

Gabarito - T4 SUB

$$FQ : 2xy - 2\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}y = -4 \longrightarrow 2xy - 2\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}y + 4 = 0$$

$C=2 \rightarrow \exists$ Rotacão

$D, E \neq 0 \rightarrow \exists$ Translação

1º Passo: Escrever a FQ matricialmente

$$\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & C/2 \\ C/2 & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + F = 0$$

$$\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}_{A = [T]_C} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2\sqrt{2} & 2\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + 4 = 0$$

$A = [T]_C \dots$ matriz do OI que descreve a rotação

2º Passo: Classificar a cônica (produto dos autovalores)

Autovalores: $\det(A - \lambda I) = \begin{vmatrix} -\lambda & 1 \\ 1 & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \begin{cases} \lambda_1 = 1 \\ \lambda_2 = -1 \end{cases}$

$\lambda_1 * \lambda_2 = -1 < 0 \therefore$ Hipérbole ou par de retas concorrentes

3º Passo: Diagonalizar a matriz A

$$[T]_B = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \textcircled{1} \dots$$
 matriz do A na base de autovetores

Autovetores: $(A - \lambda_i I) \vec{v}_i = \vec{0}, \vec{v}_i = (x, y)$

$\lambda_1 = 1:$ $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \longrightarrow -x + y = 0 \therefore y = x$

$$\vec{v}_1 = x(1, 1), x \neq 0$$

$$\lambda_2 = -1 : \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow x + y = 0 \therefore y = -x$$

$$\vec{v}_2 = x(1, -1), x \neq 0$$

$B = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2\}$ é uma base obtida a partir da notação da base canônica orthonormal, portanto, seus vetores devem ser unitários:

$$\text{para } x = \frac{1}{\sqrt{2}} : \vec{v}_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) ; \vec{v}_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

4º Passo: Escrever as coord do sistema auxiliar Ox_1y_1

$$P = [I]_C^B = \left[(\vec{v}_1)_C \quad (\vec{v}_2)_C \right] = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$* \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \end{bmatrix} P^T = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \end{bmatrix} P^{-1}$$

$$* \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$$

5º Passo: Recrever a FQ em termos dos vetores da base B

(sistema Ox_1y_1)

$$[x_1 \ y_1] \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + [\text{D E}] P \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + F = 0$$

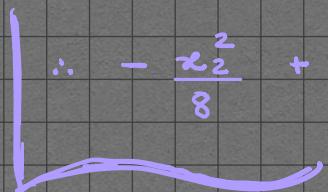
$$[x_1 \ y_1] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + [-2\sqrt{2} \ 2\sqrt{2}] \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + 4 = 0$$

$$x_1^2 - y_1^2 + 4y_1 + 4 = 0$$

6º Passo: Escrever as coord no sistema auxiliar O'xy₂

$$x_1^2 - (y_1^2 - 4y_1 + 4) + 4 = -4$$

$$x_1^2 - (y_1 - 2)^2 = -8$$



$$\therefore -\frac{x_2^2}{8} + \frac{y_2^2}{8} = 1$$

Hiperbola equilátera
com eixo real sobre O'y₂
C(0, 2)

ESBOÇO:

