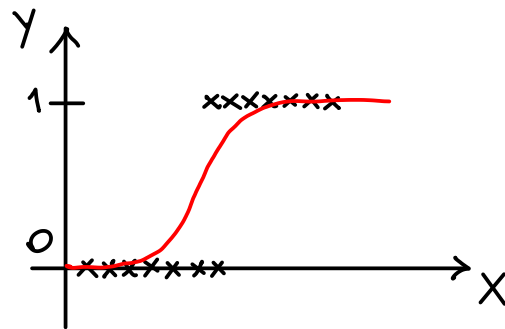


Aula 11b: Análise Discriminante - Função de discriminação logística

Motivação



$$P(Y_i = 1) = \pi_i$$

$$P(Y_i = 0) = 1 - \pi_i$$

$$\log\left(\frac{\pi_i}{1 - \pi_i}\right) = X_i \beta, i = 1, \dots, n$$

Mais geralmente, suponha que tenhamos duas populações amostradas e em cada elemento amostral observamos

$\underline{X}_i$: vetor de covariáveis

Y_i : variável resposta que assume 1 ou 0 com

$$P(Y_i = 1) = \pi_i$$

$$P(Y_i = 0) = 1 - \pi_i, \quad 0 < \pi_i < 1.$$

Um modelo de regressão logística pode ser escrito como

$$\log\left(\frac{\pi_i}{1 - \pi_i}\right) = \underline{X}_i^T \beta, \quad i = 1, \dots, n.$$

Temos:
$$\frac{\hat{\pi}_i}{1 - \hat{\pi}_i} = \exp(\underline{x}_i^T \hat{\beta})$$

$$\hat{\pi}_i = \exp(\underline{x}_i^T \hat{\beta}) - \hat{\pi}_i \exp(\underline{x}_i^T \hat{\beta})$$

$$\hat{\pi}_i = \frac{\exp(\underline{x}_i^T \hat{\beta})}{1 + \exp(\underline{x}_i^T \hat{\beta})}$$

$$1 - \hat{\pi}_i = 1 - \frac{\exp(\underline{x}_i^T \hat{\beta})}{1 + \exp(\underline{x}_i^T \hat{\beta})} = \frac{1}{1 + \exp(\underline{x}_i^T \hat{\beta})}$$

Assim,

$$\hat{\pi}_i = \frac{\exp(\underline{x}_i^T \hat{\beta})}{1 + \exp(\underline{x}_i^T \hat{\beta})} \quad \text{e} \quad 1 - \hat{\pi}_i = \frac{1}{1 + \exp(\underline{x}_i^T \hat{\beta})}$$

com $\hat{\beta}$ o EMV de β .

Ou seja, podemos usar $\hat{\pi}_i$ para classificar cada elemento amostral i , $i=1, \dots, n$, seguindo:

Regra de classificação pela
função de discriminação logística

Se $\hat{\pi}_i > 0.5$, classificar a observação i na população 1,
Se $\hat{\pi}_i < 0.5$, classificar a observação i na população 2,
Se $\hat{\pi}_i = 0.5$, usar outro critério.