



# Autômatos ■ ■ ■ Celulares

Felipe Lopes

Lucas Cova

Lucas Tanihira

Rafael Lombardo

Vitor Silva





Foram propostos na Década de 1940 por John von Neumann;

Década de 70 foi desenvolvido um CA Bidimensional de dois estados, chamado "*The Game of Life*";

Em 1983 os CAs relacionados a tráfego foram estabelecidos por Stephen Wolfram.

---

**História**

# Autômatos Celulares

## Definição

Uma automação celular é um **sistema dinâmico**, onde o **tempo e o espaço são discretos**. O sistema é dividido em células, seus elementos básicos. Tais células possuem um conjunto finito de estados predefinidos e um conjunto de condições necessárias para a mudança de estados.

**Único sistema** que define tempo, espaço e variáveis de estado como discretos

<b>Mathematical class</b>	<b>Time</b>	<b>Space</b>	<b>State variables</b>
<b>Acceleration models</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>
<b>Lane changing rules for acceleration models</b>	<b>Continuous</b>	<b>Discrete</b>	<b>Discrete</b>
<b>Iterated coupled maps</b>	<b>Discrete</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>
<b>Cell-transmission model</b>	<b>Discrete</b>	<b>Discrete</b>	<b>Continuous</b>
<b>Cellular automata</b>	<b>Discrete</b>	<b>Discrete</b>	<b>Discrete</b>

