2^a Prova - Termodinâmica e Física Estatística

① (Total 2.5 pontos) Considere um gás em que c_v é constante e $\frac{\beta}{\kappa} = \frac{b}{v^3}$, com b constante.

a) (1.5 ponto) Dado que a energia interna de um mol do gás tem a seguinte forma:

$$u = c_v T + \frac{a}{v} + u_0,$$

sendo a e u_0 constantes, obtenha a equação de estado $f(p, v, T) = 0$ do gás.

b) (1 ponto) Suponha que esse gás tenha temperatura T_0 e ocupe metade de um recipiente, de volume v_0 , com a outra metade vazia. A parede que prende o gás é rompida e o mesmo passa a ocupar o volume total de forma *adiabática*. Obtenha a pressão e a temperatura final do gás, p_f e T_f , respectivamente.

② (Total 3.5 pontos) Uma série de $N + 1$ reservatórios grandes com água possuem temperaturas $T_0, T_1, T_2, \dots, T_N$, com $T_n > T_{n-1}$. Um corpo pequeno com capacidade calorífica C_v (com volume constante e independente da temperatura) está inicialmente em equilíbrio térmico com o reservatório de temperatura T_0 . O corpo é então removido deste reservatório e imerso no reservatório de temperatura T_1 . O processo é repetido até que, após N passos, o corpo esteja em equilíbrio com o reservatório de temperatura T_N . A sequência é então invertida, até que o corpo esteja mais uma vez em equilíbrio com o reservatório inicial, na temperatura T_0 . Supondo que a razão das temperaturas de sucessivos toneis seja constante, ou seja,

$$T_n/T_{n-1} = (T_N/T_0)^{1/N}$$

e desprezando a variação (pequena) na temperatura de qualquer reservatório, calcule:

- a) (1 ponto) a variação na entropia *total* quando o corpo é tomado sucessivamente "sequência acima" ($T_0 \rightarrow T_N$);
- b) (1 ponto) a variação na entropia *total* quando o corpo é levado de volta na "sequência abaixo" ($T_N \rightarrow T_0$);
- c) (0.5 ponto) a variação *total* na entropia na soma das duas sequências acima;
- d) (1 ponto) o limite dominante não-trivial destes resultados quando $N \rightarrow \infty$, mantendo T_0 e T_N constantes. Para isso, utilize que para N suficientemente grande,

$$N(x^{1/N} - 1) \approx \ln x + (\ln x)^2/2N + \dots$$

Interprete fisicamente o resultado.

③ (Total 2.5 pontos) Um sistema particular sujeito ao vínculo que mantém constante o volume e o número de moles, de modo que nenhum trabalho pode ser feito sobre ou pelo sistema, possui capacidade calorífica da forma $C(T) = DT^n$, com $n > 0$ e D uma constante.

- a) (1.5 ponto) Calcule a energia interna e a entropia para tal sistema. Obtenha a equação fundamental, $S(U, V, N)$.
- b) (1 ponto) Suponha agora dois sistemas do tipo acima com temperaturas iniciais T_1 e T_2 , respectivamente, isolados numa caixa e separados por uma parede rígida, impermeável e diatérmica. Qual será o trabalho máximo liberado (deixando os dois sistemas em uma temperatura comum)?

④ (Total 3.5 pontos) Um pistão adiabático, impermeável e fixo separa um cilindro de duas câmaras de volumes $\frac{V_0}{4}$ e $\frac{3V_0}{4}$. Cada câmara contém 1 mol de gás ideal monoatômico. As temperaturas são T_p e T_g , com os subscritos referindo-se a câmara pequena e grande, respectivamente.

- a) (1 ponto) O pistão é termicamente condutor e móvel de tal modo que o sistema relaxa até um novo estado de equilíbrio, *maximizando a entropia enquanto conserva a energia total*. Encontre esse novo estado de equilíbrio, ou seja, ache (T_{eq}, V_{eq}) ;
- b) (1 ponto) Considere uma pequena variação na energia do sistema, mantendo a entropia constante no estado obtido no item anterior. Do ponto de vista físico, pode-se pensar que o pistão é deslocado de modo quase-estático e adiabático por um agente externo. Mostre que esse agente deve realizar trabalho para garantir o deslocamento em qualquer direção, confirme assim que *o estado do item anterior é um estado de mínima energia*;
- c) (1 ponto) Reconsidere o estado inicial do sistema e especifique como o equilíbrio pode ser estabelecido *diminuindo a energia e mantendo a entropia constante*. Encontre esse estado de equilíbrio;
- d) (0.5 ponto) Descreva uma operação física que mostre que o estado de equilíbrio obtido no item anterior é um estado de máxima entropia com energia constante.