Circuitos Trifásicos Equilibrados

Milana Lima dos Santos

Depto. de Engenharia de Energia e Automação Elétricas
Escola Politécnica da USP

24 de novembro de 2020

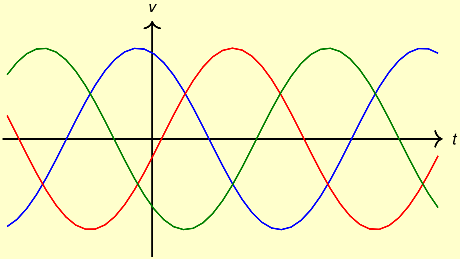
Circuitos trifásicos

- Vantagens
  - Adequados para geração e consumo de potências elevadas
  - Economia proporcional em relação a volume de geradores e custo de condutores
  - Projeto mais simples de motores e geradores

Definições

- Sistema de tensões trifásico simétrico
  - Tensões nos terminais dos geradores são, em certa sequência, da seguinte forma:

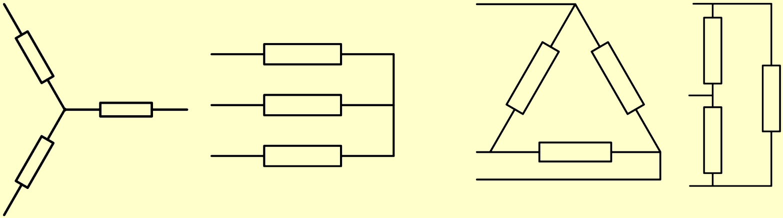
$$v_1(t) = V_M \cos(\omega t + \theta)$$
$$v_2(t) = V_M \cos(\omega t + \theta - \frac{2\pi}{3})$$
$$v_3(t) = V_M \cos(\omega t + \theta + \frac{2\pi}{3})$$



- Sistema de tensões trifásico assimétrico
  - Pelo menos uma das condições anteriores não é atendida

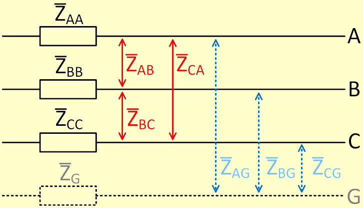
Cargas trifásicas

- Carga equilibrada
  - Cargas constituída por três impedâncias complexas iguais, ligadas em estrela ou triângulo
- Carga desequilibrada
  - Cargas ou ligações não atendem condição anterior
- Não costumam ser abordados em cursos fora da Eng. Elétrica



Definições - continuação

- Linha (ou rede) trifásica equilibrada



$$\overline{Z}_{AA} = \overline{Z}_{BB} = \overline{Z}_{CC} = \overline{Z}_{P}$$ (impedâncias próprias iguais)

$$\overline{Z}_{AB} = \overline{Z}_{BC} = \overline{Z}_{CA} = \overline{Z}_{M}$$ (impedâncias mútuas iguais entre fases)

$$\overline{Z}_{AG} = \overline{Z}_{BG} = \overline{Z}_{CG} = \overline{Z}_{M'}$$ (impedâncias mútuas iguais entre fases e neutro,se esse existir)

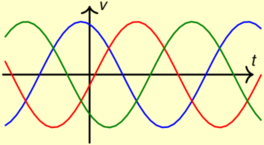
  - Impedâncias mútuas não costumam ser detalhadas em cursos fora da Eng. Elétrica, sendo consideradas desprezíveis ou já anteriormente absorvidas pela expressão $\overline{Z} = \overline{Z}_P - \overline{Z}_M$

- Linha (ou rede) trifásica desequilibrada
  - Pelo menos uma das condições anteriores não é atendida
  - Não costuma ser abordada em cursos fora da Eng. Elétrica

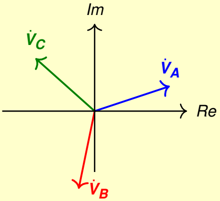
Sequência de fases

Ordem no tempo pela qual as tensões das fases passam pelo seu valor máximo. Lembre-se que os vetores giram no sentido anti-horário.

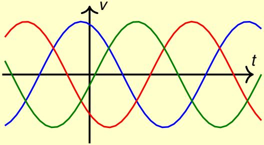
- Sequência direta, positiva, ABC, BCA, CAB



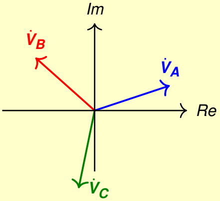
$$v_A(t) = V_M \cos(\omega t + \theta)$$
$$v_B(t) = V_M \cos(\omega t + \theta - \tfrac{2\pi}{3})$$
$$v_C(t) = V_M \cos(\omega t + \theta + \tfrac{2\pi}{3})$$



- Sequência inversa, negativa, CBA, BAC, ACB

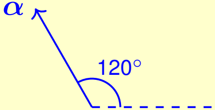


$$v_A(t) = V_M \cos(\omega t + \theta)$$
$$v_C(t) = V_M \cos(\omega t + \theta - \tfrac{2\pi}{3})$$
$$v_B(t) = V_M \cos(\omega t + \theta + \tfrac{2\pi}{3})$$



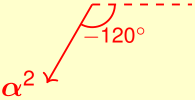
Operador α

$$\alpha = 1\angle 120^\circ = 1\angle\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

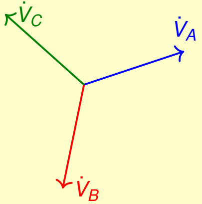


Propriedades:

- $\alpha^2 = (1\angle 120^\circ)(1\angle 120^\circ) = 1\angle 240^\circ \boxed{= 1\angle -120^\circ} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\alpha^3 = (1\angle 120^\circ)(1\angle 120^\circ)(1\angle 120^\circ) = 1$
- $\alpha^{-1} = \dfrac{1}{1\angle 120^\circ} = 1\angle -120^\circ = \alpha^2$
- $1 + \alpha + \alpha^2 = 1 + \left(-\dfrac{1}{2} + j\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(-\dfrac{1}{2} - j\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0$

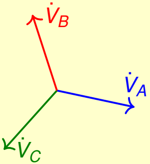


Representação fasorial, sequências direta, inversa e zero usando α



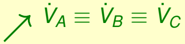
Sequência direta:

$$\begin{aligned} \dot{V}_B &= \dot{V}_A\,(1\angle -120^\circ) = \alpha^2\,\dot{V}_A \\ \dot{V}_C &= \dot{V}_A\,(1\angle 120^\circ) = \alpha\,\dot{V}_A \end{aligned}$$



