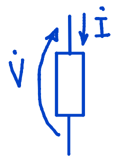
Potência em sistemas trifásicos

quinta-feira, 26 de março de 2020 09:43

Potência em circuitos trifásicos:

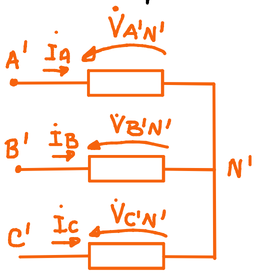
sistemas monofásicos:

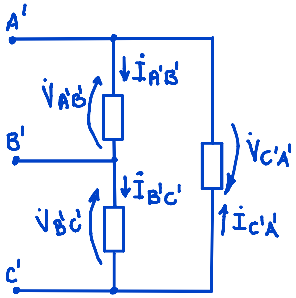


$\bar S = \dot V \dot I^* = P + jQ$

$P = VI\cos\phi \qquad Q = VI\,\text{sen}\,\phi$

Sistemas trifásicos:





Potência em cada um dos elementos monofásicos:

$$\begin{cases} \bar S_A = \dot V_{A'N'} \dot I_A^* \\ \bar S_B = \dot V_{B'N'} \dot I_B^* \\ \bar S_C = \dot V_{C'N'} \dot I_C^* \end{cases} \qquad \begin{cases} \bar S_{AB} = \dot V_{A'B'} \dot I_{A'B'}^* \\ \bar S_{BC} = \dot V_{B'C'} \dot I_{B'C'}^* \\ \bar S_{CA} = \dot V_{C'A'} \dot I_{C'A'}^* \end{cases}$$

A potência total (= trifásica) é, então, igual a:

$$\boxed{\bar S_T = \dot V_{A'N'} \dot I_A^* + \dot V_{B'N'} \dot I_B^* + \dot V_{C'N'} \dot I_C^*}$$

para carga em estrela

$$\boxed{\bar S_T = \dot V_{A'B'} \dot I_{A'B'}^* + \dot V_{B'C'} \dot I_{B'C'}^* + \dot V_{C'A'} \dot I_{C'A'}^*}$$

para carga em triângulo

e $\boxed{P_T = \text{Re}\{\bar S_T\}}$, $\boxed{Q_T = \text{Im}\{\bar S_T\}}$

Cargas equilibradas

• Caso 1: estrela [seq. direta]

ângulo de potência da carga

$$\bar S_T = (V_{A'N'}\angle\theta)[I_A\angle(\theta-\phi)]^* +$$
$$+ [V_{A'N'}\angle(\theta-120°)][I_A\angle(\theta-120°-\phi)]^* +$$
$$+ [V_{A'N'}\angle(\theta+120°)][I_A\angle(\theta+120°-\phi)]^*$$

$$\bar S_T = V_{A'N'} I_A \angle(\cancel{\theta}-\cancel{\theta}+\phi) + V_{A'N'} I_A \angle(\cancel{\theta}-\cancel{120°}-\cancel{\theta}+\cancel{120°}+\phi) +$$
$$+ V_{A'N'} I_A \angle(\cancel{\theta}+\cancel{120°}-\cancel{\theta}-\cancel{120°}+\phi)$$

$$\rightarrow \boxed{\bar S_T = 3V_{A'N'} I_A \angle\phi} \rightarrow \boxed{P_T = 3V_{A'N'} I_A \cos\phi}, \quad \boxed{Q_T = 3V_{A'N'} I_A\,\text{sen}\,\phi}$$

• Caso 2: triângulo [seq. direta]

$$\bar S_T = V_{A'B'} I_{A'B'} \angle(\cancel{\theta}-\cancel{\theta}+\phi) + V_{A'B'} I_{A'B'} \angle(\cancel{\theta}-\cancel{120°}-\cancel{\theta}+\cancel{120°}+\phi) +$$
$$+ V_{A'B'} I_{A'B'} \angle(\cancel{\theta}+\cancel{120°}-\cancel{\theta}-\cancel{120°}+\phi)$$

$$\rightarrow \boxed{\bar S_T = 3V_{A'B'} I_{A'B'} \angle\phi} \rightarrow \boxed{P_T = 3V_{A'B'} I_{A'B'} \cos\phi}, \quad \boxed{Q_T = 3V_{A'B'} I_{A'B'}\,\text{sen}\,\phi}$$

$\boxed{\text{Conclusão: } P_T = 3V_F I_F\cos\phi \; , \; Q_T = 3V_F I_F\,\text{sen}\,\phi}$

PROBLEMA: acesso aos valores de fase

↳ Expressão em função de valores de linha

Estrela:

$P_T = 3V_F I_F\cos\phi = 3\left(\frac{V_L}{\sqrt3}\right) I_L\cos\phi$

$\boxed{P_T = \sqrt3\, V_L I_L\cos\phi}$

$\boxed{Q_T = \sqrt3\, V_L I_L\,\text{sen}\,\phi}$

Triângulo:

$P_T = 3V_F I_F\cos\phi = 3V_L\left(\frac{I_L}{\sqrt3}\right)\cos\phi$

$\boxed{P_T = \sqrt3\, V_L I_L\cos\phi}$

$\boxed{Q_T = \sqrt3\, V_L I_L\,\text{sen}\,\phi}$

ATENÇÃO: ϕ é a defasagem entre valores de **FASE**

Defasagem entre valores de linha

domingo, 22 de março de 2020 09:51

ATENÇÃO: ϕ é a defasagem entre valores de FASE

E entre valores de linha?

DEPENDE DA SEQUÊNCIA

Seq. direta

→ Y Tensões de fase: $\begin{cases} V_{AN}\angle\theta \\ V_{AN}\angle\theta-120^\circ \\ V_{AN}\angle\theta+120^\circ \end{cases}$

Correntes de fase = correntes de linha: $\begin{cases} I_A\angle\theta-\phi \\ I_A\angle\theta-\phi-120^\circ \\ I_A\angle\theta-\phi+120^\circ \end{cases}$

Tensões de linha:

$$\begin{cases} \sqrt{3}\,V_{AN}\angle\theta+30^\circ \\ \sqrt{3}\,V_{AN}\angle\theta-120^\circ+30^\circ=\sqrt{3}\,V_{AN}\angle\theta-90^\circ \\ \sqrt{3}\,V_{AN}\angle\theta+120^\circ+30^\circ=\sqrt{3}\,V_{AN}\angle\theta+150^\circ \end{cases}$$

→ Δ: Tensões de fase = Tensões de linha $\begin{cases} V_{AB}\angle\theta \\ V_{AB}\angle\theta-120^\circ \\ V_{AB}\angle\theta+120^\circ \end{cases}$

correntes de fase: $\begin{cases} I_{AB}\angle\theta-\phi \\ I_{AB}\angle\theta-\phi-120^\circ \\ I_{AB}\angle\theta-\phi+120^\circ \end{cases}$

correntes de linha:

$$\begin{cases} \sqrt{3}\,I_{AB}\angle\theta-\phi-30^\circ \\ \sqrt{3}\,I_{AB}\angle\theta-\phi-120^\circ-30^\circ=\sqrt{3}\,I_{AB}\angle\theta-\phi-150^\circ \\ \sqrt{3}\,I_{AB}\angle\theta-\phi+120^\circ-30^\circ=\sqrt{3}\,I_{AB}\angle\theta-\phi+90^\circ \end{cases}$$

Seq. direta

Defasagem entre valores de linha correspondentes $= \boxed{\phi+30^\circ}$

ângulo de potência da carga

Defasagem entre valores de linha -2

$\boxed{\text{Seq. inversa}}$

→ Y Tensões de fase: $\begin{cases} V_{AN}\angle\theta \\ V_{AN}\angle\theta+120° \\ V_{AN}\angle\theta-120° \end{cases}$

