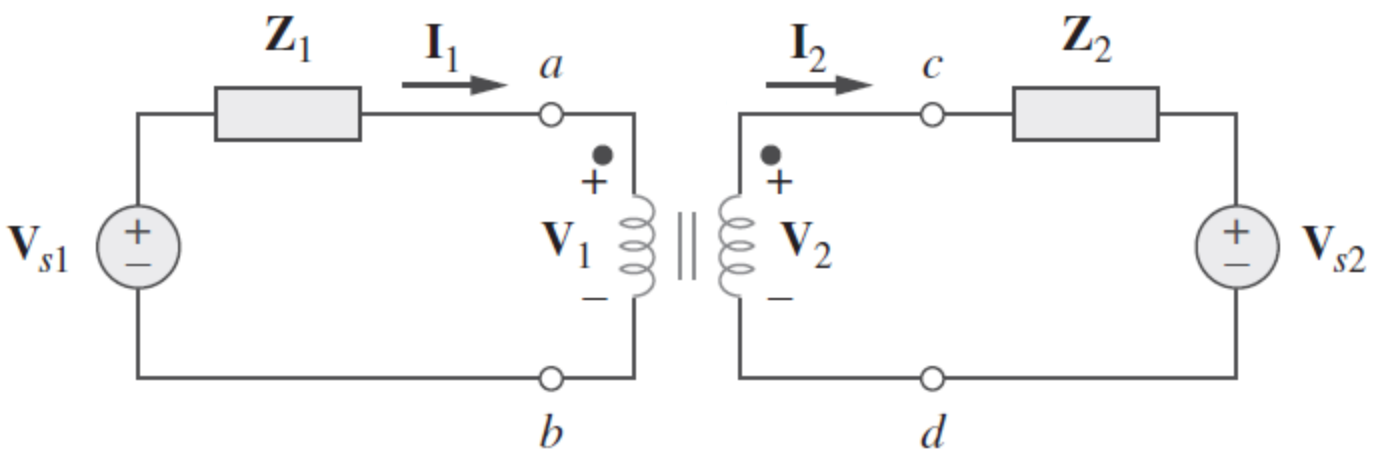
É possível obter um modelo simplificado substituindo o transformador e o circuito do secundário por um circuito equivalente de Thévenin.

$$V_{Th} = nV_{s2}$$

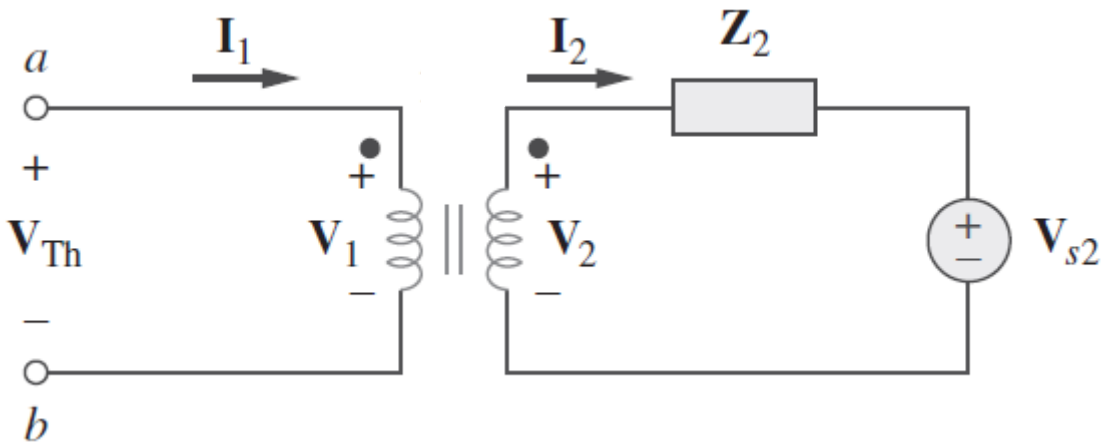
$$Z_{Th} = n^2 Z_2$$

Transformador Ideal

❑Modelo simplificado obtido a partir do Teorema de Thévenin.