# Autômatos Celulares

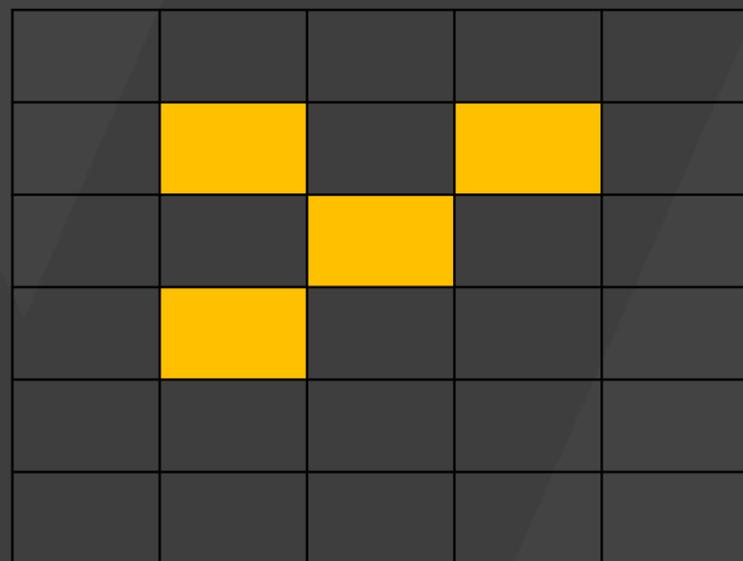
## The Game of Life

A – Menos 2 vizinhos: Morre

B – 2 ou 3 vizinhos: Vive

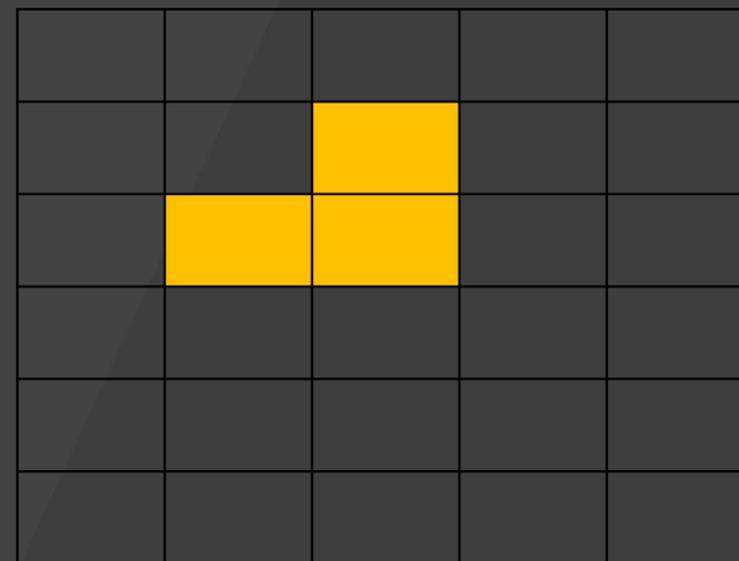
C – Mais 3 vizinhos: Morre

D – 3 vizinhos: Nasce



Espaço  
Momento de Tempo 1

Next Generation  
>>>



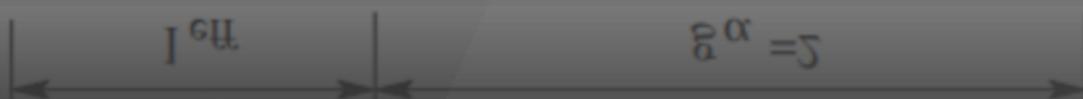
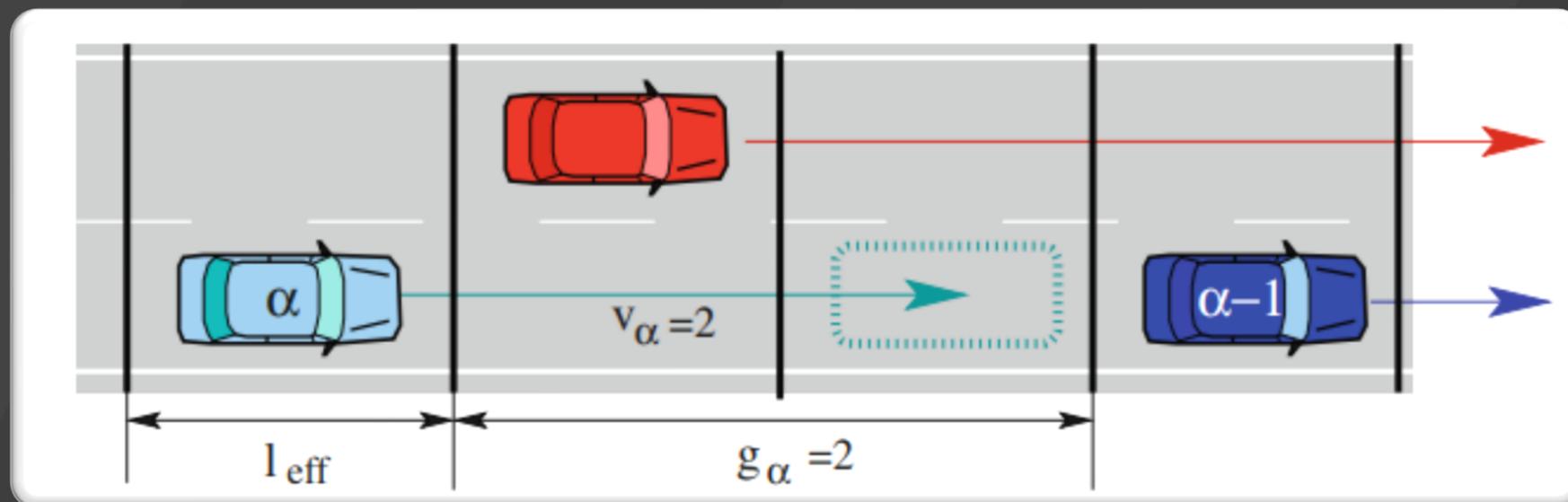
Espaço  
Momento de Tempo 2



# CA . . . Fluxo de Tráfego

Relação entre as variáveis físicas e as variáveis de valor discreto

A posição física  $x_{phys}$  ao longo do comprimento do arco da estrada é **subdividida em células** de comprimento  $\Delta x_{phys}$ . Uma determinada posição ao longo da estrada é denotada pelo índice da célula  $i$  (*Referencial estacionário usado para modelos macroscópicos*) ou pela posição  $x_\alpha$  do pára-choque dianteiro do veículo  $\alpha$  (*Modelo Microscópicos*).

