



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Faculdade de Zootecnia e Engenharia de Alimentos

ZAB1111 – ESTATÍSTICA BÁSICA

Prof. César Gonçalves de Lima cegdlima@usp.br

Aula 16 – TESTE DE HIPÓTESES PARA PROPORÇÃO E PARA A VARIÂNCIA

4.5. TESTE DE HIPÓTESE PARA A PROPORÇÃO

Hipóteses formuladas para a proporção de sucessos (p):

$$H_0: p = p_0$$

$$H_a: p < p_0 \quad \text{ou} \quad H_a: p > p_0 \quad \text{ou} \quad H_a: p \neq p_0$$

Onde p_0 é um valor fixado pelo pesquisador no teste. Para **grandes amostras** (Teorema do Limite Central) tem-se que

$$\hat{p} = \frac{k}{n} \sim N\left(p_0; \frac{p_0(1-p_0)}{n}\right)$$

em que k é o número de sucessos e n , o número de tentativas.

A estatística do teste é dada por:

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \sim N(0,1) \quad (22)$$

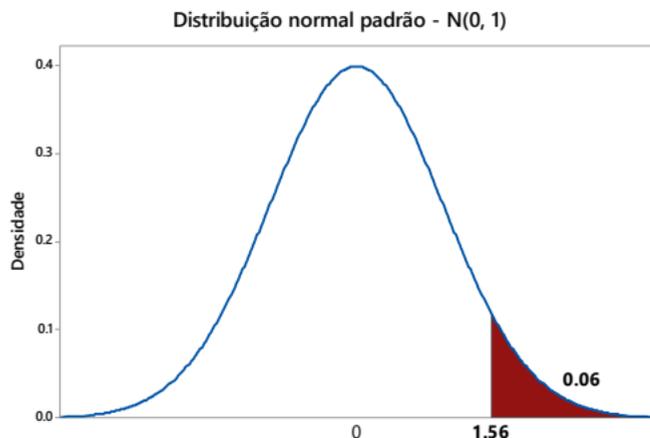
Exemplo 4.4. O consumidor de certa vacina acusou o laboratório fabricante dizendo que das vacinas entregues na última compra “mais de 3% das vacinas estavam vencidas”. Para confirmar (ou não) sua acusação, ele usou uma amostra de $n = 80$ vacinas, das quais $k = 6$ estavam vencidas.

- a) O que podemos concluir sobre a acusação do consumidor ao nível de significância $\alpha = 6\%$?
- b) Calcular o nível descritivo do teste.

Resolução: A variável em estudo é X : número de vacinas vencidas.

- a) $H_0: p = 0,03$ (hipótese do fabricante)
 $H_a: p > 0,03$ (hipótese do consumidor)

Sob H_0 , $\hat{p} \sim N\left[0,03; \frac{0,03(1-0,03)}{80}\right]$ ou $\hat{p} \sim N(0,03; 0,000364)$



Da Tábua I temos:

$$\alpha = 0,06 \Rightarrow z_c = 1,56$$

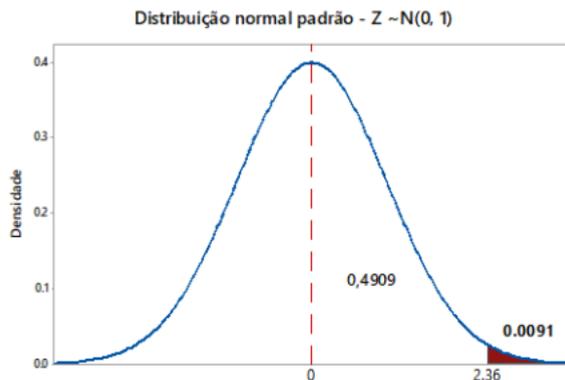
$$RC(6\%) = \{z \in R | z > 1,56\}$$

Da amostra: $\hat{p} = 6/80 = 0,075 \Rightarrow z_{calc} = \frac{0,075 - 0,03}{\sqrt{0,000364}} = 2,36$

Como $z_{calc} = 2,36 \in RC(6\%)$ nós rejeitamos H_0 ao nível de significância $\alpha = 0,06$ e concluímos que a acusação do consumidor foi confirmada: mais de 3% das vacinas entregues estavam vencidas.

b) $\hat{\alpha} = P(\hat{p} > 0,075) = P(Z > 2,36)$
 $= 0,5 - 0,4909 = 0,0091 \cong 1\%$,
 ou seja, o risco de rejeitar erroneamente a hipótese H_0 com os dados dessa amostra é muito pequeno, indicando que H_0 deva ser rejeitada.

