

## 28-3 Lei de Lenz

O sinal de menos na lei de Faraday

$$\mathcal{E} = - \frac{d\phi_m}{dt}$$

está relacionado ao sentido da fem induzida.

Isto pode ser obtido aplicando a convenção de sinal descrita na aula passada, ou aplicando um princípio conhecido como lei de Lenz:

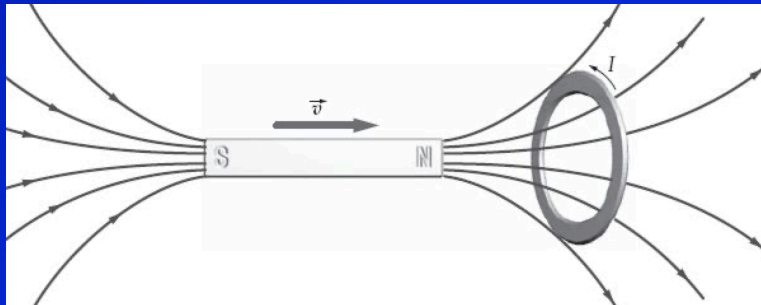
“A fem induzida tem sentido tal que se opõe, ou tende a se opor, à variação que a produz.”

Note que a lei de Lenz não especifica que tipo de variação provoca a fem e a corrente induzidas. A definição da lei de Lenz é propositalmente vaga para cobrir uma variedade de condições.

Vejamos algumas delas.

A figura da esquerda mostra um ímã em barra se movendo em direção a um anel condutor. É o movimento do ímã em barra que induz uma fem e uma corrente no anel.

A lei de Lenz nos diz que esta fem e a corrente induzidas devem ser no sentido de se opor ao movimento do ímã.



A figura da direita mostra o momento magnético do anel de corrente quando o ímã está se aproximando dele.

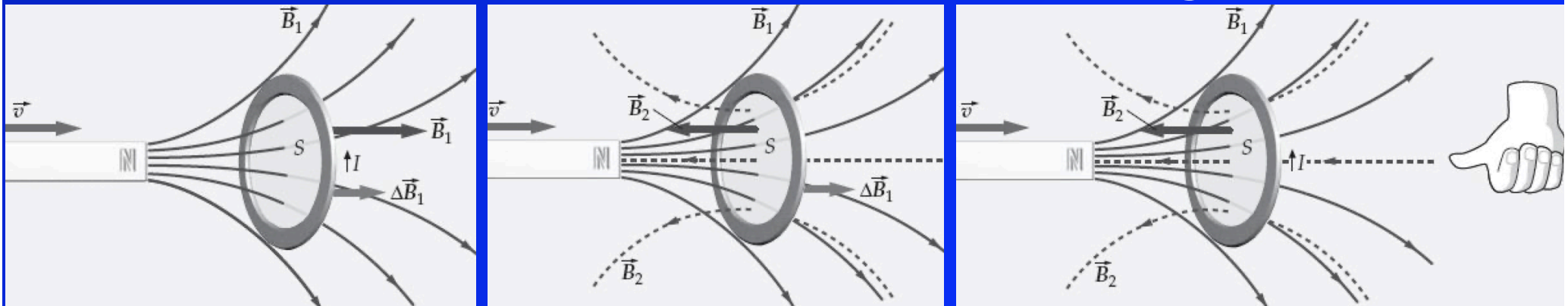
O anel age como um pequeno ímã com seu polo norte voltado para o polo norte do ímã que se aproxima.

Como polos iguais se repelem, o momento magnético induzido no anel repele o ímã; isto é, ele se opõe ao movimento em direção ao anel. Este resultado significa que o sentido da corrente induzida no anel deve ser o mostrado na figura da direita.

Uma definição alternativa para a lei de Lenz é  
 “Quando um fluxo magnético através de uma superfície varia, o campo magnético devido a corrente induzida produz um fluxo próprio através da mesma superfície e de sinal oposto à variação inicial do fluxo.”

### Exemplo 28-5 Lei de Lenz e corrente induzida

Usando a definição alternativa da lei de Lenz, determine o sentido da corrente induzida no anel mostrado na figura.



$\Delta \vec{B}_1$  é a variação no campo magnético  $\vec{B}_1$  do ímã em barra que se aproxima de S.

$\vec{B}_2$  é o campo magnético da corrente induzida no anel. Como  $\vec{B}_2$  era inicialmente zero, temos  $\Delta \vec{B}_2 = \vec{B}_2$ . Assim,  $\Delta \vec{B}_2$  e  $\Delta \vec{B}_1$  devem penetrar S em sentidos opostos, para que a variação no fluxo de  $\vec{B}_2$  tenha sinal oposto à variação no fluxo de  $\vec{B}_1$ . Usando  $\vec{B}_2$  para aplicar a regra da mão direita, vemos que o sentido da corrente é o indicado.

**Na figura, o ímã em barra está em repouso e o anel se afasta do ímã.  
A figura mostra a corrente induzida e o momento magnético.**

**Neste caso, o ímã atrai o anel, opondo-se, ao seu movimento,  
como requerido pela lei de Lenz.**

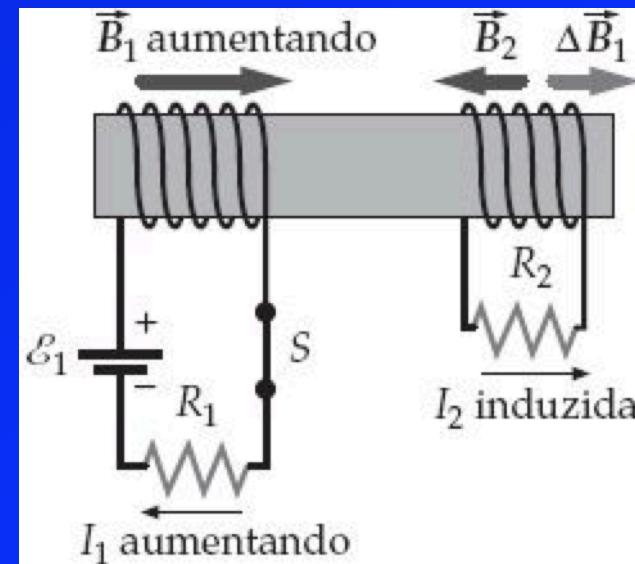
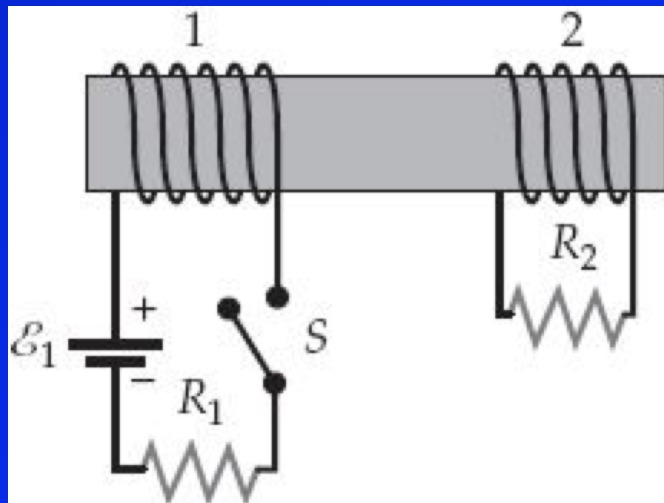