Correntes de fase = correntes de linha: $\begin{cases} I_A\angle\theta-\phi \\ I_A\angle\theta-\phi+120° \\ I_A\angle\theta-\phi-120° \end{cases}$

Tensões de linha:

$$\begin{cases} \sqrt{3}\,V_{AN}\angle\theta-30° \\ \sqrt{3}\,V_{AN}\angle\theta+120°-30° = \sqrt{3}\,V_{AN}\angle\theta+90° \\ \sqrt{3}\,V_{AN}\angle\theta-120°-30° = \sqrt{3}\,V_{AN}\angle\theta-150° \end{cases}$$

→ Δ: Tensões de fase = Tensões de linha $\begin{cases} V_{AB}\angle\theta \\ V_{AB}\angle\theta+120° \\ V_{AB}\angle\theta-120° \end{cases}$

Correntes de fase: $\begin{cases} I_{AB}\angle\theta-\phi \\ I_{AB}\angle\theta-\phi+120° \\ I_{AB}\angle\theta-\phi-120° \end{cases}$

Correntes de linha:

$$\begin{cases} \sqrt{3}\,I_{AB}\angle\theta-\phi+30° \\ \sqrt{3}\,I_{AB}\angle\theta-\phi+120°+30° = \sqrt{3}\,I_{AB}\angle\theta-\phi+150° \\ \sqrt{3}\,I_{AB}\angle\theta-\phi-120°+30° = \sqrt{3}\,I_{AB}\angle\theta-\phi-90° \end{cases}$$

Seq. inversa

ângulo de potência da carga

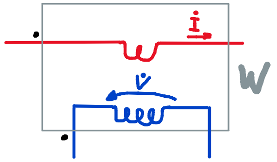
Defasagem entre valores de linha correspondentes $= \boxed{\phi-30°}$

Teorema de Blondel

quinta-feira, 26 de março de 2020 17:50

Teorema de Blondel = método dos n-1 wattímetros

→ vale para cargas desequilibradas



wattímetro monofásico

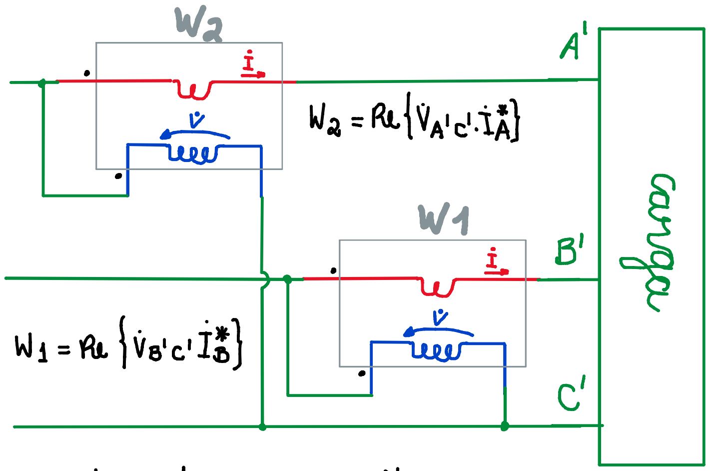
leitura $W = Re\{\dot{V}\dot{I}^*\}$

Obtenção da potência **ativa** total

Circuito a **m** fios

- **m-1** wattímetros
- bobina de corrente (amperimétrica) ligada em todos os condutores exceto um deles
- para a bobina de tensão (voltimétrica), o terminal de referência será correspondente ao condutor excluído no item anterior
- potência ativa total é a soma da leitura dos m-1 wattímetros

Circuito a 3 fios



$$W_2 = Re\{\dot{V}_{A'C'} \cdot \dot{I}_A^*\}$$

$$W_1 = Re\{\dot{V}_{B'C'} \dot{I}_B^*\}$$

Considerando carga em Y:

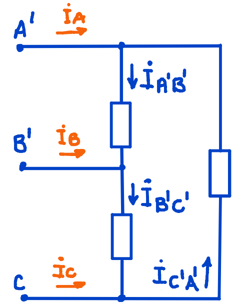
$$W_2 + W_1 = Re\{\dot{V}_{A'C'} \cdot \dot{I}_A^*\} + Re\{\dot{V}_{B'C'} \dot{I}_B^*\} =$$

$$= Re\{(\dot{V}_{A'N'} - \dot{V}_{C'N'})\dot{I}_A^* + (\dot{V}_{B'N'} - \dot{V}_{C'N'})\dot{I}_B^*\} =$$

$$Re\{\dot{V}_{A'N'}\dot{I}_A^* + \dot{V}_{B'N'}\dot{I}_B^* + \dot{V}_{C'N'}\underbrace{(-\dot{I}_A^* - \dot{I}_B^*)}_{3\text{ fios}: \, = +\dot{I}_C^*}\} =$$

$$\boxed{W_2 + W_1 = Re\{\dot{V}_{A'N'}\dot{I}_A^* + \dot{V}_{B'N'}\dot{I}_B^* + \dot{V}_{C'N'}\dot{I}_C^*\}}$$

Considerando carga em Δ:



$$W_2 + W_1 = Re\{\dot{V}_{A'C'} \cdot \dot{I}_A^*\} + Re\{\dot{V}_{B'C'} \dot{I}_B^*\} =$$

$$= Re\{\dot{V}_{A'C'}(\dot{I}_{A'B'} - \dot{I}_{C'A'}) + \dot{V}_{B'C'}(\dot{I}_{B'C'} - \dot{I}_{A'B'})\} =$$

$$= Re\{-\dot{V}_{A'C'}\dot{I}_{C'A'} + \dot{V}_{B'C'}\dot{I}_{B'C'} + (\dot{V}_{A'C'} - \dot{V}_{B'C'})\dot{I}_{A'B'}\}.$$

Preferimos usar $\dot{V}_{C'A'} = -\dot{V}_{A'C'}$

$$W_2 + W_1 = Re\{\dot{V}_{C'A'}\dot{I}_{C'A'} + \dot{V}_{B'C'}\dot{I}_{B'C'} + \underbrace{(-\dot{V}_{C'A'} - \dot{V}_{B'C'})}_{= \dot{V}_{A'B'}}\dot{I}_{A'B'}\}$$

$$\boxed{W_2 + W_1 = Re\{\dot{V}_{A'B'}\dot{I}_{A'B'}^* + \dot{V}_{B'C'}\dot{I}_{B'C'}^* + \dot{V}_{C'A'}\dot{I}_{C'A'}^*\}}$$

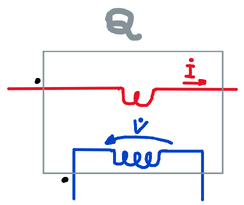
observe: não se delimitou carga equilibrada
não se considerou gerador simétrico

Teorema de Blondel aplica-se a cargas desequilibradas ou não, com um gerador qualquer

Ligação de wattímetros como varmetros

sexta-feira, 27 de março de 2020 08:03

Ligação de wattímetros como varmetros



varmetro monofásico

leitura $Q = Im\{\dot V \dot I^*\}$

Se o varmetro não estiver disponível, ...

aproveitando-se as leituras W_2 e W_1, da obtenção de $P_T = W_2 + W_1$, pode-se provar que

$Q_T = -\sqrt{3}\,(W_1 - W_2)$, p/ seq. direta

$Q_T = -\sqrt{3}\,(W_2 - W_1)$, p/ seq. inversa

Considerando GERADOR SIMÉTRICO e CARGA EQUILIBRADA!! De outra forma, os wattímetros não podem ser usados como varmetros

Seq. direta: $-\sqrt{3}\,(W_1 - W_2) = -\sqrt{3}\left(Re\{\dot V_{B'C'}\dot I_B^*\} - Re\{\dot V_{A'C'}\dot I_A^*\}\right) =$

