

AULA 06:
SOLUÇÃO DE
UMA EQUAÇÃO
DE ESTADO

- AULA ANTERIOR: RESPOSTA DO SISTEMA EM TERMOS DE e^{At}
- PROBLEMA: DIFICULDADE PARA O CÁLCULO DE e^{At}

2.3. SOLUÇÃO DE UMA EQUAÇÃO DE ESTADO

SEJA O SISTEMA $\dot{X} = AX$, $X(0) = X_0$.

(\Rightarrow) $\lambda_i \in \mathbb{C}$ É AUTOVALOR DE A ASSOCIADO AO AUTOVETOR $v_i \in \mathbb{R}^n$

$$X_i = c_i v_i e^{\lambda_i t} \Rightarrow \dot{X}_i = c_i v_i \lambda_i e^{\lambda_i t} \Rightarrow \dot{X}_i = c_i (\lambda_i v_i) e^{\lambda_i t} \xrightarrow{(H.P.)} \\ \xrightarrow{(H.P.)} \dot{X}_i = c_i (A v_i) e^{\lambda_i t} \Rightarrow \dot{X}_i = A \cdot (c_i v_i e^{\lambda_i t}) \Rightarrow \dot{X}_i = A X_i$$

PORTANTO, $X_i(t) = c_i v_i e^{\lambda_i t}$ É UMA SOLUÇÃO DE $\dot{X} = AX$ SE λ_i É AUTOVALOR DE A ASSOCIADO A v_i .

(\Leftarrow) $X_i = c_i v_i e^{\lambda_i t}$ É SOLUÇÃO DE $\dot{X} = AX$

$$\dot{X}_i = c_i v_i \lambda_i e^{\lambda_i t} \Rightarrow \dot{X}_i = c_i e^{\lambda_i t} \cdot \lambda_i v_i \xrightarrow{(H.P.)} = A c_i v_i e^{\lambda_i t} = \\ = c_i e^{\lambda_i t} \cdot A v_i \Rightarrow c_i e^{\lambda_i t} (\lambda_i v_i) = c_i e^{\lambda_i t} (A v_i) \Rightarrow \lambda_i v_i = A v_i$$

PORTANTO, $X_i(t) = c_i v_i e^{\lambda_i t}$ É UMA SOLUÇÃO DE

$\dot{X}_i = A X_i \iff$ SE E SOMENTE SE λ_i É AUTOVALOR DE A COM AUTOVETOR ASSOCIADO v_i .