Sequência inversa:

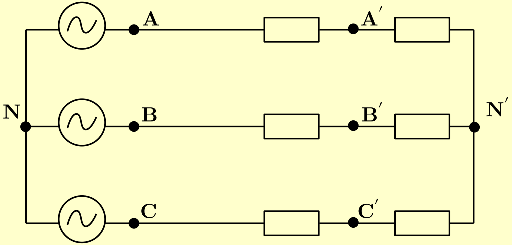
$$\begin{aligned} \dot{V}_B &= \dot{V}_A\,(1\angle 120^\circ) = \alpha\,\dot{V}_A \\ \dot{V}_C &= \dot{V}_A\,(1\angle -120^\circ) = \alpha^2\,\dot{V}_A \end{aligned}$$



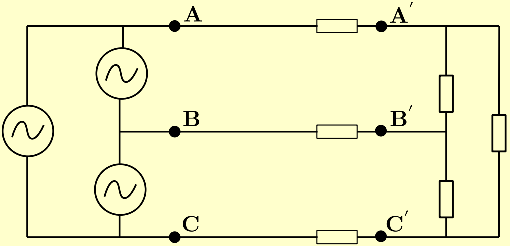
Sequência zero:

$$\dot{V}_A = \dot{V}_B = \dot{V}_C$$

Circuitos estrela(=Y),triângulo(=delta)

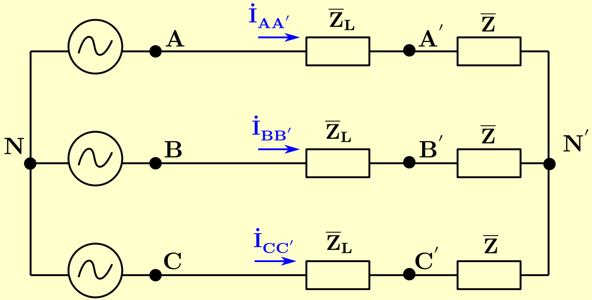


- N = terminal neutro do gerador
- N’ = centro-estrela da carga



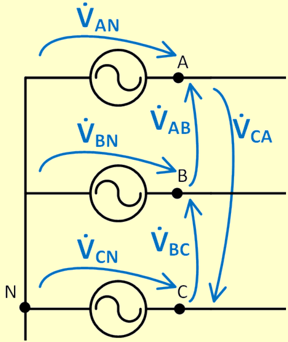
- Tensões de fase
  - Tensões observadas nas bobinas do gerador trifásico
  - Tensões observadas sobre cada uma das impedâncias de carga
  - Para serem obtidas por medição, é preciso conhecimento do tipo de ligação. Se a ligação for estrela, é necessário o acesso ao neutro/centro-estrela do gerador/carga
- Tensões de linha
  - Tensões entre dois terminais do gerador, exceto o neutro
  - Tensões entre dois terminais da carga, exceto o neutro
  - Independentemente do tipo de ligação ou acesso aos elementos monofásicos, $\dot{V}_{AB}$, $\dot{V}_{BC}$, $\dot{V}_{CA}$, $\dot{V}_{A'B'}$, $\dot{V}_{B'C'}$, $\dot{V}_{C'A'}$ são tensões de linha
- Correntes de fase
  - Correntes que percorrem as bobinas do gerador trifásico
  - Correntes que percorrem cada uma das impedâncias de carga
  - Para serem obtidas por medição, é preciso conhecimento do tipo de ligação e acesso ao neutro/centro-estrela da carga. Se a ligação for triângulo, é necessário o acesso aos elementos de carga
- Correntes de linha
  - Correntes que percorrem os condutores que interligam o gerador à carga
  - Independentemente do tipo de ligação ou acesso aos elementos monofásicos, $\dot{I}_{AA'}$, $\dot{I}_{BB'}$, $\dot{I}_{CC'}$ são correntes de linha

Relações entre $\dot{I}_L$ e $\dot{I}_F$, ligação estrela (Y)



Na ligação estrela, as correntes de fase são iguais às correntes de linha.

Relações entre $\dot{V}_L$ e $\dot{V}_F$, ligação estrela (Y), sistema trifásico qualquer

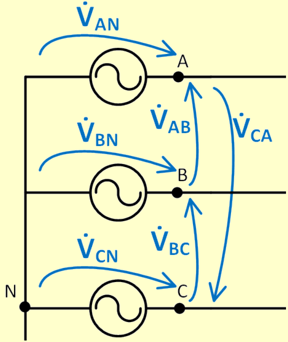


- Simétrico/assimétrico
- Sequência direta ou inversa
- Pela Lei das Tensões de Kirchoff,

$$\dot{V}_{AB} = \dot{V}_{AN} - \dot{V}_{BN}$$
$$\dot{V}_{BC} = \dot{V}_{BN} - \dot{V}_{CN}$$
$$\dot{V}_{CA} = \dot{V}_{CN} - \dot{V}_{AN} \rightarrow \dot{V}_{AB} + \dot{V}_{BC} + \dot{V}_{CA} = 0$$

- Sendo $\dot{V}_{AN}$, $\dot{V}_{BN}$, $\dot{V}_{CN}$ conhecidas, $\dot{V}_{AB}$, $\dot{V}_{BC}$, $\dot{V}_{CA}$ são determinadas de forma direta
- Sendo $\dot{V}_{AB}$, $\dot{V}_{BC}$, $\dot{V}_{CA}$ conhecidas e $\dot{V}_{AN}$, $\dot{V}_{BN}$, $\dot{V}_{CN}$ incógnitas, só há duas equações linearmente independentes no sistema acima.

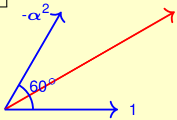
Relações entre $\dot{V}_L$ e $\dot{V}_F$, ligação estrela, sistema simétrico e equilibrado



$$\boxed{\dot{V}_{AB} = \dot{V}_{AN} - \dot{V}_{BN}}$$

- Sequência direta

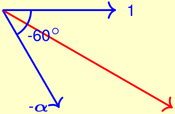
$$\dot{V}_{AB} = \dot{V}_{AN} - \alpha^2 \dot{V}_{AN} = \dot{V}_{AN}(1 - \alpha^2)$$



$$\boxed{\dot{V}_{AB} = \dot{V}_{AN}(\sqrt{3}\angle + 30^\circ)}$$

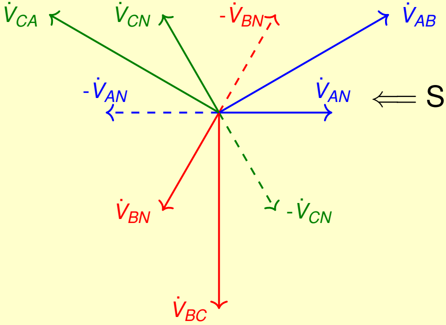
- Sequência inversa

$$\dot{V}_{AB} = \dot{V}_{AN} - \alpha \dot{V}_{AN} = \dot{V}_{AN}(1 - \alpha)$$



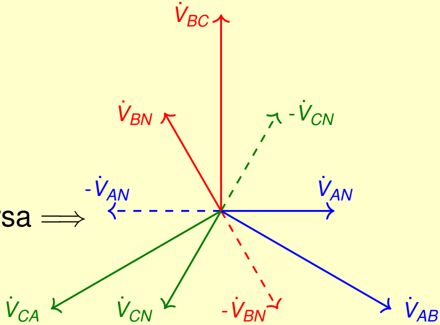
$$\boxed{\dot{V}_{AB} = \dot{V}_{AN}(\sqrt{3}\angle - 30^\circ)}$$

Diagrama de fasores de tensão, ligação estrela (Y), sistema simétrico e equilibrado

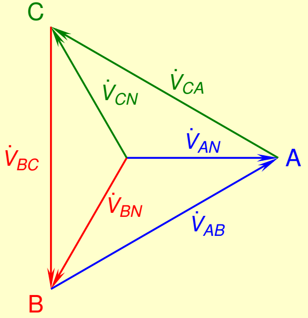


$\Longleftarrow$ Sequência direta

Sequência inversa $\Longrightarrow$

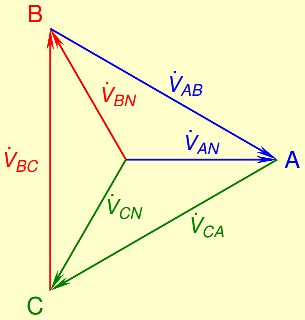


Outra disposição do diagrama de fasores

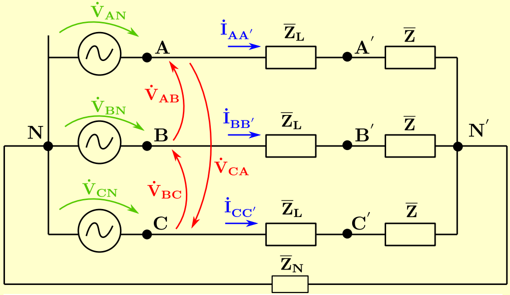


$\Longleftarrow$ Sequência direta

Sequência inversa $\Longrightarrow$



Análise de malhas de circuitos com elementos estrela



N-A-A'-N'-N: $\dot{V}_{AN} = \overline{Z}_L \dot{I}_{AA'} + \overline{Z}\dot{I}_{AA'} + \overline{Z}_N(\dot{I}_{AA'} + \dot{I}_{BB'} + \dot{I}_{CC'})$

N-B-B'-N'-N: $\dot{V}_{BN} = \overline{Z}_L \dot{I}_{BB'} + \overline{Z}\dot{I}_{BB'} + \overline{Z}_N(\dot{I}_{AA'} + \dot{I}_{BB'} + \dot{I}_{CC'})$

N-C-C'-N'-N: $\dot{V}_{CN} = \overline{Z}_L \dot{I}_{CC'} + \overline{Z}\dot{I}_{CC'} + \overline{Z}_N(\dot{I}_{AA'} + \dot{I}_{BB'} + \dot{I}_{CC'})$

Que tal somar as 3 equações?

$\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{BN} + \dot{V}_{CN} = (1 + \boldsymbol{\alpha}^2 + \alpha)\dot{V}_{AN} = 0$

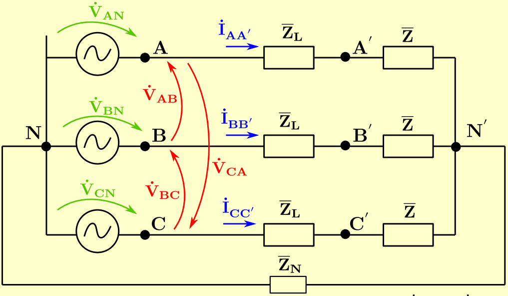
$$0 = \overline{Z}_L(\dot{I}_{AA'} + \dot{I}_{BB'} + \dot{I}_{CC'}) + \overline{Z}(\dot{I}_{AA'} + \dot{I}_{BB'} + \dot{I}_{CC'}) + 3 \cdot \overline{Z}_N(\dot{I}_{AA'} + \dot{I}_{BB'} + \dot{I}_{CC'})$$

$$\underbrace{(\overline{Z}_L + \overline{Z} + 3 \cdot \overline{Z}_N)}_{\text{Essa soma é sempre} \neq 0 \text{ em um circuito}} \; (\dot{I}_{AA'} + \dot{I}_{BB'} + \dot{I}_{CC'}) = 0$$

Então, $\boxed{\dot{I}_{AA'} + \dot{I}_{BB'} + \dot{I}_{CC'} = 0}$

Conclusão parcial: mesmo havendo o condutor (ou o caminho para a terra), a corrente nesse condutor é = 0 em um circuito trifásico simétrico equilibrado

Análise de malhas de circuitos com elementos estrela (cont.)