$\dot V_{A'C'} = -\dot V_{C'A'}$

$= -\sqrt{3}\left(Re\{(\sqrt{3}\,V_{A'N'}\angle\theta + 30° - 120°)(I_A\angle\theta - \phi - 120°)^*\} -\right.$

$\left.- Re\{(\sqrt{3}\,V_{A'N'}\angle\theta + 30° + 120° - 180°)(I_A\angle\theta - \phi)^*\}\right) =$

$= -\sqrt{3}\left(Re\{\sqrt{3}\,V_{A'N'}I_A\angle\cancel{\theta} - 90° - \cancel{\theta} + \phi + 120°\} -\right.$

$\left.- Re\{\sqrt{3}\,V_{A'N'}I_A\angle\cancel{\theta} - 30° - \cancel{\theta} + \phi\}\right) =$

$= -\sqrt{3}\left(Re\{\sqrt{3}\,V_{A'N'}I_A\angle\phi + 30°\} - Re\{\sqrt{3}\,V_{A'N'}I_A\angle\phi - 30°\}\right)$

$= -\sqrt{3}\,\sqrt{3}\,V_{A'N'}I_A\left(\cos(\phi + 30°) - \cos(\phi - 30°)\right) =$

$= -3V_{A'N'}I_A\left(\cancel{\cos\phi\cos 30°} - sen\,\phi\, sen\, 30° - (\cancel{\cos 30°\cos 30°} + sen\,\phi\, sen\, 30°)\right) =$

$= -3\,V_{A'N'}I_A\,(-2 \cdot sen\,\phi \cdot 0{,}5).$

$$\boxed{-\sqrt{3}\,(W_1 - W_2) = 3\,V_{A'N'}I_A \cdot sen\,\phi = Q_T}$$

[Fica como exercício a dedução para sequência inversa]

Admitindo tensões simétricas carga equilibradas conhecendo de antemão: $\boxed{\text{sequência de fases}}$ OU $\boxed{\text{natureza da carga (ind ou cap)}}$

Ligação de wattímetros como varmetros

sexta-feira, 27 de março de 2020 08:03

Ligação de wattímetro como varmetro, outra opção

ainda considerando GERADOR SIMÉTRICO e CARGA EQUILIBRADA!!

$Q = \sqrt{3}\, Re\{\dot{V}_{B'C'}\, \dot{I}_A^*\}$ p/ seq. direta

$Q = \sqrt{3}\, Re\{\dot{V}_{C'B'}\, \dot{I}_A^*\}$ p/ seq. inversa

Seq. direta:

$$\sqrt{3}\, Re\{\dot{V}_{B'C}\, \dot{I}_A^*\} = \sqrt{3}\, Re\{(\sqrt{3}\, V_{AN} \angle \theta - 120^\circ + 30^\circ)(I_A \angle \theta - \phi)^*\} =$$

defasagem de $\dot{V}_{BN}$ em relação a $\dot{V}_{AN}$

defasagem de $\dot{V}_{BC}$ em relação a $\dot{V}_{BN}$

$$= \sqrt{3}\, Re\{\sqrt{3}\, V_{AN} I_A \angle(\cancel{\theta} - 90^\circ - \cancel{\theta} + \phi)\} =$$

$$= \sqrt{3}\, Re\{\sqrt{3}\, V_{AN} I_A \angle(\phi - 90^\circ)\} =$$

$$= 3 V_{AN} I_A \cos(\phi - 90^\circ) =$$

$$= 3 V_{AN} I_A (\cos\phi \underbrace{\cos 90^\circ}_{=0} + \text{sen}\phi \underbrace{\text{sen} 90^\circ}_{=1})$$

$$\boxed{\sqrt{3}\, Re\{\dot{V}_{B'C'}\, \dot{I}_A^*\} = 3 V_{AN} I_A\, \text{sen}\,\phi = Q_T}$$

[Fica como exercício a dedução para sequência inversa]