A hipótese H_0 será rejeitada e o consumidor confirmará a sua acusação para qualquer nível de significância igual ou superior a 1%.



Exercício. Foi feita uma pesquisa eleitoral com os alunos do curso de Zootecnia, tendo em vista a eleição do próximo presidente do seu Centro Acadêmico. Dos 80 alunos entrevistados, 46 foram favoráveis à reeleição do atual presidente. Com base nessas informações, podemos afirmar que a reeleição do atual presidente está garantida, a um nível de significância $\alpha = 5\%$?

4.6. TESTE PARA A VARIÂNCIA DE UMA DISTRIBUIÇÃO NORMAL

É um teste pouco comum na Zootecnia, mas de interesse no controle de qualidade e de processos industriais.

1) Hipóteses: $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$

$$H_a: \sigma^2 \neq \sigma_0^2 \quad \text{ou } H_a: \sigma^2 < \sigma_0^2 \quad \text{ou } H_a: \sigma^2 > \sigma_0^2)$$

2) Estatística do teste:

$$Q = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \quad (24)$$

que sob H_0 tem distribuição χ_{n-1}^2 .

Exemplo 5.2. Um fabricante de certo tipo de aço especial afirma que seu produto tem um severo controle de qualidade, traduzido pelo desvio padrão da resistência à tensão não superior a 5 kg/cm. Um comprador querendo testar essa informação tomou uma amostra de 11 cabos e submeteu-os a um teste de tensão, obtendo

$$\bar{x} = 263 \text{ kg/cm e } s^2 = 30 \text{ (kg/cm)}^2$$

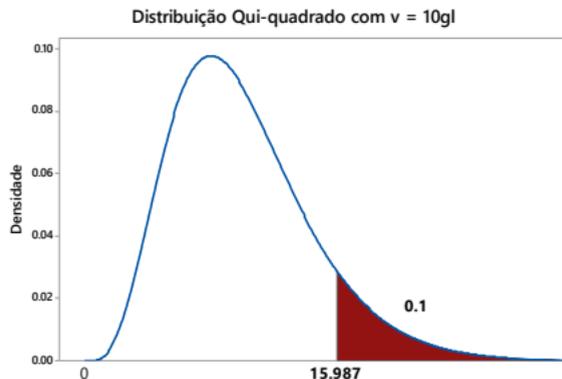
Esses resultados trazem alguma evidência contrária à afirmação do fabricante, ao nível de significância $\alpha = 0,10$?

Resolução: A afirmação foi feita sobre a variância da resistência à tensão:

$$H_0: \sigma^2 = 25 \quad (\text{hipótese do fabricante})$$

$$H_a: \sigma^2 > 25 \quad (\text{hipótese do comprador})$$

- Estatística do teste: $Q = \frac{(11-1)s^2}{25} \sim \chi_{10}^2$
- Da Tábua II, para $\alpha = 0,10$ e $\nu = 10$ gl obtemos $q_c = 15,987$.
- $RC(10\%) = \{\chi^2 \in R: \chi^2 > 15,987\}$
- Da amostra temos que: $s^2 = 30$ e $Q_{calc} = \frac{(11-1)30}{25} = 12$.
- Como $Q_{calc} = 12 \notin RC$ **não rejeitamos** H_0 e concluímos ao nível $\alpha = 0,10$ de significância, que o desvio padrão da resistência à tensão não é superior a 5 kg/cm, confirmando a afirmação feita pelo fabricante do aço especial.



- Um intervalo de confiança ($\gamma = 90\%$) para a variância da resistência à tensão é obtido por:

$$IC(\sigma^2; 90\%) = \left[\frac{(10)30}{18,307}; \frac{(10)30}{3,940} \right] = [16,39; 76,14](kg/cm)^2$$

Este intervalo contém o verdadeiro valor da variância da resistência à tensão com 90% de confiança.

Para um IC para o desvio padrão da resistência à tensão, basta calcular a raiz quadrada dos limites do IC para a variância, resultando em:

$$IC(\sigma; 90\%) = [4,05; 8,73]kg/cm$$

Exercício. Um produtor de frangos de corte afirma que seus frangos em idade de abate têm pesos muito homogêneos, traduzido por um desvio padrão inferior a $0,1kg$.

Para testar essa informação, sorteou-se uma amostra de 12 frangos em idade de abate, cujos pesos (kg) foram:

2,20; 2,14; 2,10; 2,14; 2,12; 2,11; 2,01; 2,09; 2,16; 2,10; 2,20; 2,25

Com base nesta amostra nós podemos confirmar a afirmação do produtor, a um nível de significância $\alpha = 5\%$?