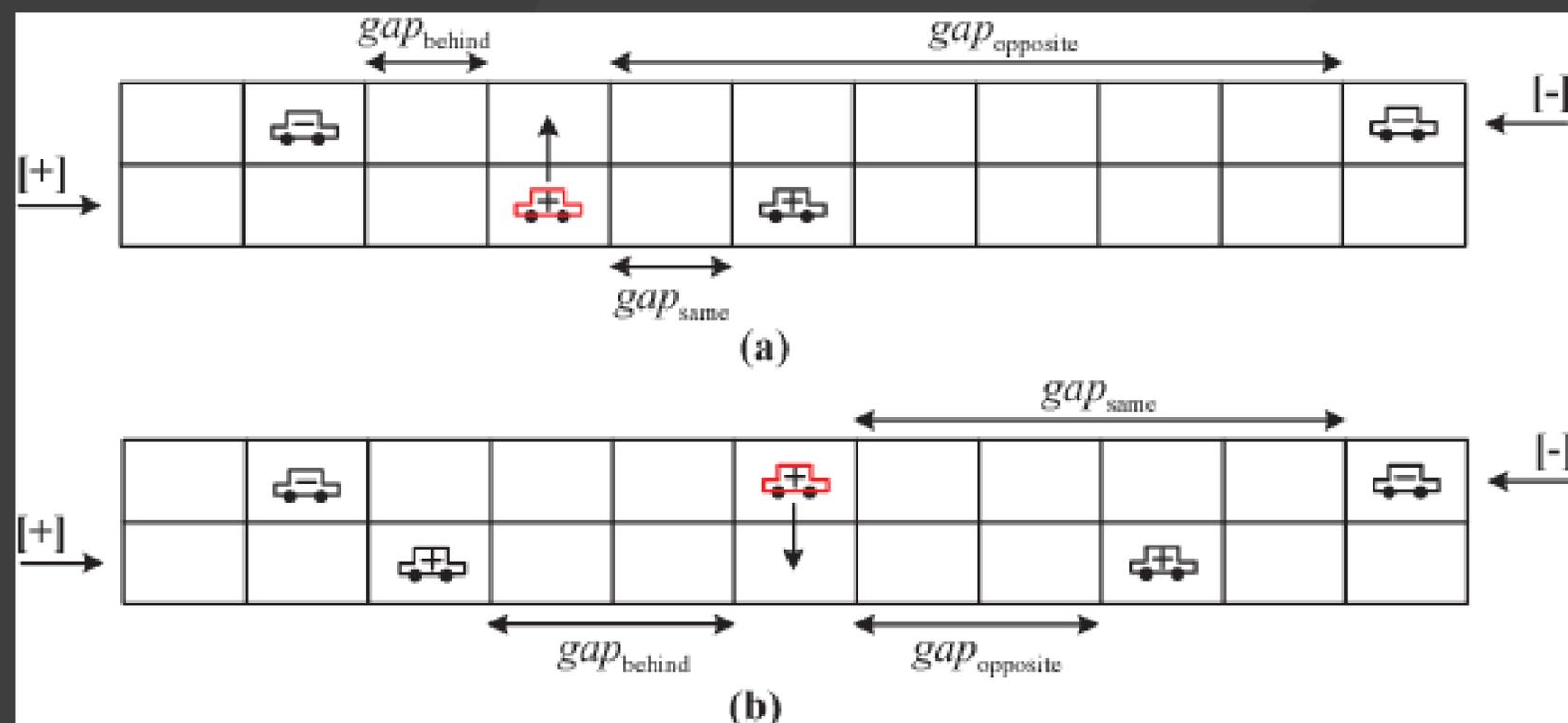


# CA . . . Fluxo de Tráfego

Autômatos celulares descrevem as coordenadas lógicas longitudinais e transversais de uma estrada, seção, dividindo-a em células de tamanho fixo.

Na imagem anterior apresentamos um caso simples onde o veículo ocupa exatamente uma célula.

O foco do material é em fluxo unidirecional, mas existem estudos que versam sobre Autômatos celulares bidirecionais (considerando mudanças de faixas)



# CA ■ ■ ■ Macro Modelos

## Regra

As regras de atualização para CAs macroscópicas são baseadas em células e da forma do primeiro CA proposto por Von Neumann e Wolfram.

O novo estado:

**$Z_i(t+1)$**  da célula  **$i$**  na nova etapa de tempo  **$t+1$**  depende dos estados  **$Z_j(t)$**  das células vizinhas no antigo passo  **$t$** :

$$Z_i(t+1) = ZCA \{ \rho_j(t) \}, \{ Z_j(t) \}, \xi(t)$$

# CA ■ ■ ■ Micro Modelos

## Regra

Quando um CA representa um modelo de fluxo de tráfego microscópico, uma célula pode ser ocupada no máximo uma vez. Uma célula ocupada representa um veículo (ou partes de deles), conduzindo na velocidade física  $v_{phys} = v \Delta x_{phys} / \Delta t_{phys}$

Em contraste com a formulação clássica baseada em células adotadas para modelos macroscópicos e microscópicos, os CAs são geralmente formulados em termos de regras de atualização baseadas em partículas para a localização  $x_a$ , velocidade  $v_a$  e outras variáveis de estado  $z_a$  da partícula  $a$  do motorista do veículo, correspondendo as células ocupadas:

$$v_a(t + 1) = v_{CA} \{x_a(t)\}, \{v_a(t)\}, \{z_a(t)\}, \xi(t),$$

$$x_a(t + 1) = x_a(t) + v_a(t + 1),$$

$$z_a(t + 1) = z_{CA} \{x_a(t + 1)\}, \{v_a(t + 1)\}, \{z_a(t)\} .$$

Modelos ■ ■ ■  
Nagel-Schreckenberg,  
Barlovic &  
de KKW



O primeiro, mais popular e simples CA que é realmente usado para o fluxo de tráfego e simulações

Generalização da Regra 184 ("Game of Life") para um modelo estocástico

1 célula = 1 carro: 7,5m (carro + envelope de segurança)

Time-step ( $\Delta t$  phys): 1 s

Faixa única

---

# Nagel-Schreckenberg

Atualização da variável (*update*):

1. 
$$v_{\alpha}^*(t+1) = \min(v_{\alpha}(t) + 1, v_0, g_{\alpha}). \quad (13.4)$$

$v_{\alpha}(t) + 1$ : velocidade com aceleração de fluxo livre  
 $v_0$ : velocidade desejada  
 $g = v_{safe}$ : velocidade segura

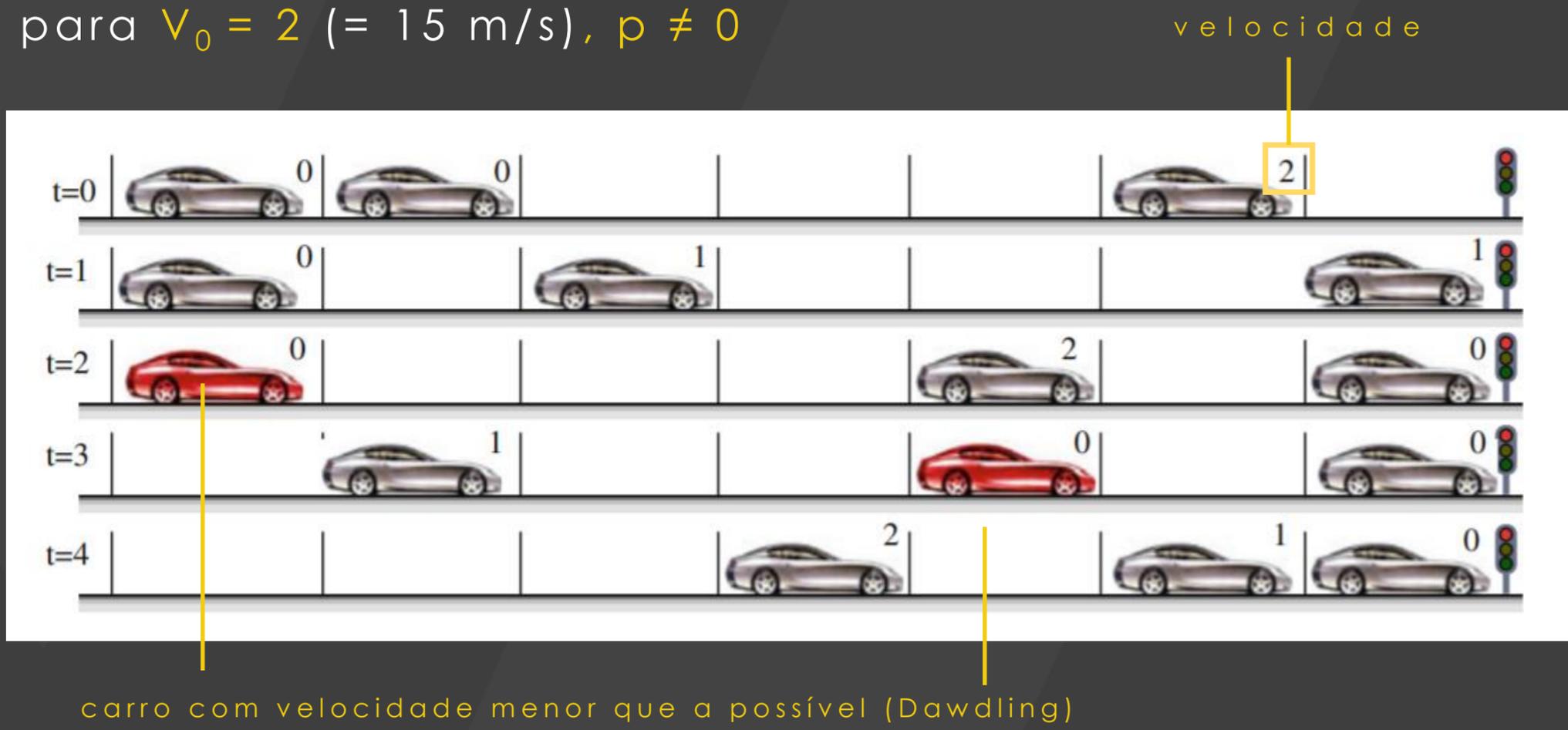
2. 
$$v_{\alpha}(t+1) = \begin{cases} \max(v_{\alpha}^*(t+1) - 1, 0) & \text{with probability } p, \\ v_{\alpha}^*(t+1) & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (13.5)$$

3. 
$$x_{\alpha}(t+1) = x_{\alpha}(t) + v_{\alpha}(t+1). \quad (13.6)$$

Atualização paralela baseadas na situação anterior

Parameter	Typ. value highway	Typ. value city
Cell length $\Delta x_{\text{phys}} = l_{\text{eff}}$	7.5 m	7.5 m
Time step $\Delta t_{\text{phys}}$	1 s	1 s
Dawdling probability $v_0$	5	2
Dawdling probability $p$	0.2	0.1

