

Gabário - T4 SUB

$$FA: 2xy - 2\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}y = -4 \longrightarrow 2xy - 2\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}y + 4 = 0$$

$$C = 2 \longrightarrow \exists \text{ Rotação}$$

$$D, E \neq 0 \longrightarrow \exists \text{ Translação}$$

1º Passo: Escrever a FA matricialmente

$$\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & C/2 \\ C/2 & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + F = 0$$

$$\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2\sqrt{2} & 2\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + 4 = 0$$

$A = [T]_C \dots$ matriz do OL que descreve a rotação

2º Passo: Classificar a cônica (produto dos autovalores)

$$\text{Autovalores: } \det(A - \lambda I) = \begin{vmatrix} -\lambda & 1 \\ 1 & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \begin{matrix} \lambda_1 = 1 \\ \lambda_2 = -1 \end{matrix}$$

$\lambda_1 \neq \lambda_2 = -1 < 0 \therefore$ Hipérbole ou par de retas concorrentes

3º Passo: Diagonalizar a matriz A

$$[T]_B = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = D \dots \text{matriz do OL na base de autovetores}$$

$$\text{Autovetores: } (A - \lambda_i I) \vec{v}_i = \vec{0}, \quad \vec{v}_i = (x, y)$$

$$\lambda_1 = 1: \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \longrightarrow -x + y = 0 \therefore y = x$$

$$\vec{v}_1 = x(1, 1), \quad x \neq 0 //$$

$$\lambda_2 = -1: \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \longrightarrow x + y = 0 \therefore y = -x$$

$$\vec{v}_2 = x(1, -1), x \neq 0 //$$

$B = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2\}$ é uma base obtida a partir da rotação da base canônica ortogonal, portanto, seus vetores devem ser unitários:

$$\text{para } x = \frac{1}{\sqrt{2}}: \vec{v}_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right); \vec{v}_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

4º Passo: Escrever as coord do sistema auxiliar Ox_1y_1

$$P = [I]_C^B = [(\vec{v}_1)_C \ (\vec{v}_2)_C] = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$* \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \end{bmatrix} P^T = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \end{bmatrix} P^{-1}$$

$$* \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$$

5º Passo: Reescrever a EQ em termos dos vetores da base B (sistema Ox_1y_1)

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D & E \end{bmatrix} P \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + F = 0$$

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2\sqrt{2} & 2\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + 4 = 0$$

$$x_1^2 - y_1^2 + 4y_1 + 4 = 0 //$$

6º Passo: Escrever as coord no sistema auxiliar $O'x_2y_2$

$$x_1^2 - (y_1^2 - 4y_1 + 4) + 4 = -4$$

$$x_1^2 - (y_1 - 2)^2 = -8$$

$$\therefore -\frac{x_2^2}{8} + \frac{y_2^2}{8} = 1 \longrightarrow$$

Hipérbole equilátera
com eixo real sobre $O'y_2$
 $C(0, 2)$

ESBOÇO:

