

Aula de
Redes Complexas
06/11/2020
Aula 07

Redes Complexas
"Modelo de
Barabási-Albert"

Retículo
(rede regular)

$$P(k) \propto \delta_{k,k_0}$$

k_0 ↑
Grau do
Nó

$$\delta_{k,k_0} = \begin{cases} 0 & k \neq k_0 \\ 1 & k = k_0 \end{cases}$$

condições
periódicas
de contorno?

distribuição de graus dos nós (distribuição discreta)
de ligações de cada nó

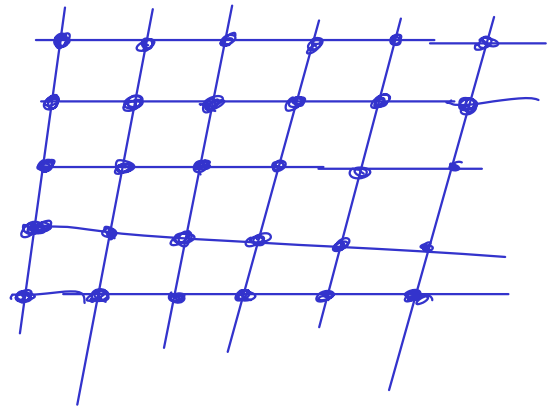
⇓
Aproximação é
considerar o
Grau dos nós
como sendo
uma variável
CONTÍNUA

Aproximar
para a função
densidade de
probabilidade
"que são para
variáveis
contínuas"

diâmetro $\sim N^d$ (grande)

coeficiente
de agrupamento ~ 1 (grande)

(CASO extremo)



rede Erdős-Rényi-Gilbert

rede aleatória

$$d \sim \ln N \text{ (pequeno)}$$

$$C \sim 0 \text{ (pequeno)}$$

$$P(k) \approx \frac{\langle k \rangle^k e^{-\langle k \rangle}}{k!}$$

* rede de "Strogatz-Watts"
(rede de mundo pequeno)

rede aleatória

$$d \sim \ln N \text{ (pequeno)}$$

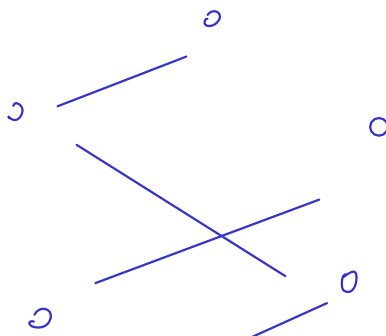
$$C \sim 1 \text{ (grande)}$$

explica o efeito de 6 graus
de separação (efeito de mundo
pequeno)

"bom contador de histórias"

(Milgram)

Saber vender
o peixe!!!



muitas ligações de
alcance (Alto coef. de
agrupamento)

poucas
ligações de
longo alcance
(baixo diâmetro)

"crueldade
da
natureza
humana"
documentário
Netflix

redes Aleatórias } E R G
SW

(efeito de mundo pequeno)
small world effect!

Albert Barabási
(excelente contador
de histórias)

(*) ligação de computadores "internet"
2000 (**) ligação de páginas "web"
rede aleatória

conhecia o trabalho
de SW.
1998

$$P(k) \sim \frac{1}{k^\gamma}$$

(distribuição
Algebraica
tipo "lei de
potência")

Jurgen
exponencial:
pdf Gaussian

parâmetro variável e
parâmetro variável

Grandezas
características

$\langle k \rangle$
parâmetro da
distribuição de
Poisson

Algebraica:
pdf Lorentzian
Cauchy

Não tem
Grandezas
Características

Variância
diverge
 $\Downarrow$

Famílias muito
tradicionais

princípios
nóveis

países prósperos
de países
desenvolvidos

Long term
Capital and
Management

trilhões
de
dolares

Equação de
Black & Scholes!!
Variância finita

DO
LWAME
e não
estável
 $\downarrow$

Média não
é representa-
tiva do
sistema

divergência
da
Variância

divergência
do segundo
momento

divergência do
primeiro momento

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - E^2(X)$$

$$P(k)$$

distribuição
de grau com
leis de potência

podem ter
variância que
diverge

Distribuição Alébrica

caso discreto: $P(k) = cte k^{\gamma}$

1) Normalizar
ou seja
calcular cte

$$\sum_{k=0}^{\infty} cte k^{\gamma} = 1$$

$$\gamma = -|\gamma| \rightarrow -\gamma \quad \underline{\underline{\gamma > 0}}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} k^{\gamma} = \frac{1}{cte} \Rightarrow \underline{\underline{\gamma < 0}}$$

troupe isso:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k^{\gamma}} \Rightarrow \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^{\gamma}} \Rightarrow \text{função zeta de Riemann} \quad cte = \frac{1}{\sum(k)}$$

é difícil trabalhar com variável discreta

2) calcular os momentos

$$\langle k^m \rangle = \sum_{k=1}^{\infty} P(k) k^m = \frac{1}{\sum} \sum_{k=1}^{\infty} k^{m-\gamma} \Rightarrow m-\gamma < 0$$

*) primeiro momento diverge

para $\gamma \leq 1 \Rightarrow$ consequentemente todos os seguintes!!!

*) segundo momento diverge

para $\gamma \leq 2 \Rightarrow$

Para se ter primeiro e segundo momentos finitos

(significado)

posição e dispersão da
distribuição

$$\Rightarrow \underline{\underline{\gamma > 2}}$$

Experimentos de
Barabási-Albert
e Jeon

$$\gamma < 2$$

segundo
momento
diverge

↑
média não quer dizer nada!!!

Rede complexa

$$P_{\gamma}(u) = \frac{\kappa^{-\gamma}}{Z(\gamma)}$$

$$\gamma > 0$$

$$\gamma < 2$$



Um único
parâmetro

divergência da
variância!!!