VISUALIZAÇÃO  
para  $V_0 = 2$  (= 15 m/s),  $p \neq 0$

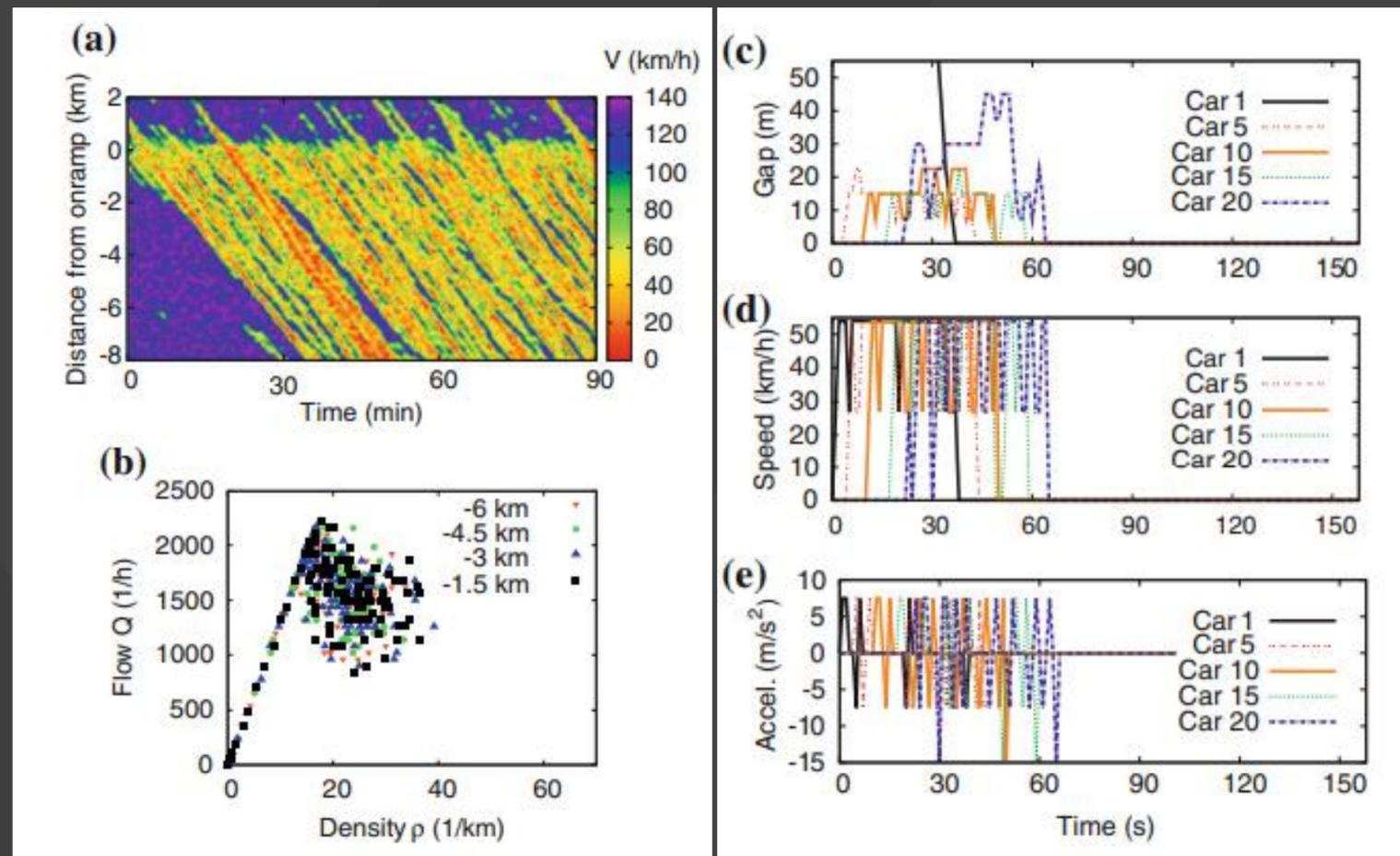


### LIMITAÇÕES

Velocidades e acelerações em módulos de 7,5 (m/s, m/s<sup>2</sup>)

Velocidade de propagação das ondas de tráfego

$$c_{\text{cong}}^{\text{phys, NSM}} = -(1 - p) \frac{\Delta x_{\text{phys}}}{\Delta t_{\text{phys}}}$$



Apesar de ser um modelo **microscópico**, o modelo NSM só pode ser usado para descrever dinâmicas **macroscópicas**

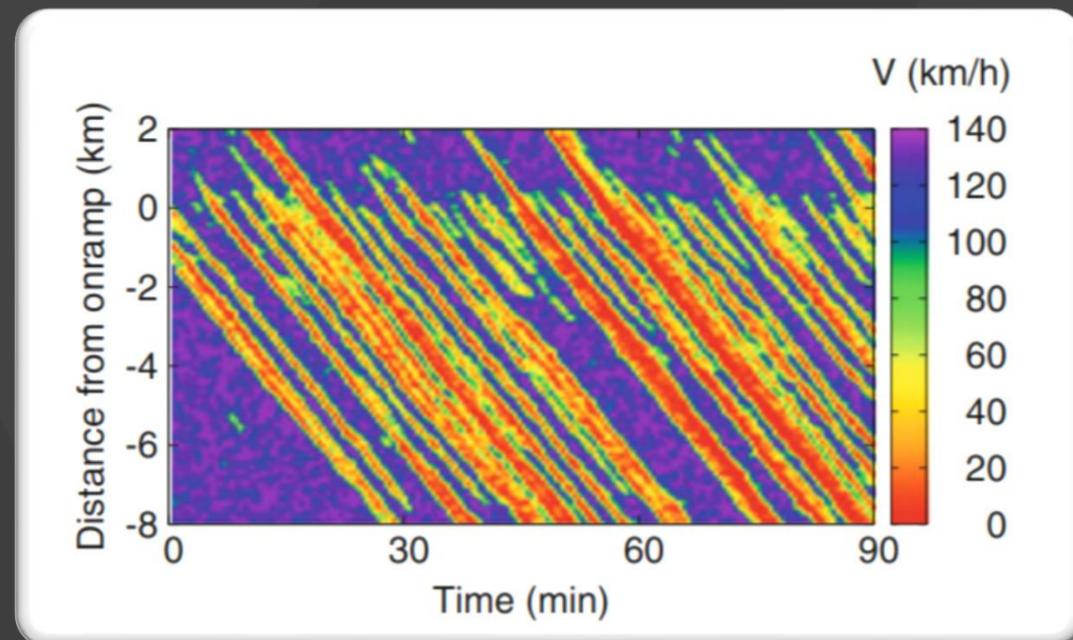
Nagel-Schreckenberg

Uma extensão simples para tornar o comportamento do NSM um pouco **mais realista** é aumentar a **probabilidade** de demora para **veículos lentos** ou **parados**, correspondendo a uma regra conhecida como partida lenta. No caso mais simples proposto pela primeira vez por Barlovic, a probabilidade de demora **é aumentada** para veículos parados, apenas.