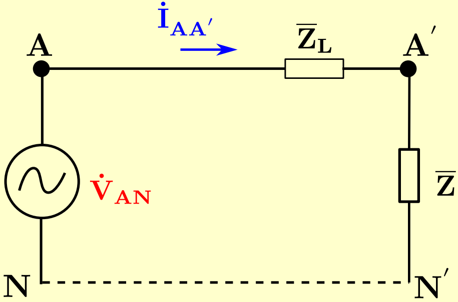
Voltando e simplificando as equações de malha (já que $\dot{I}_{AA'} + \dot{I}_{BB'} + \dot{I}_{CC'}$):

$$\dot{V}_{AN} = \overline{Z}_L \dot{I}_{AA'} + \overline{Z}\dot{I}_{AA'} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\dot{I}_{AA'} = \frac{\dot{V}_{AN}}{\overline{Z}_L + \overline{Z}}}$$

$$\dot{V}_{BN} = \overline{Z}_L \dot{I}_{BB'} + \overline{Z}\dot{I}_{BB'} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\dot{I}_{BB'} = \frac{\dot{V}_{BN}}{\overline{Z}_L + \overline{Z}}}$$

$$\dot{V}_{CN} = \overline{Z}_L \dot{I}_{CC'} + \overline{Z}\dot{I}_{CC'} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\dot{I}_{CC'} = \frac{\dot{V}_{CN}}{\overline{Z}_L + \overline{Z}}}$$

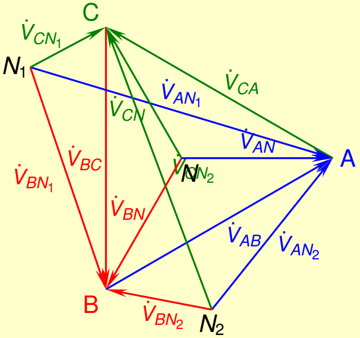
Circuito equivalente monofásico para circuito trifásico simétrico e equilibrado em Y



Fio neutro fictício (sem impedância, N e N têm o mesmo potencial)

Determinação das tensões de fase dadas as tensões de linha?

Dado um sistema de tensões de linha simétrico,...

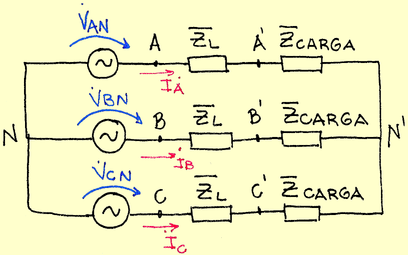


...há infinitas soluções para as tensões de fase,...

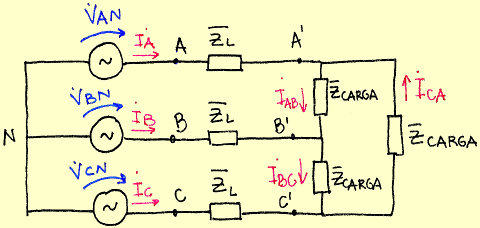
...mas apenas uma delas resulta em um sistema de tensões de fase simétrico.

Exemplo numérico

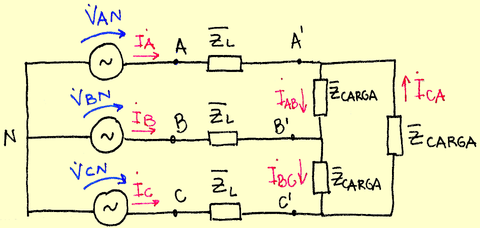
$$\begin{aligned}
\dot{V}_{A'N'} &= 100\angle 0^\circ + 20 = 120\angle 0^\circ \ V \\
\dot{V}_{B'N'} &= 100\angle -120^\circ + 20 = 91,65\angle -109,11^\circ \ V \\
\dot{V}_{C'N'} &= 100\angle 120^\circ + 20 = 91,65\angle 109,11^\circ \ V \\
\dot{V}_{A'B'} &= 173,20\angle 30^\circ \ V \\
\dot{V}_{B'C'} &= 173,20\angle -90^\circ \ V \\
\dot{V}_{C'A'} &= 173,20\angle 150^\circ \ V
\end{aligned}$$



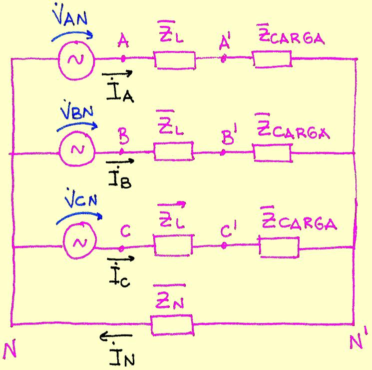
$\dot{V}_{AN}$
A
$\overline{Z}_L$
A'
$\overline{Z}_{CARGA}$
$\dot{I}_A$
$\dot{V}_{BN}$
B
$\overline{Z}_L$
B'
$\overline{Z}_{CARGA}$
N
N'
$\dot{I}_B$
$\dot{V}_{CN}$
C
$\overline{Z}_L$
C'
$\overline{Z}_{CARGA}$
$\dot{I}_C$

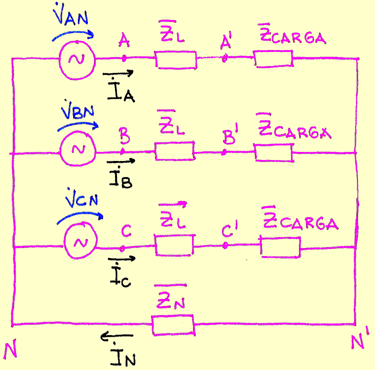


V̇AN
İA
A
Z̄L
A'
V̇BN
İB
B
Z̄L
B'
N
İAB
Z̄CARGA
İCA
Z̄CARGA
V̇CN
İC
C
Z̄L
C'
İBC
Z̄CARGA



$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{V}_{AN} - \dot{V}_{BN}}{3\overline{Z}_L + \overline{Z}_{CARGA}} \quad , \quad \dot{I}_{BC} = \frac{\dot{V}_{BN} - \dot{V}_{CN}}{3\overline{Z}_L + \overline{Z}_{CARGA}}$$


$\dot{V}_{AN}$
A
$\bar{Z}_L$
A'
$\bar{Z}_{CARGA}$
$\dot{I}_A$
$\dot{V}_{BN}$
B
$\bar{Z}_L$
B'
$\bar{Z}_{CARGA}$
$\dot{I}_B$
$\dot{V}_{CN}$
C
$\bar{Z}_L$
C'
$\bar{Z}_{CARGA}$
$\dot{I}_C$
$\bar{Z}_N$
N
$\dot{I}_N$
N'