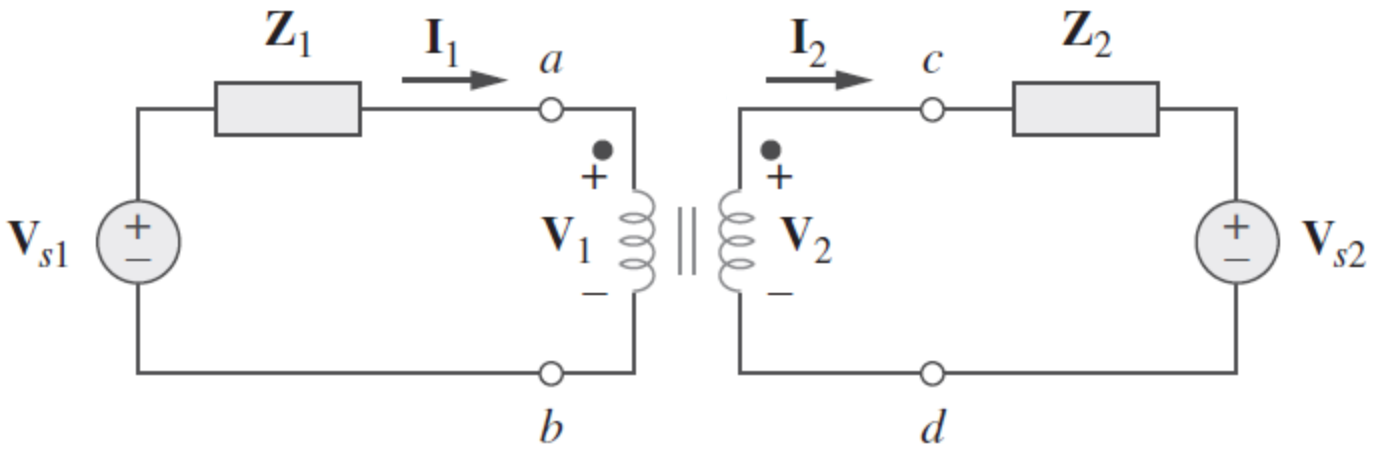
A Tensão de Thévenin é calculada considerando o primário como circuito aberto.

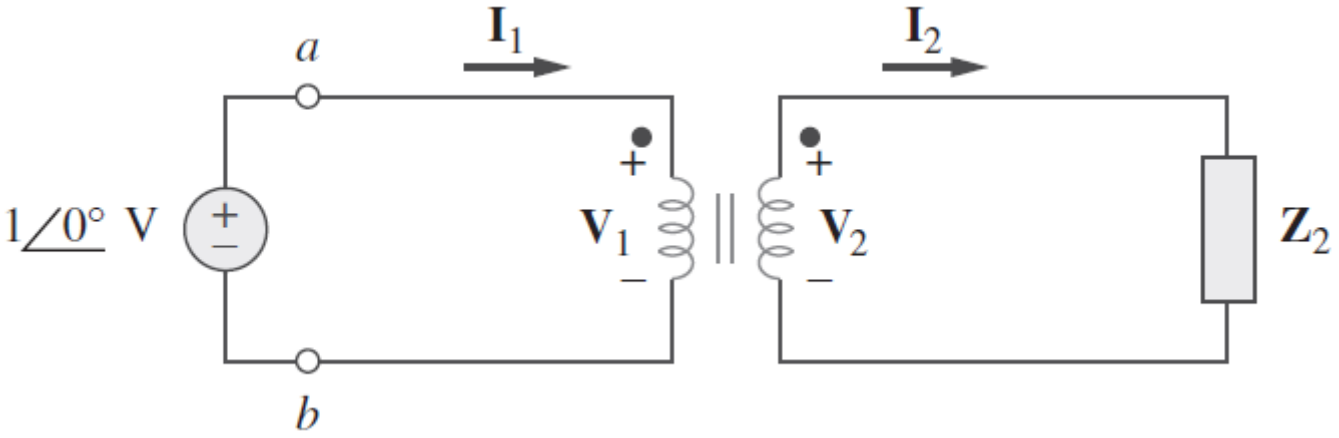


$$\boldsymbol{I}_1 = 0 = \boldsymbol{I}_2 \qquad \boldsymbol{V}_2 = \boldsymbol{V}_{s2}$$

$$\boxed{\boldsymbol{V}_{Th} = \boldsymbol{V}_1 = n\boldsymbol{V}_{s2}}$$

❑ Modelo simplificado obtido a partir do Teorema de Thévenin.