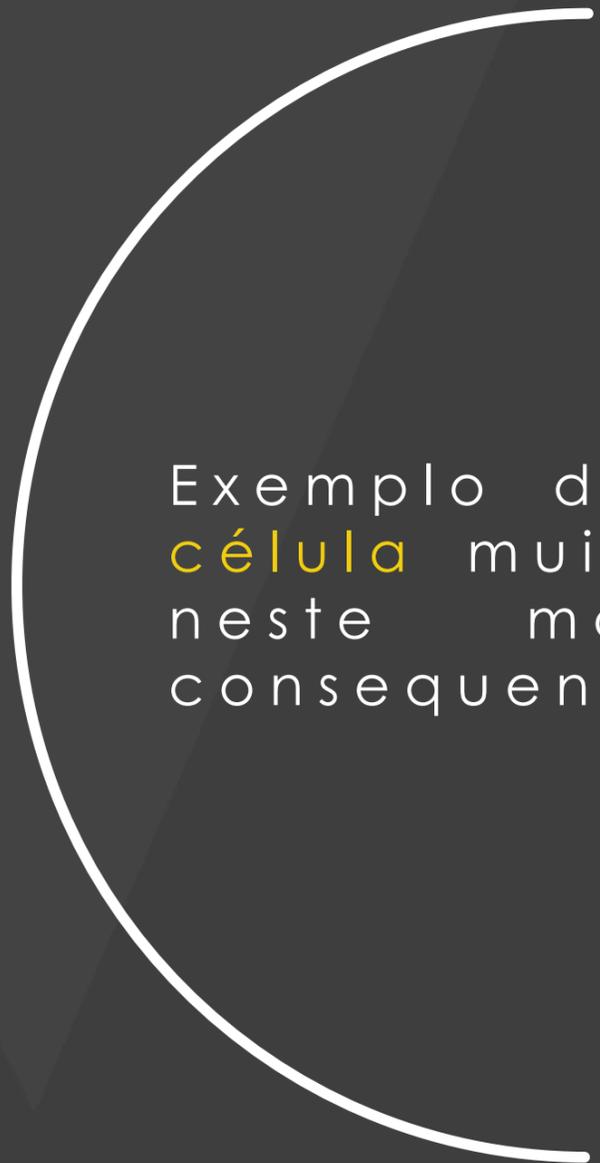
$$p(v) = \begin{cases} p & v > 0, \\ p_0 > p & v = 0. \end{cases}$$

Simulação de um cenário de rodovia com o modelo Barlovic para os parâmetros da tabela de NSM:

Parameter	Typ. value highway	Typ. value city
Cell length $\Delta x_{\text{phys}} = l_{\text{eff}}$	7.5 m	7.5 m
Time step $\Delta t_{\text{phys}}$	1 s	1 s
Dawdling probability $v_0$	5	2
Dawdling probability $p$	0.2	0.1
Dawdling probability $p_0$ when stopped (only for the Barlovic model)	0.4	0.2



- Valores adequados de  $p_0$  implicam em ondas stop-and-go mais realistas;
- Persistência das ondas de congestionamento;
- Problema de congestionamento para  $x > 0$  não resolvido;
- Partida lenta piora estrutura de congestionamento para  $x > 0$ .



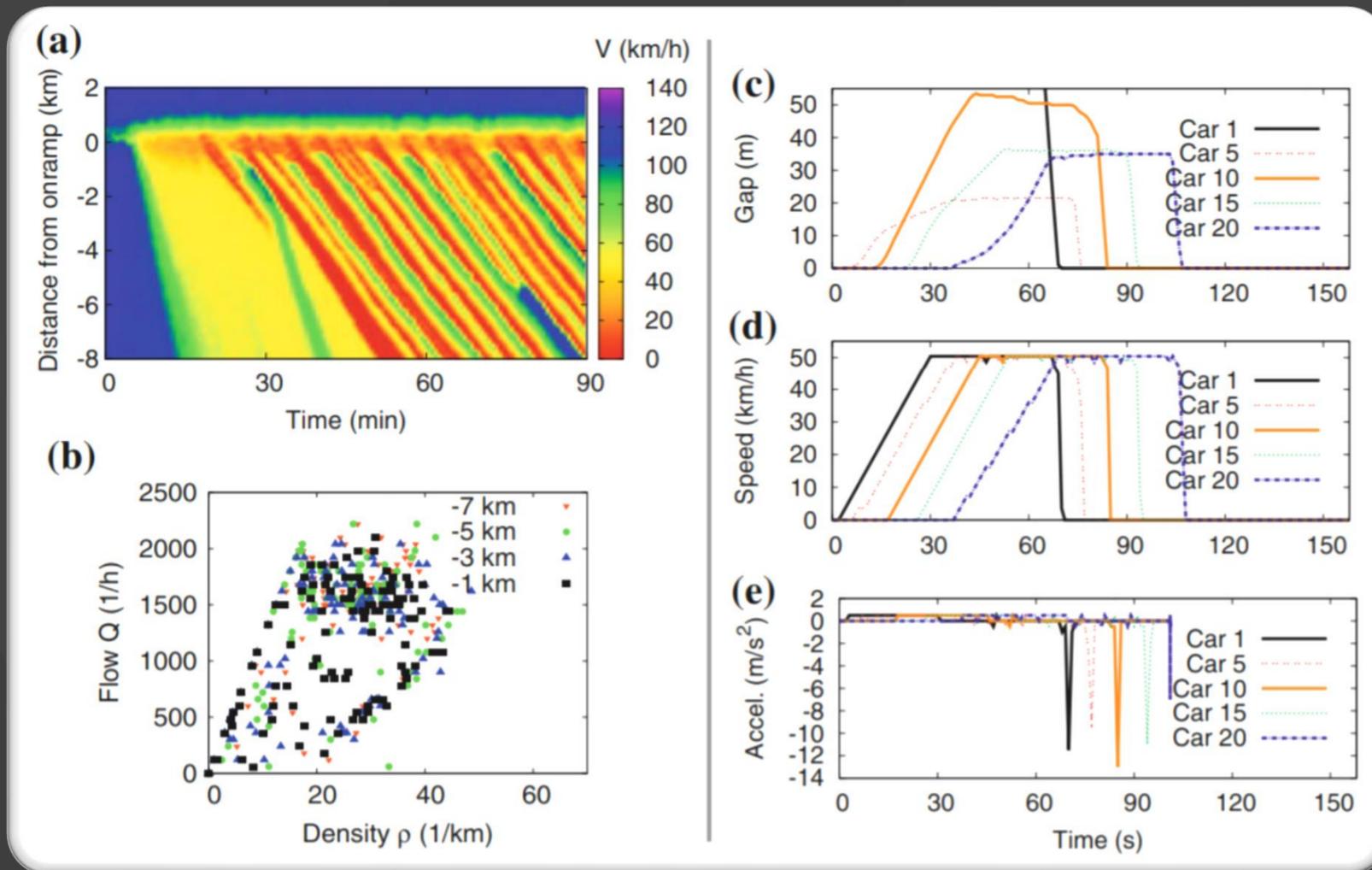
Exemplo de um CA mais complexo e com uma discretização de célula muito fina. Proposto por Kerner, Klenov e Wolf, as células neste modelo têm apenas 0,5m de comprimento e consequentemente um único veículo ocupará várias células.

Simulação de dois cenários padrões (**Rodovia - Lado Esquerdo**) e (**Trânsito da Cidade - Lado Direito**) para o KKW com parâmetros de modelo padrão retirados dos livros de Kerner.

Diferenças dos parâmetros usados no modelo KKW:

- Para o cenário da **Rodovia**, a velocidade desejada foi alterada para  $v_0 = 67$  (correspondendo a **120km/h**).
- Para o cenário da **Cidade**, definimos  $v_0 = 28$  (**50,4km/h**) e alteramos o limite de velocidade  $v_p$  para o valor **14**.

Simulação de dois cenários padrões (**Rodovia - Lado Esquerdo**) e (**Trânsito da Cidade - Lado Direito**) para o KKW com parâmetros de modelo padrão retirados dos livros de Kerner.



- Comportamento mais realista da simulação;
- Ondas stop-and-go para  $t > 30$  min apresentam velocidade de propagação correta, com um comprimento de onda ideal;
- Na simulação do cenário na cidade, a aceleração inicial é muito baixa ( $0,5 \text{ m/s}^2$ ). Já a desaceleração, ao chegar no semáforo, é excessivamente alta.

O modelo KKW não possui uma desaceleração de frenagem desejada como parâmetro de modelo. Como minimizar o problema?