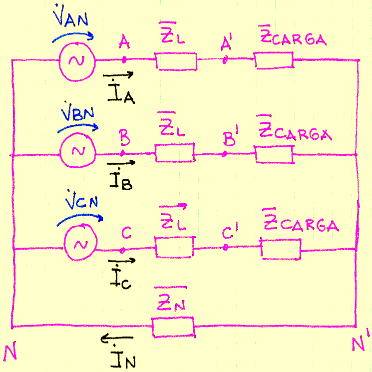
$\dot{V}_{AN} = (130 \angle 25°)\,V$,

seq. direta, sistema simétrico

$\overline{Z}_L = 0{,}1 + j0{,}5\,\Omega$

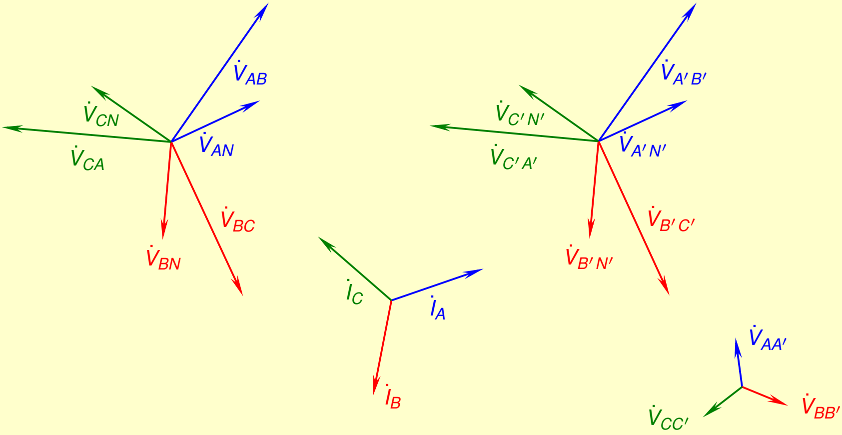
$\overline{Z}_{CARGA} = 100 + j10\,\Omega$

$\overline{Z}_N = 0{,}5 + j0{,}3\,\Omega$

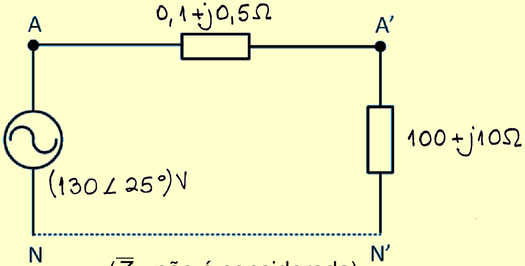


$\dot{V}_{AN}$
A
$\bar{Z}_L$
A'
$\bar{Z}_{CARGA}$
$\dot{I}_A$
$\dot{V}_{BN}$
B
$\bar{Z}_L$
B'
$\bar{Z}_{CARGA}$
$\dot{I}_B$
$\dot{V}_{CN}$
C
$\bar{Z}_L$
C'
$\bar{Z}_{CARGA}$
$\dot{I}_C$
$\bar{Z}_N$
N
N'
$\dot{I}_N$

carga:



As tensões de linha na fonte, tensões de fase e linha na carga, correntes na linha e quedas de tensão na linha também formam sistemas trifásicos simétricos.

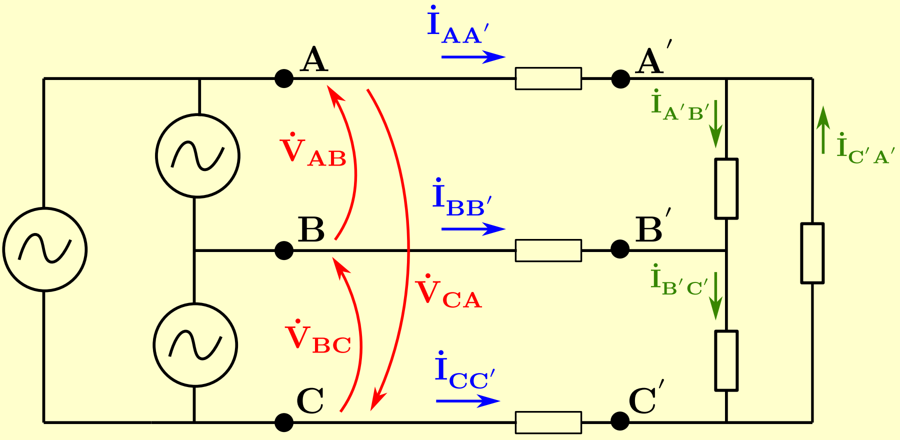


($\overline{Z}_N$ não é considerada)

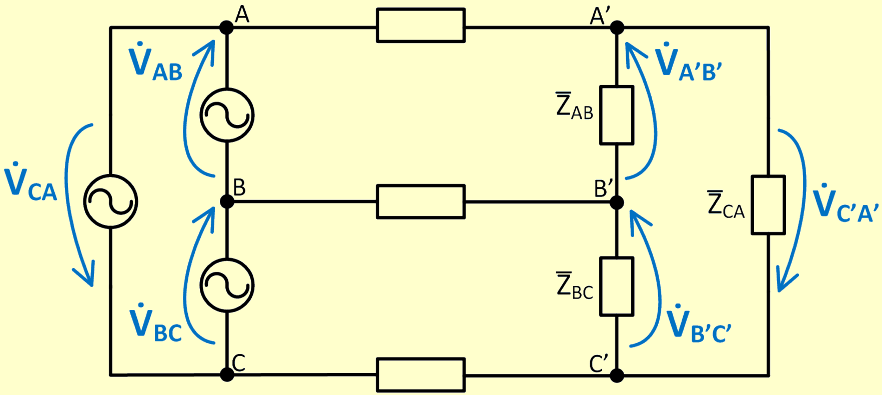
Valores restantes (BN, CN, BC ...) são obtidos aplicando-se as defasagens, de acordo com a sequência da fonte, direta ou inversa.

Circuitos em triângulo (Δ)

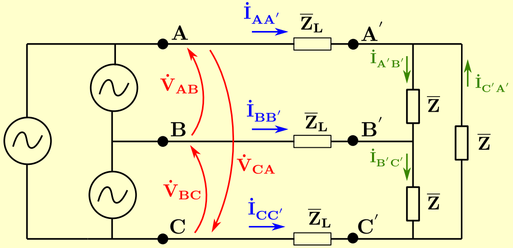
Circuito triângulo



Relações entre $\dot{V}_L$ e $\dot{V}_F$, ligação triângulo



Na ligação triângulo, as tensões de fase são iguais às tensões de linha.