Na figura, quando a corrente no circuito 1 está variando, há uma variação no fluxo através do circuito 2.

Considere que a chave  $S$  no circuito 1 esteja inicialmente aberta e que não haja corrente no circuito (figura da esquerda).

Quando fechamos a chave (figura da direita), a corrente no circuito 1 varia de zero à  $\varepsilon_1/R_1$ . Durante o tempo no qual a corrente aumenta, é induzida uma corrente no circuito 2 no sentido mostrado.

Quando a corrente no circuito 1 atinge seu valor estacionário, o fluxo no circuito 2 não varia mais e, portanto, não há mais corrente induzida no circuito 2.



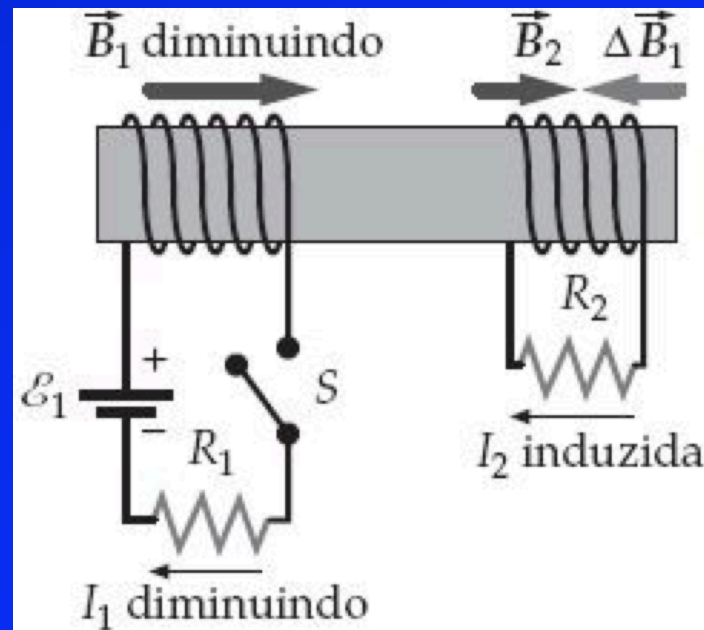


Uma corrente induzida no circuito 2 no sentido oposto aparece rapidamente quando a chave no circuito 1 é aberta (veja figura) e a corrente no circuito diminui a zero.

É importante entender que há uma fem induzida apenas enquanto o fluxo está variando.

A fem não depende da magnitude do fluxo, mas apenas da sua taxa de variação.

Se apenas há um grande fluxo estacionário através de um circuito, não há fem induzida.



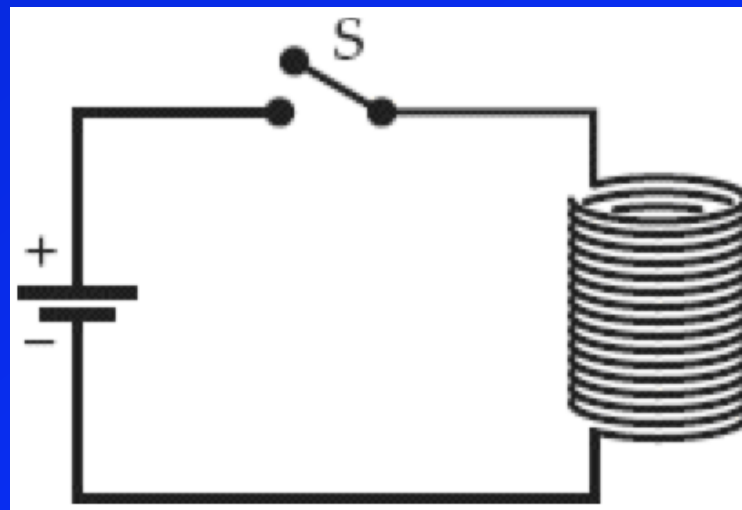
Para nosso próximo exemplo, consideremos o circuito da figura. Se há uma corrente no circuito, há um fluxo magnético através da bobina devido à sua própria corrente.

Se a chave  $S$  é fechada, a corrente irá variar de zero até a situação estacionária e o fluxo através da própria bobina estará variando. Isso gera uma fem auto-induzida que se opõe à variação na corrente.

Ela é chamada, então de fem reversa.

Devido a esta fem auto-induzida, a corrente em um circuito, que possui uma bobina, leva um tempo maior para estabilizar.

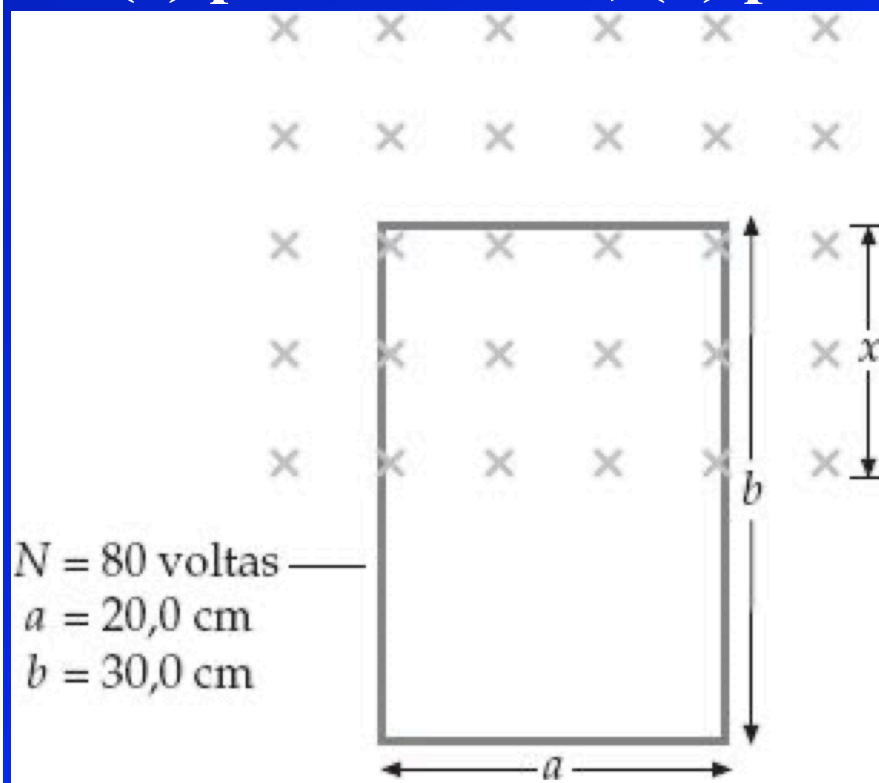
Ao abrir a chave  $S$  a fem induzida produz uma grande diferença de potencial, podendo gerar faíscas.



## Exemplo 28-6 Lei de Lenz e uma bobina em movimento

Uma bobina retangular tem  $N = 80$  voltas e cada volta tem largura de  $a = 20,0$  cm e comprimento  $b = 30,0$  cm. Metade da bobina está localizada em uma região com um campo magnético de intensidade  $B = 0,800$  T dirigido para dentro da tela (veja figura).

A resistência  $R$  da bobina é  $30,0 \Omega$ . Determine a intensidade e o sentido da corrente induzida se a bobina se move a  $2,00$  m/s (a) para a direita, (b) para cima na tela e (c) para baixo na tela.



Sabemos que  $I = \frac{\mathcal{E}}{R}$  e que  $\mathcal{E} = -\frac{d\phi_m}{dt}$

onde  $\phi_m = N\vec{B} \cdot \hat{n}A$ , sendo que tomaremos  $\hat{n}$  para dentro da tela, assim  $\phi_m = NBax$

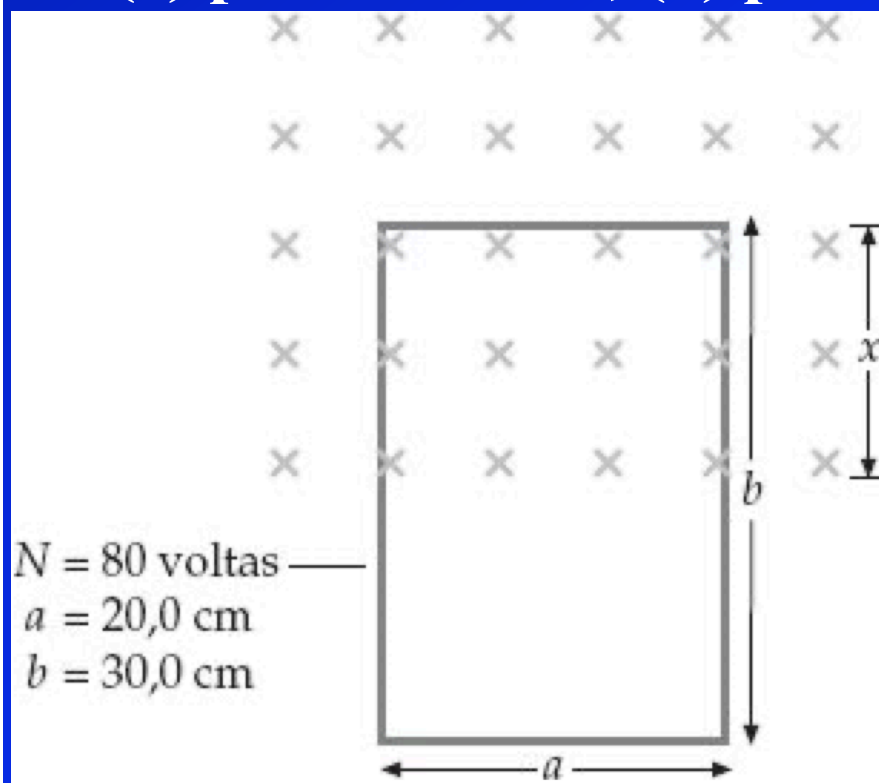
(a) Quando a bobina está se movendo para a direita,  $x$  não varia e o fluxo não varia, então a corrente é zero.



## Exemplo 28-6 Lei de Lenz e uma bobina em movimento

Uma bobina retangular tem  $N = 80$  voltas e cada volta tem largura de  $a = 20,0$  cm e comprimento  $b = 30,0$  cm. Metade da bobina está localizada em uma região com um campo magnético de intensidade  $B = 0,800$  T dirigido para dentro da tela (veja figura).

A resistência  $R$  da bobina é  $30,0 \Omega$ . Determine a intensidade e o sentido da corrente induzida se a bobina se move a  $2,00$  m/s (a) para a direita, (b) para cima na tela e (c) para baixo na tela.



Sabemos que  $I = \frac{\mathcal{E}}{R}$  e que  $\mathcal{E} = -\frac{d\phi_m}{dt}$

onde  $\phi_m = NBax$

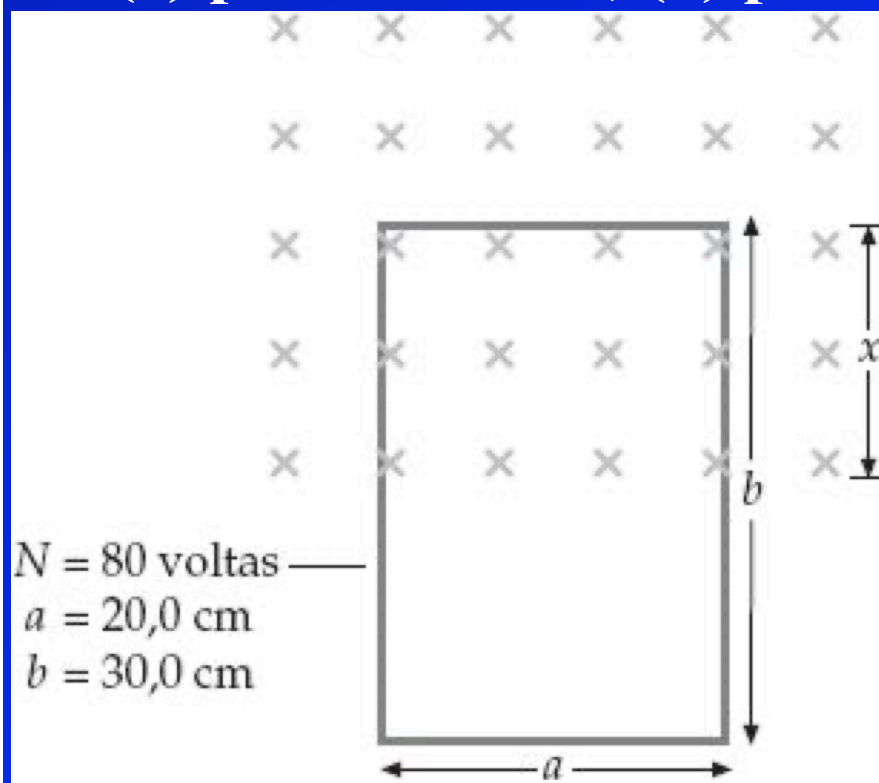
(b) Quando a bobina está se movendo para cima,  $\frac{d\phi_m}{dt} = \frac{d}{dt}(NBax) = NBa \frac{dx}{dt}$

$$|I| = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{NBa |dx/dt|}{R} = 0,853 \text{ A}$$

## Exemplo 28-6 Lei de Lenz e uma bobina em movimento

Uma bobina retangular tem  $N = 80$  voltas e cada volta tem largura de  $a = 20,0$  cm e comprimento  $b = 30,0$  cm. Metade da bobina está localizada em uma região com um campo magnético de intensidade  $B = 0,800$  T dirigido para dentro da tela (veja figura).

A resistência  $R$  da bobina é  $30,0 \Omega$ . Determine a intensidade e o sentido da corrente induzida se a bobina se move a  $2,00$  m/s (a) para a direita, (b) para cima na tela e (c) para baixo na tela.



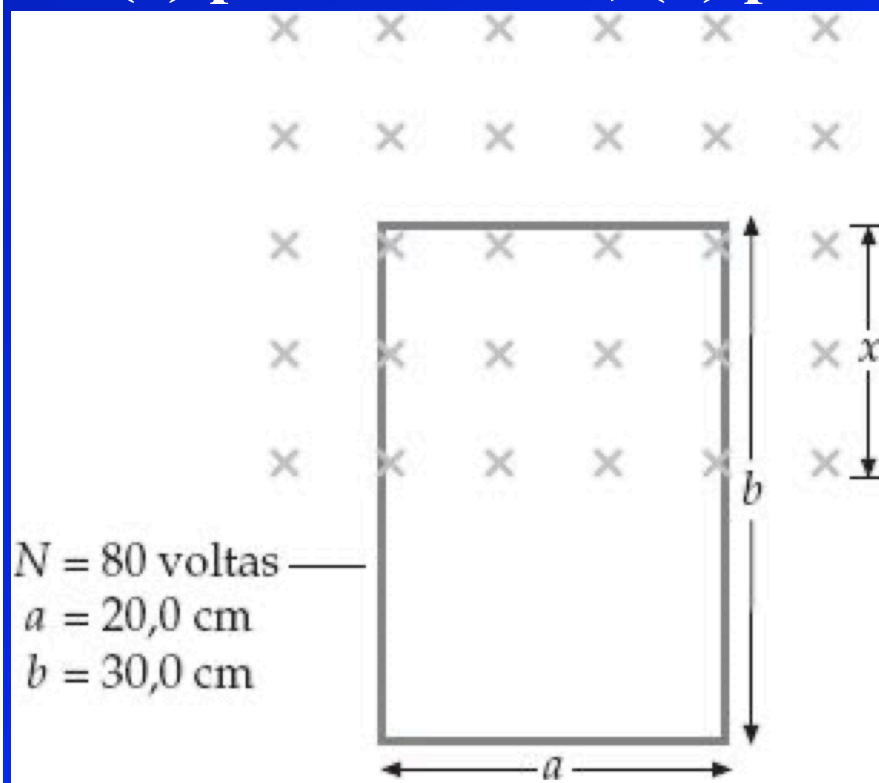
(b) Quando a bobina está se movendo para cima, o fluxo magnético está aumentando, assim, pela lei de Lenz, a corrente induzida deve produzir um campo magnético cujo fluxo diminui quando  $x$  aumenta. Este seria um campo magnético cujo produto escalar com o  $\hat{n}$  (escolhido) é negativo. Assim,

$$I = 0,853 \text{ A, anti-horário}$$

## Exemplo 28-6 Lei de Lenz e uma bobina em movimento

Uma bobina retangular tem  $N = 80$  voltas e cada volta tem largura de  $a = 20,0$  cm e comprimento  $b = 30,0$  cm. Metade da bobina está localizada em uma região com um campo magnético de intensidade  $B = 0,800$  T dirigido para dentro da tela (veja figura).

A resistência  $R$  da bobina é  $30,0 \Omega$ . Determine a intensidade e o sentido da corrente induzida se a bobina se move a  $2,00$  m/s (a) para a direita, (b) para cima na tela e (c) para baixo na tela.

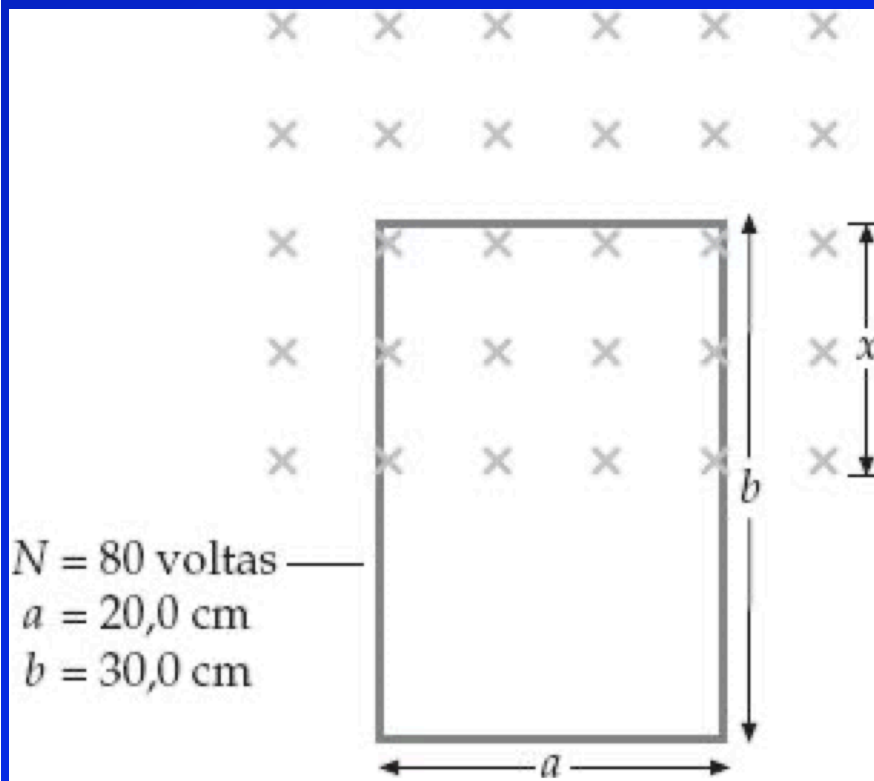


(c) Quando a bobina está se movendo para baixo, as equações são as mesmas, mas o fluxo magnético está diminuindo, assim e a corrente induzida será invertida, portanto,

$$I = 0,853 \text{ A, horário}$$

Na parte (b) desse exemplo o movimento para cima na tela provoca a indução da corrente, logo o sentido da corrente induzida deve resultar em uma força que se opõe ao movimento da bobina para cima.

Aplicando  $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$  (Cap 26) ao segmento superior do anel obtemos uma força para baixo na tela desde que a corrente no anel está no sentido anti-horário, o que está correto.



Neste exemplo o campo magnético é estático, logo não existe campo elétrico não-conservativo. Assim, a fem não é o trabalho realizado pelo campo elétrico não-conservativo. A causa desta fem será examinada nos próximos slides.

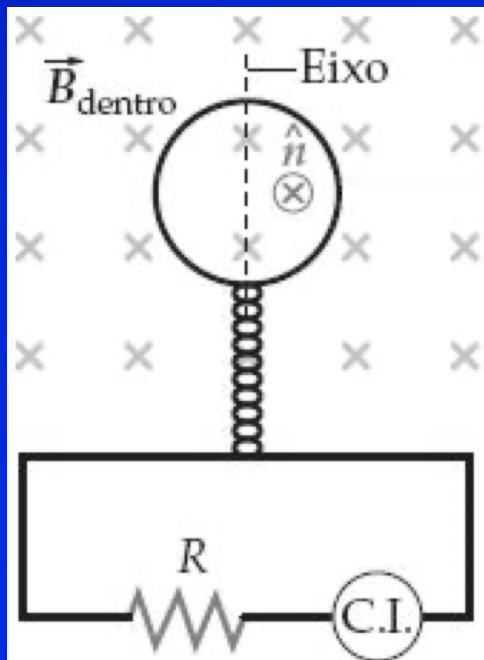
## **28-4 Fem induzida por movimento**

**De maneira geral, fem induzida por movimento é qualquer fem induzida pelo movimento de um condutor em uma região na qual existe um campo magnético.**



## Exemplo 28-7 Carga total através de uma bobina girando

Uma pequena bobina com  $N$  voltas tem seu plano perpendicular a um campo magnético uniforme e estático  $\vec{B}$ , como mostrado a figura. A bobina está conectada a um integrador de corrente (C.I.) que é um dispositivo usado para medir a carga total passando através da bobina. Determine a carga passando pela bobina se ela girar de  $180^\circ$  em torno do eixo mostrado.



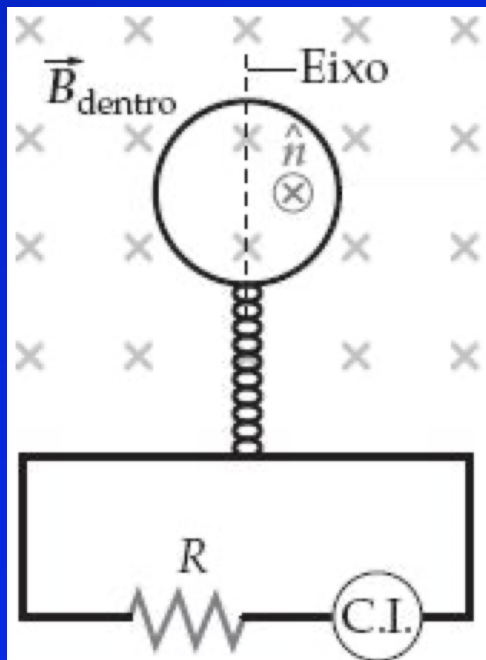
Quando a bobina da figura é girada, o fluxo magnético através dela varia, induzindo uma fem  $\varepsilon$ .

A fem, por sua vez, induz uma corrente  $I = \varepsilon/R$ , onde  $R$  é a resistência total do circuito.

Como  $I = dq/dt$ , podemos determinar a carga  $Q$  passando através do integrador integrando  $I$ ; isto é,  $\int I dt$ .

## Exemplo 28-7 Carga total através de uma bobina girando

Uma pequena bobina com  $N$  voltas tem seu plano perpendicular a um campo magnético uniforme e estático  $\vec{B}$ , como mostrado a figura. A bobina está conectada a um integrador de corrente (C.I.) que é um dispositivo usado para medir a carga total passando através da bobina. Determine a carga passando pela bobina se ela girar de  $180^\circ$  em torno do eixo mostrado.



$$\varepsilon = RI \text{ (lei de Ohm)} \quad \therefore \quad \varepsilon dt = RI dt$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \text{ (lei de Faraday)} \quad \therefore \quad \varepsilon dt = -d\phi$$

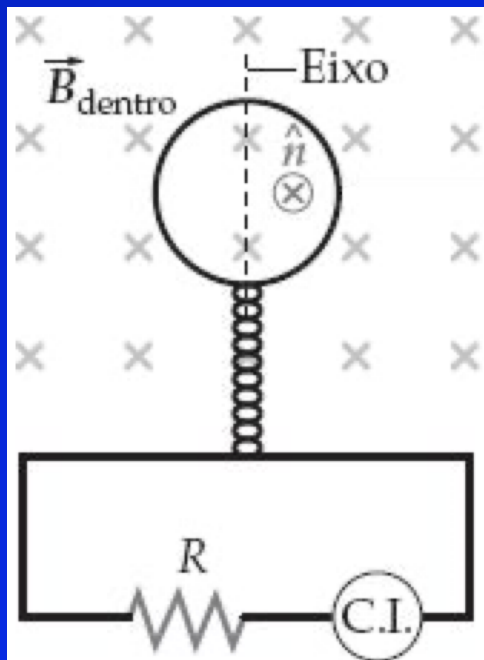
$$\text{Assim, } -d\phi = RI dt$$

$$\text{mas } I dt = dq \quad \therefore \quad -d\phi = R dq$$

$$\therefore \quad dq = -\frac{1}{R} d\phi$$

## Exemplo 28-7 Carga total através de uma bobina girando

Uma pequena bobina com  $N$  voltas tem seu plano perpendicular a um campo magnético uniforme e estático  $\vec{B}$ , como mostrado a figura. A bobina está conectada a um integrador de corrente (C.I.) que é um dispositivo usado para medir a carga total passando através da bobina. Determine a carga passando pela bobina se ela girar de  $180^\circ$  em torno do eixo mostrado.



Do slide anterior, temos  $dq = -\frac{1}{R} d\phi$   
assim

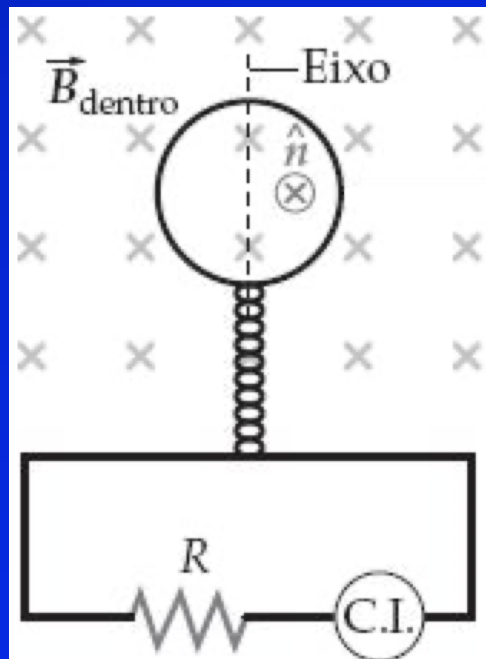
$$Q = \int_0^Q dq = -\frac{1}{R} \int_{\phi_{mi}}^{\phi_{mf}} d\phi_m = -\frac{1}{R} (\phi_{mf} - \phi_{mi}) = -\frac{\Delta\phi_m}{R}$$

onde

$$\Delta\phi_m = \phi_{mf} - \phi_{mi} = N\vec{B} \cdot \hat{n}_f A - N\vec{B} \cdot \hat{n}_i A$$

## Exemplo 28-7 Carga total através de uma bobina girando

Uma pequena bobina com  $N$  voltas tem seu plano perpendicular a um campo magnético uniforme e estático  $\vec{B}$ , como mostrado a figura. A bobina está conectada a um integrador de corrente (C.I.) que é um dispositivo usado para medir a carga total passando através da bobina. Determine a carga passando pela bobina se ela girar de  $180^\circ$  em torno do eixo mostrado.

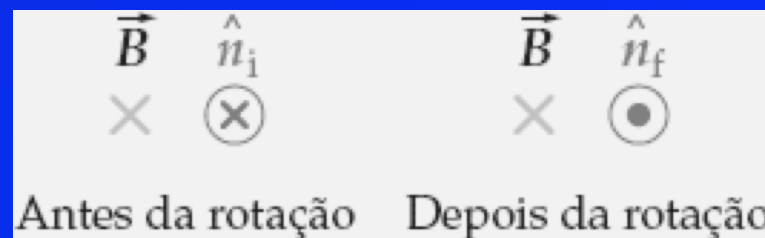


Do slide anterior  $Q = -\Delta\phi_m/R$  onde

$$\Delta\phi_m = \phi_{mf} - \phi_{mi} = N\vec{B} \cdot \hat{n}_f A - N\vec{B} \cdot \hat{n}_i A$$

$$\Delta\phi_m = NA(\vec{B} \cdot \hat{n}_f - \vec{B} \cdot \hat{n}_i) = NA[(-B) - (+B)] = -2NBA$$

Quando a bobina gira, a superfície e o vetor normal  $\hat{n}$  também giram.



Assim  $Q = \frac{2NBA}{R}$

Deste resultado

$$Q = \frac{2NBA}{R}$$

temos que a carga  $Q$  não depende se a bobina gira rapidamente ou não, depende apenas da variação no fluxo magnético através da bobina.

Uma bobina como essa é chamada de “bobina girante”.

Ela é usada para medir campos magnéticos, onde

$$B = \frac{RQ}{2NA}$$



A figura mostra um bastão condutor deslizando para a direita ao longo de trilhos condutores conectados por um resistor.

Um campo magnético uniforme está dirigido para dentro da tela.

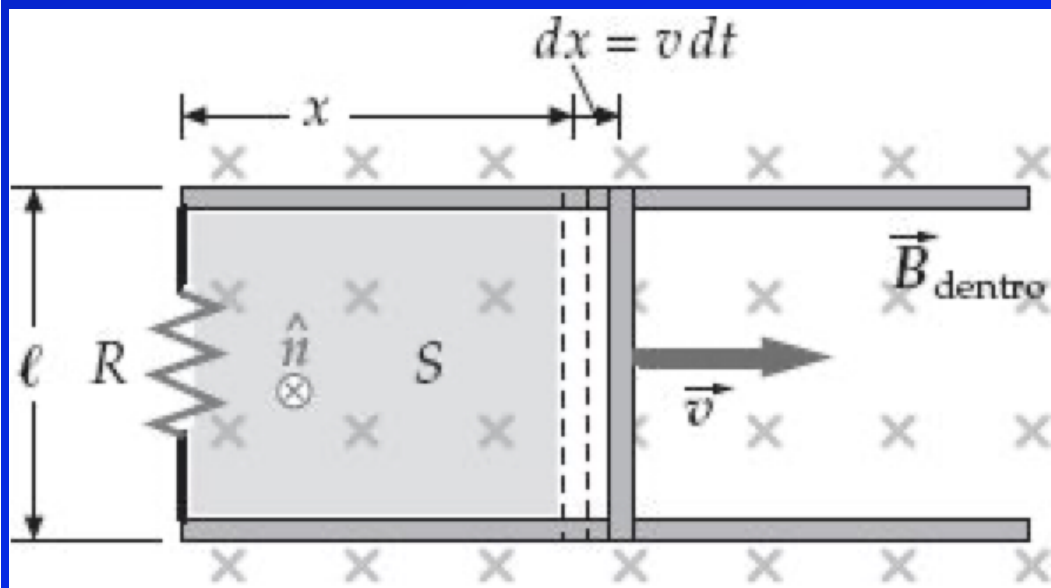
Considere a normal à superfície  $S$  para dentro da tela.