A Resistência de Thévenin é calculada desativando-se a fonte $\boldsymbol{V_{s2}}$ e considerando-se, momentaneamente, a existência de uma fonte unitária entre os terminais *a* e *b*.

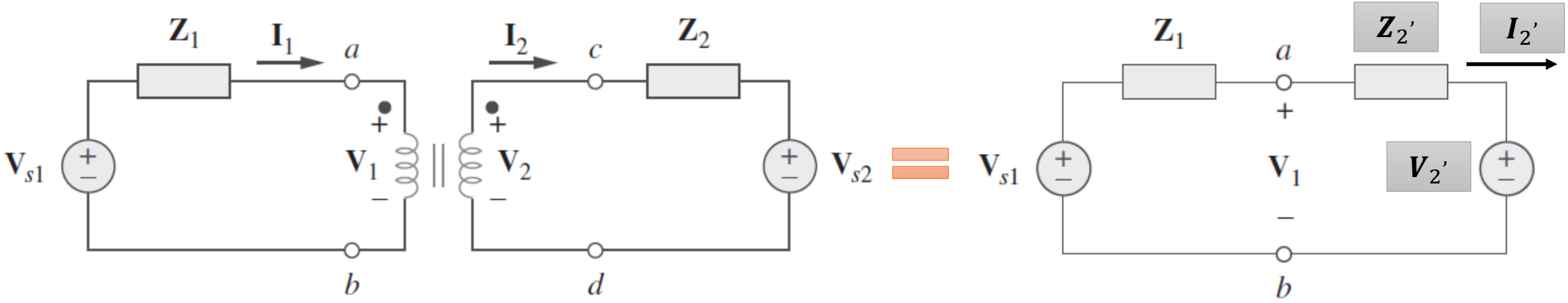
$$\boldsymbol{I}_1 = \frac{\boldsymbol{I}_2}{n} \qquad \boldsymbol{V}_1 = n\boldsymbol{V}_2$$

$$\boldsymbol{Z}_{Th} = \frac{\boldsymbol{V_1}}{\boldsymbol{I_1}} = n\boldsymbol{V}_2\frac{n}{\boldsymbol{I}_2} = \frac{\boldsymbol{V}_2}{\boldsymbol{I}_2}n^2 = n^2\boldsymbol{Z}_2$$

$$\boxed{\boldsymbol{Z}_{Th} = n^2\boldsymbol{Z}_2}$$

Transformador Ideal

❑ Modelo simplificado obtido a partir do Teorema de Thévenin.



$$V_{2'} = V_{Th} = nV_{s2}$$

$$Z_{2'} = Z_{Th} = n^2 Z_2$$

$$I_{2'} = \frac{V_{2'}}{Z_{2'}} = \frac{nV_{s2}}{n^2 Z_2} = \frac{I_2}{n}$$

Exercícios Propostos

- 1 – A corrente no primário de um transformador ideal com valor nominal de 2200/110 V é 5 A. Calcule: (a) a relação de espiras; (b) a potência nominal em kVA; (c) a corrente no secundário.

- Respostas:

$n = 20$

$S = 11\ kVA$

$I_2 = 100\ A$

Referências Bibliográficas

- J. W. Nilsson, e S. A. Riedel, “Electric Circuits”, 9 ed., New York, Prentice Hall (2011).
- W. H. Hyat, J. E. Kemmerly, e S. M Durbin, “Análise de Circuitos em Engenharia”, 7 ed., São Paulo, McGraw-Hill (2008).
- C. K. Alexander, e M. N. O. Sadiku, “Fundamentos de Circuitos Elétricos”, 5 ed., Porto Alegre, AMGH (2013).
- M. N. O. Sadiku, “Elementos de Eletromagnetismo”, 3 ed., Porto Alegre, Bookman (2004).