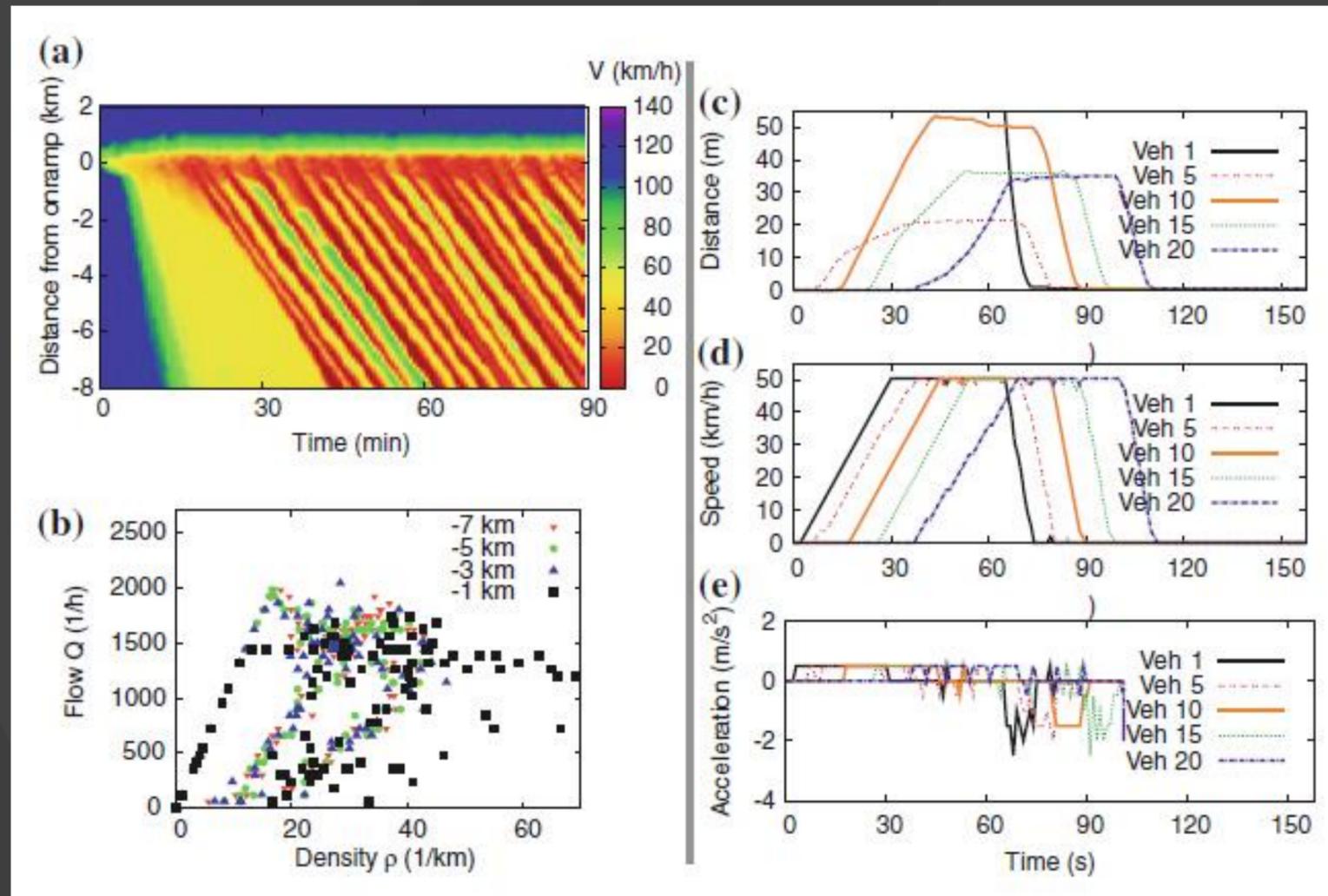
---

**KKW**

Uma modificação do método proposta introduz limitações cinemáticas ao modelo para controlar a aceleração máxima. A velocidade é substituída por uma fórmula discretizada do Modelo de Gipp:

$$v_{\text{safe}}(s, v_l) = \text{floor} \left[ \min \left( g, -b + \sqrt{b^2 + v_l^2 + 2bg} \right) \right]$$

Simulação de dois cenários padrões (Rodovia - Lado Esquerdo) e (Trânsito da Cidade - Lado Direito) para o KKW com  $b = 4$  (desaceleração de  $-2\text{m/s}^2$ ).



- Comportamento realista do modelo da rodovia se mantém
- Conseguir combater o problema de acelerações excessivas identificadas.

# Comparação ■ ■ ■ entre Modelos

As vantagens e desvantagens dos CAs em relação a outro modelo matemáticos são essencialmente existentes devido à escala discreta de variáveis de tempo, espaço e estado.

■  
■

**1ª** Devido à sua simplicidade, os autômatos celulares são mais fáceis de implementar, especialmente para redes viárias complexas ou se os movimentos forem verdadeiramente bidimensionais, como no tráfego de pedestres.

■

## Comparação...

■

**2ª** CAs simples têm uma vantagem de velocidade sobre os modelos contínuos, no entanto, essa vantagem torna-se menos visível para os modelos mais elaborados, especialmente se possuírem muitas regras, ou se eles forem tão refinados como o modelo KKW, onde 15 etapas de atualização correspondem a uma única etapa de atualização do modelo contínuo.

- 
- 
- **3ª** O modelo é essencialmente fenomenológico, o que faz com que seus parâmetros de modelagem não sejam tão intuitivos e com valores realistas. Também precisam de ajustes, como a dawdling probability, pra controlar a sensibilidade do modelo. Como existe uma falta de robustez, eles não são viáveis pra modelar o comportamento de veículos individuais.

Comparação...



Felipe Lopes

Lucas Cova

Lucas Tanihira

Rafael Lombardo

Vitor Silva

---

**obrigado**