Enquanto o bastão se move para a direita, a superfície  $S$  aumenta, aumentando o fluxo magnético através de  $S$ .

Assim, uma fem é induzida no circuito.

Considere como  $\ell$  a separação entre os trilhos e  $x$  a distância desde a extremidade esquerda dos trilhos até o bastão. A área da superfície  $S$  é, então,  $\ell x$ , e o fluxo magnético através de  $S$  é

$$\phi_m = \vec{B} \cdot \hat{n} A = B_n A = B\ell x$$



Então 
$$\frac{d\phi_m}{dt} = B\ell \frac{dx}{dt} = B\ell v$$

onde  $dx/dt$  é a velocidade do bastão.

Dessa forma

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_m}{dt} = -B\ell v$$

Para entender o significado físico do sinal negativo do resultado

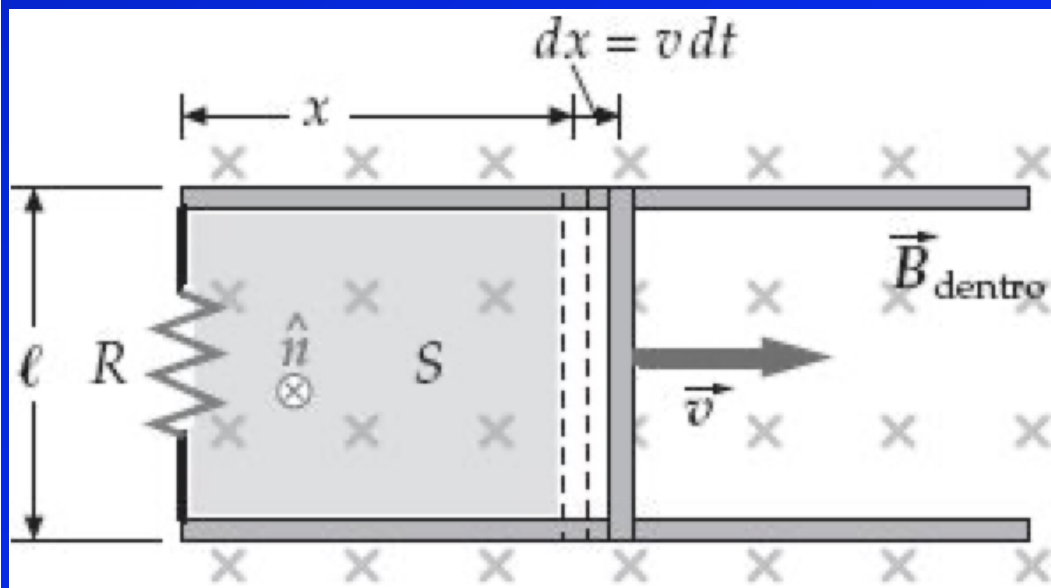
$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_m}{dt} = -B\ell v$$

precisamos usar a regra da mão direita.

Coloque seu polegar direito na direção e sentido de  $\hat{n}$  e seus dedos se curvarão no sentido positivo (horário) definido na escolha do sentido de  $\hat{n}$ .

O sinal negativo do resultado significa que  $\mathcal{E}$  gera uma corrente no sentido anti-horário.

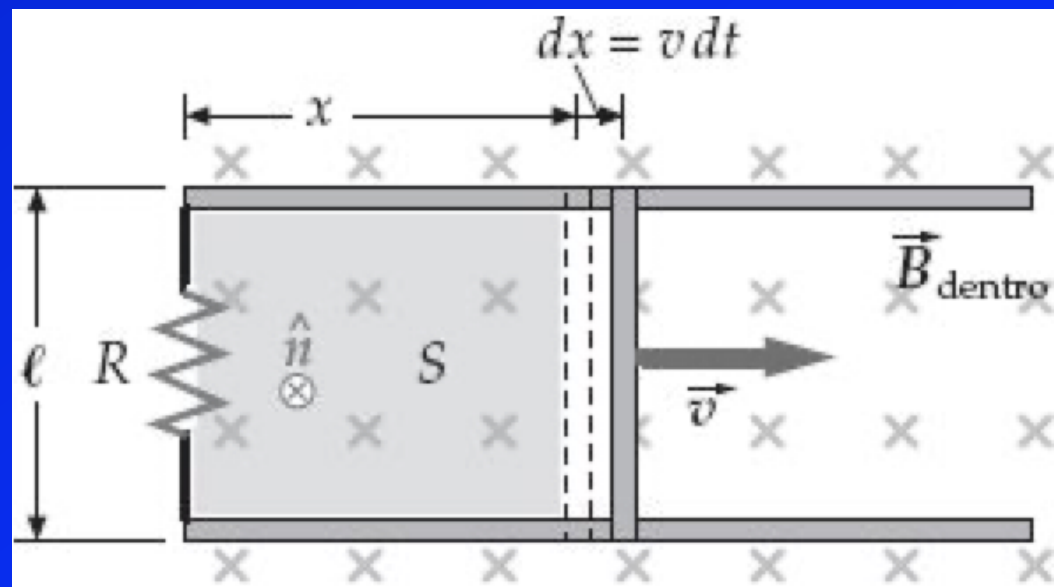
Podemos conferir este resultado usando a lei de Lenz.



É o movimento do bastão para a direita que produz a corrente induzida, logo a força magnética neste bastão (devida à corrente induzida) deve ser para a esquerda.