Observando-se os nós A', B', C',

$$\boxed{\dot{I}_{AA'} = \dot{I}_{A'B'} - \dot{I}_{C'A'} \ \textbf{(I)}, \ \dot{I}_{BB'} = \dot{I}_{B'C'} - \dot{I}_{A'B'} \ \textbf{(II)}, \ \dot{I}_{CC'} = \dot{I}_{C'A'} - \dot{I}_{B'C'} \ \textbf{(III)}}$$

Observando-se a malha de carga,

$$\dot{V}_{A'B'} + \dot{V}_{B'C'} + \dot{V}_{C'A'} = \overline{Z} \cdot \dot{I}_{A'B'} + \overline{Z} \cdot \dot{I}_{B'C'} + \overline{Z} \cdot \dot{I}_{C'A'} = 0$$

$$\boxed{\dot{I}_{A'B'} + \dot{I}_{B'C'} + \dot{I}_{C'A'} = 0 \ \textbf{(IV)}}$$

Na malha A-A'-B'-B-A,

$$\dot{V}_{AB} = \dot{V}_{AA'} + \dot{V}_{A'B'} - \dot{V}_{BB'} = \overline{Z}_L \cdot \dot{I}_{AA'} + \overline{Z} \cdot \dot{I}_{A'B'} - \overline{Z}_L \cdot \dot{I}_{BB'}$$
$$= \overline{Z}_L \left(\dot{I}_{AA'} - \dot{I}_{BB'}\right) + \overline{Z} \cdot \dot{I}_{A'B'}$$

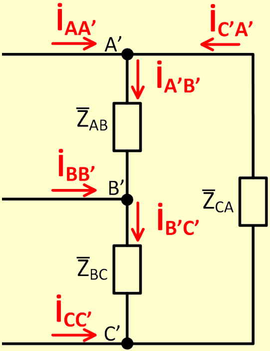
$$= \overline{Z}_L(\underbrace{\dot{I}_{A'B'} - \dot{I}_{C'A'}}_{\text{por (I)}} \underbrace{-\dot{I}_{B'C'} + \dot{I}_{A'B'}}_{\text{por (II)}}) + \overline{Z} \cdot \dot{I}_{A'B'}$$

$$= \overline{Z}_L(2 \cdot \dot{I}_{A'B'} \underbrace{-\dot{I}_{B'C'} - \dot{I}_{C'A'}}_{\text{por (IV), } = \dot{I}_{A'B'}}) + \overline{Z} \cdot \dot{I}_{A'B'} = \overline{Z}_L \cdot 3 \cdot \dot{I}_{A'B'} + \overline{Z} \cdot \dot{I}_{A'B'}$$

$$\boxed{\dot{I}_{A'B'} = \frac{\dot{V}_{AB}}{3 \cdot \overline{Z}_L + \overline{Z}}} \ (\ldots) \ \boxed{\dot{I}_{B'C'} = \frac{\dot{V}_{BC}}{3 \cdot \overline{Z}_L + \overline{Z}}} \ (\ldots) \ \boxed{\dot{I}_{C'A'} = \frac{\dot{V}_{CA}}{3 \cdot \overline{Z}_L + \overline{Z}}}$$

Observe que, por enquanto, obtivemos apenas a expressão das corrente de fase. Observe também que as correntes também têm defasagem de 120 graus entre si.

Relações entre $\dot{I}_L$ e $\dot{I}_F$, ligação triângulo (Δ), sistema trifásico qualquer



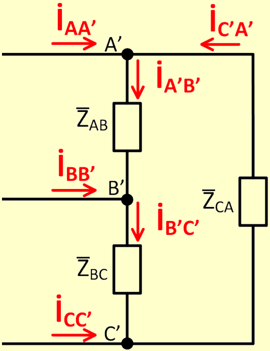
- Simétrico/assimétrico
- Sequência direta ou inversa
- Pela Lei das Correntes de Kirchoff,

$$\dot{I}_{AA'} = \dot{I}_{A'B'} - \dot{I}_{C'A'}$$
$$\dot{I}_{BB'} = \dot{I}_{B'C'} - \dot{I}_{A'B'}$$
$$\dot{I}_{CC'} = \dot{I}_{C'A'} - \dot{I}_{B'C'} \rightarrow \dot{I}_{AA'} + \dot{I}_{BB'} + \dot{I}_{CC'} = 0$$

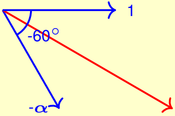
- Sendo $\dot{I}_{A'B'}$, $\dot{I}_{B'C'}$, $\dot{I}_{C'A'}$ conhecidas, $\dot{I}_{AA'}$, $\dot{I}_{BB'}$, $\dot{I}_{CC'}$ são determinadas de forma direta
- Sendo $\dot{I}_{AA'}$, $\dot{I}_{BB'}$, $\dot{I}_{CC'}$ conhecidas e $\dot{I}_{AB}$, $\dot{I}_{BC}$, $\dot{I}_{CA}$ incógnitas, só há duas equações linearmente independentes no sistema acima.

Relações entre $\dot{I}_L$ e $\dot{I}_F$, ligação triângulo (Δ), sistema simétrico e equilibrado

$$\boxed{\dot{I}_{AA'} = \dot{I}_{A'B'} - \dot{I}_{C'A'}}$$



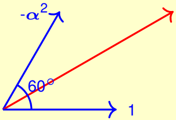
- Sequência direta



$$\dot{I}_{AA'} = \dot{I}_{A'B'} - \alpha\dot{I}_{A'B'} = \dot{I}_{A'B'}(1-\alpha)$$

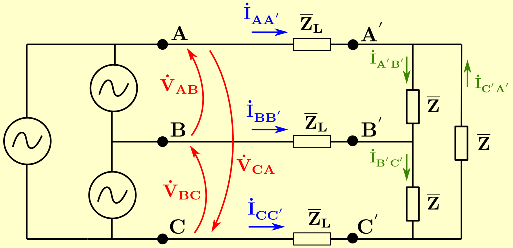
$$\boxed{\dot{I}_{AA'} = \dot{I}_{A'B'}(\sqrt{3}\angle -30^\circ)}$$

- Sequência inversa



$$\dot{I}_{AA'} = \dot{I}_{A'B'} - \alpha^2\dot{I}_{A'B'} = \dot{I}_{A'B'}(1-\alpha^2)$$

$$\boxed{\dot{I}_{AA'} = \dot{I}_{A'B'}(\sqrt{3}\angle +30^\circ)}$$



Determinação das correntes de linha:

Se $\dot{I}_{A'B'} = \frac{\dot{V}_{AB}}{3 \cdot \overline{Z}_L + \overline{Z}}$, e, na sequência direta, $\dot{I}_{AA'} = \dot{I}_{A'B'} (\sqrt{3} \angle -30^\circ)$,

$$\dot{I}_{AA'} = \frac{\dot{V}_{AB}}{(3 \cdot \overline{Z}_L + \overline{Z})} (\sqrt{3} \angle -30^\circ) \frac{(\sqrt{3} \angle +30^\circ)}{(\sqrt{3} \angle +30^\circ)} = \frac{\dot{V}_{AB} \cdot 3}{(3 \cdot \overline{Z}_L + \overline{Z})(\sqrt{3} \angle +30^\circ)}$$

$$\dot{I}_{AA'} = \frac{\dot{V}_{AB}}{\sqrt{3} \angle +30^\circ} \frac{1}{\left(\overline{Z}_L + \frac{\overline{Z}}{3}\right)}$$

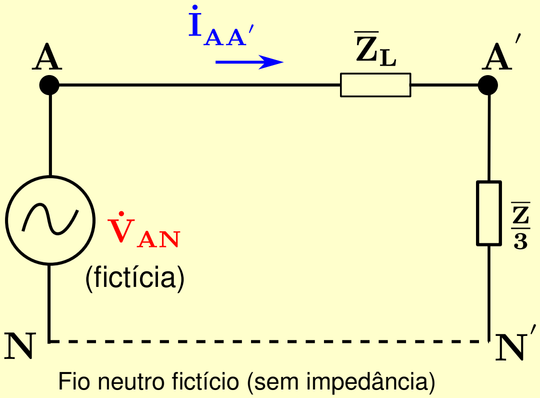
Essa primeira parte é a tensão de fase de um gerador fictício equivalente ao gerador em triângulo:

$$\boxed{\dot{I}_{AA'} = \frac{\dot{V}_{AN}}{\overline{Z}_L + \frac{\overline{Z}}{3}}}$$

As correntes $\dot{I}_{BB'}$ e $\dot{I}_{CC'}$ são obtidas de forma similar:

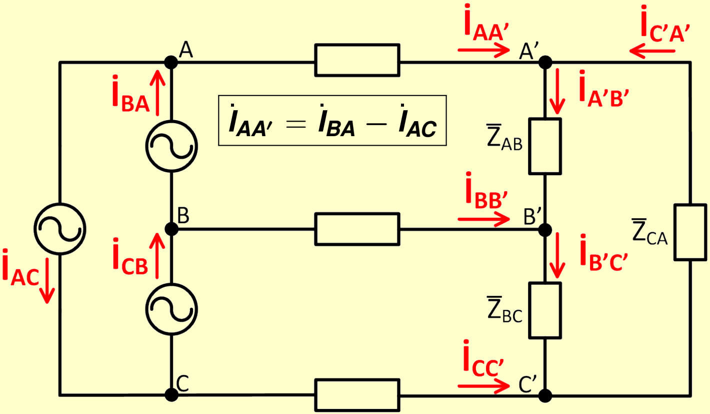
(...) $\boxed{\dot{I}_{BB'} = \frac{\dot{V}_{BN}}{\overline{Z}_L + \frac{\overline{Z}}{3}}}$ (...) $\boxed{\dot{I}_{CC'} = \frac{\dot{V}_{CN}}{\overline{Z}_L + \frac{\overline{Z}}{3}}}$

Circuito equivalente monofásico para circuito trifásico simétrico e equilibrado em triângulo



(Obtenção das correntes de linha. Para as demais grandezas, retornar ao circuito original, com os fasores de corrente de linha conhecidos.)

Correntes na fonte,sistema simétrico e equilibrado



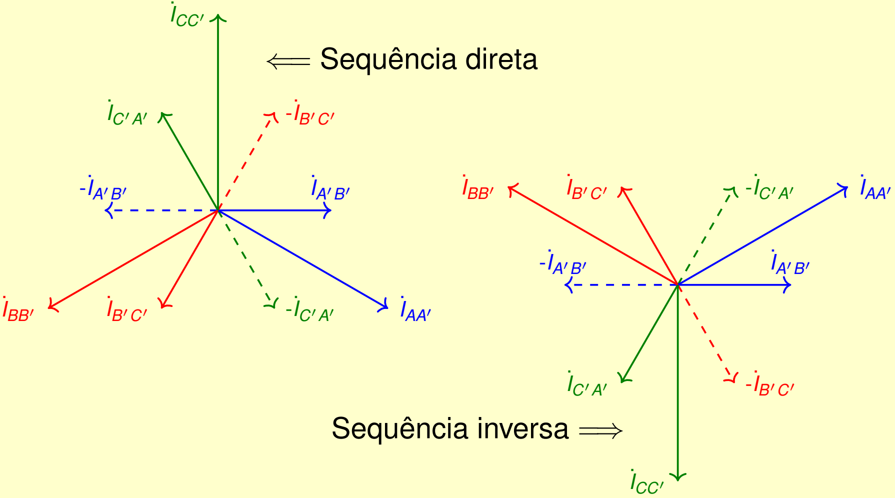
Sequência direta:

$$\boxed{\dot{I}_{AA'} = \dot{I}_{BA}(\sqrt{3}\angle -30^\circ)}$$

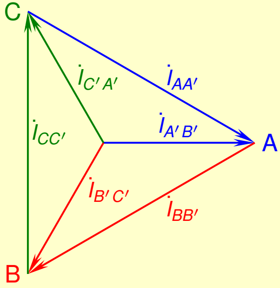
Sequência inversa:

$$\boxed{\dot{I}_{AA'} = \dot{I}_{BA}(\sqrt{3}\angle +30^\circ)}$$

Diagrama de fasores de corrente, ligação triângulo (Δ), sistema simétrico e equilibrado

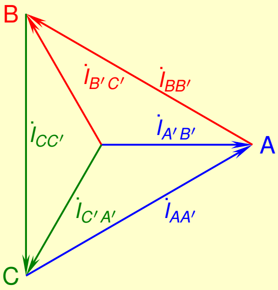


Outra disposição do diagrama de fasores



$\Longleftarrow$ Sequência direta

Sequência inversa $\Longrightarrow$



Determinação das correntes de fase dadas as correntes de linha?

