

$$\dot{x} = Ax + Bu = (A+BK)x$$

SUPÕE-SE QUE O SISTEMA REALIMENTADO SEJA ESTÁVEL.

SUBSTITUINDO:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + x^T K^T R K x) dt = \int_0^{\infty} x^T (Q + K^T R K) x dt$$

SUPONHA QUE O INTEGRANDO ESTÁ RELACIONADO COM A DERIVADA DE UMA FUNÇÃO DE LYAPUNOV QUADRÁTICA

$$x^T P x, \quad P \succ 0$$

DA SEGUINTE FORMA

$$x^T (Q + K^T R K) x = - \frac{d}{dt} (x^T P x)$$

DERIVANDO

$$\boxed{x^T (Q + K^T R K) x} = - \dot{x}^T P x - x^T P \dot{x} =$$

$$= - x^T (A+BK)^T P x - x^T P (A+BK) x =$$

$$= - x^T \left[(A+BK)^T P + P (A+BK) \right] x$$