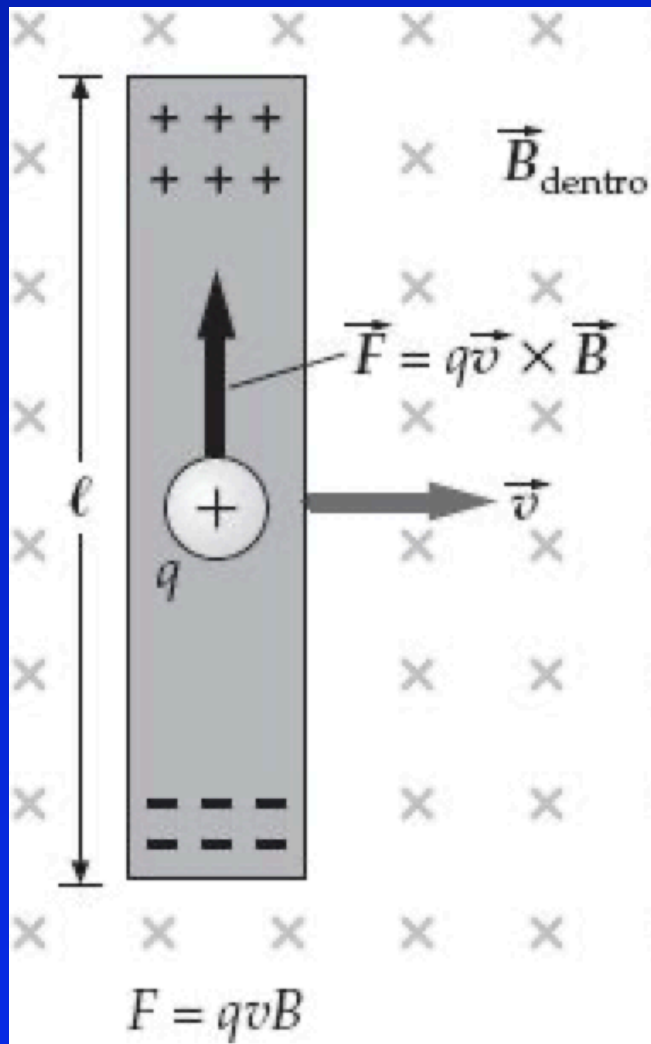
A força magnética em um condutor conduzindo corrente é dada por  $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$  (Cap 26), onde  $\vec{L}$  está no sentido da corrente.

Assim, se a corrente realmente estiver no sentido anti-horário,  $\vec{L}$  estará para cima na tela e, sabemos que  $\vec{B}$  está para dentro da tela, dessa forma, a força  $\vec{F}$  é para a esquerda, o que confirma nosso resultado anterior, onde a fem induzida gera uma corrente no sentido anti-horário. Assim, para manter o movimento do bastão, uma força externa ( $-\vec{F}$ ) deve ser mantida empurrando o bastão para a direita.



A figura mostra um portador de carga positiva em um bastão condutor que está se movendo com uma velocidade constante  $\vec{v}$  através de um campo magnético dirigido para dentro do papel.

Como a velocidade dos portadores de carga é horizontal, há uma força magnética exercida sobre eles de magnitude  $qvB$ .



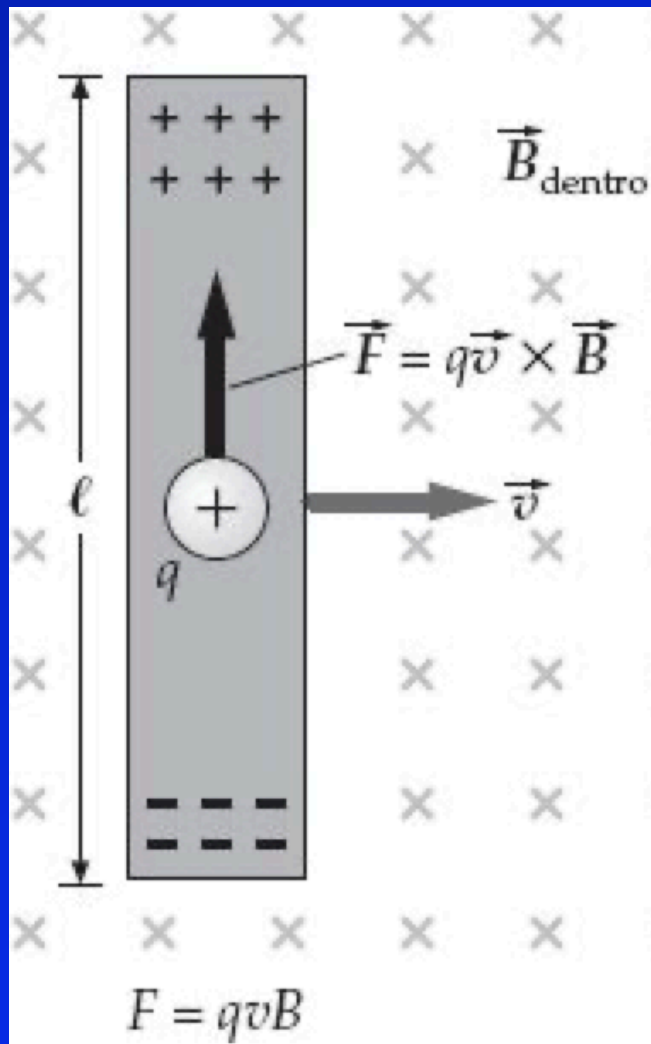
Respondendo a esta força, os portadores de carga no bastão se movem para cima, produzindo uma carga líquida positiva no topo do bastão e deixando uma carga líquida negativa na base do bastão.

Os portadores de carga continuam a se mover para cima até que o campo elétrico produzido pelas cargas separadas exerça uma força para baixo de módulo  $qE$  sobre as cargas separadas, a qual equilibra a força magnética para cima  $qvB$ . Em equilíbrio, a intensidade deste campo elétrico no bastão é  $E = vB$ .

A direção deste campo elétrico  $\vec{E}$   
é paralela ao bastão e aponta para baixo.

A diferença de potencial entre as extremidades do bastão de comprimento  $\ell$  é

$$\Delta V = E \ell = vB\ell \quad \text{com o potencial sendo maior no topo.}$$



Mas, tomando o resultado do exemplo anterior

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_m}{dt} = -B\ell v$$

vemos que o bastão se movendo sem o circuito,  
já gera uma fem dada por  $B\ell v$ .