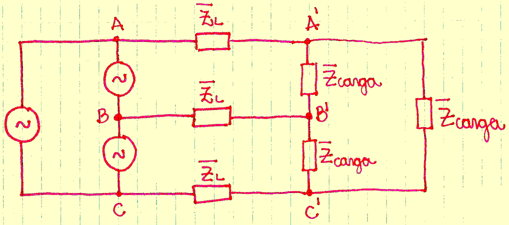
- Dado um sistema de correntes de linha simétrico, há infinitas soluções para as correntes de fase, mas apenas uma delas resulta em um sistema de correntes de fase simétrico
- Exemplo numérico:

$$\dot{I}_{A'B'} = (5\angle -10^\circ) + (0.5\angle -80^\circ) = (5,19\angle -15,2^\circ)\ A$$

$$\dot{I}_{B'C'} = (5\angle -130^\circ) + (0.5\angle -80^\circ) = (5,33\angle -125,9^\circ)\ A$$

$$\dot{I}_{C'A'} = (5\angle 110^\circ) + (0.5\angle -80^\circ) = (4,51\angle 111,1^\circ)\ A$$

$$\dot{I}_{AA'} = 8,66\angle -40^\circ\ A$$
$$\dot{I}_{BB'} = 8,66\angle -160^\circ\ A$$
$$\dot{I}_{CC'} = 8,66\angle 80^\circ\ A$$

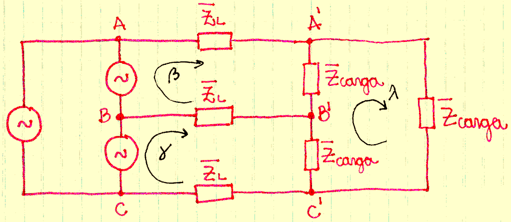


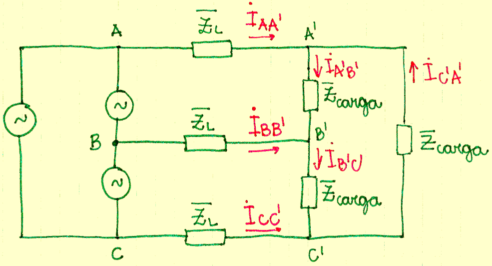
Sist. simétrico de seqüência direta

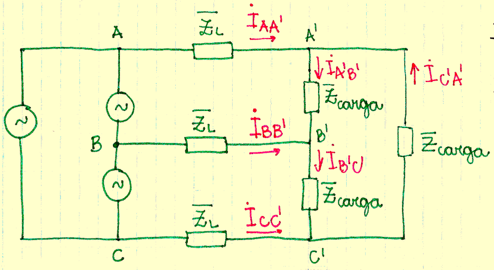
$\dot{V}_{AB} = (100\angle 15°)\,V$

$\overline{Z}_L = (0{,}5 + j2)\,\Omega$

$\overline{Z}_{carga} = (100 + j20)\,\Omega$


A
$\vec{Z}_L$
A'
β
$\vec{Z}_{carga}$
$\vec{Z}_L$
λ
B
B'
$\vec{Z}_{carga}$
γ
$\vec{Z}_{carga}$
$\vec{Z}_L$
C
C'

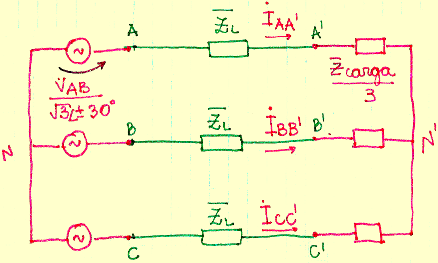

A
A'
B
B'
C
C'
$\bar{Z}_L$
$\bar{Z}_L$
$\bar{Z}_L$
$\dot{I}_{AA'}$
$\dot{I}_{BB'}$
$\dot{I}_{CC'}$
$\dot{I}_{A'B'}$
$\dot{I}_{B'C'}$
$\dot{I}_{C'A'}$
$\bar{Z}_{carga}$
$\bar{Z}_{carga}$
$\bar{Z}_{carga}$



$$\dot{I}_{AA'} = \dot{I}_{A'B'} - \dot{I}_{C'A'}$$

$$\dot{I}_{BB'} = \dot{I}_{B'C'} - \dot{I}_{A'B'}$$

$$\dot{I}_{CC'} = \dot{I}_{C'A'} - \dot{I}_{B'C'}$$



seq. direta

$$\dot{I}_{AA'} = \frac{\dot{V}_{AB}(1-\alpha)}{3\bar{Z}_L + \bar{Z}_{carga}} = \frac{\dot{V}_{AB}(\sqrt{3}\angle -30°)}{3\left(\bar{Z}_L + \frac{\bar{Z}_{carga}}{3}\right)}$$

$$\dot{I}_{AA'} = \frac{\dot{V}_{AB}}{\sqrt{3}\angle 30°} \frac{1}{\bar{Z}_L + \bar{Z}_{carga}/3}$$

...

$$\dot{I}_{BB'} = \frac{\dot{V}_{BC}}{\sqrt{3}\angle 30°} \frac{1}{\bar{Z}_L + \frac{\bar{Z}_{carga}}{3}}, \quad \dot{I}_{CC'} = \frac{\dot{V}_{CA}}{\sqrt{3}\angle 30°} \frac{1}{\bar{Z}_L + \frac{\bar{Z}_{carga}}{3}}$$

Seq. inversa

$$\dot{I}_{AA'} = \frac{\dot{V}_{AB}(1-\alpha^2)}{3\bar{Z}_L + \bar{Z}_{carga}} = \ldots = \frac{\dot{V}_{AB}}{\sqrt{3}\angle -30°} \frac{1}{\bar{Z}_L + \frac{\bar{Z}_{carga}}{3}}$$

$$\dot{I}_{BB'} = \frac{\dot{V}_{BC}}{\sqrt{3}\angle -30°} \frac{1}{\bar{Z}_L + \bar{Z}_{carga}/3}$$

$$\dot{I}_{CC'} = \frac{\dot{V}_{CA}}{\sqrt{3}\angle -30°} \frac{1}{\bar{Z}_L + \frac{\bar{Z}_{carga}}{3}}$$