



INSTITUTO DE FÍSICA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Laboratório de Eletromagnetismo (4300373)

Experiência 6 - Simulação

MAPEAMENTO DE CAMPO MAGNÉTICO

Introdução

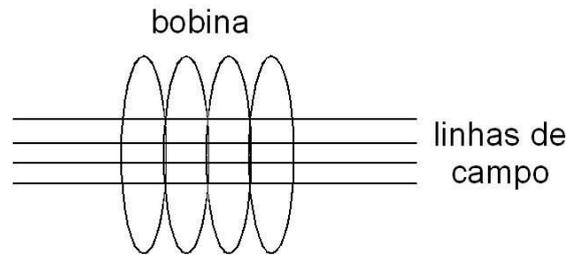
O objetivo desse guia é apresentar um procedimento para avaliação de campos magnéticos, devido à dificuldade de se avaliar diretamente seu valor, principalmente se o campo variar em função do tempo. O procedimento consiste em usar o fato de que um campo magnético que varia no tempo produz um campo elétrico que induz uma força eletromotriz em um circuito aberto. Usando esse fenômeno podemos usar uma sonda (circuito aberto) para determinar a intensidade de um campo magnético gerado por qualquer dispositivo a partir da tensão induzida pelo campo nessa sonda. No final dessa simulação aprenderemos a calcular qual deveria ser a tensão induzida em uma determinada sonda para o campo magnético gerado por uma *Bobina de Helmholtz*.

Usar um dispositivo externo (sensor) para obter informações relacionadas a um arranjo experimental é uma técnica muito comum na física experimental. Esses sensores vão produzir algum tipo de resposta dependendo dos parâmetros envolvidos e da intensidade da interação com os objetos de estudo. Note que já temos usados vários deles nas simulações anteriores, como os multímetros e osciloscópios. O detalhe é que esses sensores já foram estudados e calibrados fornecendo uma informação acurada do parâmetro medido. Nesse guia iremos simular a calibração de um sensor magnético estudando como montar uma curva de calibração usando valores conhecidos de campo magnético.

O primeiro ponto a ser estudado no projeto de um sensor é a maneira como ele interage com o arranjo experimental. Nosso sensor gera uma diferença de tensão devido a interação com um campo magnético oscilante. Assim, o funcionamento da nossa sonda magnética baseia-se na ***lei de indução de Faraday***:

$$\varepsilon = - \frac{d\varphi_B}{dt}; \quad \text{onde } \varphi_B = \int B \cdot dS \quad (1)$$

sendo ε a *força eletromotriz* (a ser medida) induzida pela variação temporal do **fluxo** do campo magnético B (que se pretende determinar), que possui uma dependência temporal conhecida.



Considere uma sonda de prova consistindo em uma espira de fio condutor, plana e com área A , sendo colocada em um campo magnético uniforme B , com o seu eixo orientado na direção das linhas de força do campo, conforme mostrado na figura acima. Note que o **fluxo** do campo magnético pela espira é função do cosseno do ângulo entre a normal da superfície da espira e a direção do campo magnético, e na condição apresentada acima é máximo e igual a BA . Se a sonda permanecer parada e o campo magnético oscilar harmonicamente no tempo com frequência angular ω , teremos:

$$B = B_0 \text{sen}(\omega t) \quad (2)$$

Como o fluxo também varia harmonicamente temos, conseqüentemente:

$$\frac{d\varphi_B}{dt} = \omega B_0 A \text{cos}(\omega t). \quad (3)$$

Assim, se medirmos a força eletromotriz \mathcal{E} , conhecendo a frequência angular de oscilação ω do campo magnético e a área A da espira, podemos determinar B_0 , empregando as expressões (1) e (3). Uma outra interpretação para essa fórmula é que se mantivermos a frequência de oscilação do campo e a área do sensor fixas teremos uma relação direta entre a diferença de potencial (força eletromotriz induzida) e a intensidade do campo magnético.

O próximo passo na calibração de um sensor é definir uma curva de calibração que permita relacionar a informação gerada (diferença de tensão no nosso caso) com o parâmetro medido (intensidade do campo magnético). Como em qualquer processo de calibração de sensores, utiliza-se um arranjo no qual se conhece bem o valor do parâmetro a ser avaliado e mede-se o valor da informação gerada. No nosso caso usaremos um solenoide longo para gerar um campo magnético de valor conhecido e usaremos um osciloscópio para medir a tensão induzida no nosso sensor (sonda magnética).

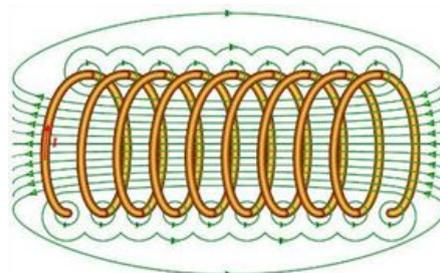


Figura 1: Linhas de campo para um solenóide longo

Atente para o detalhe que a sonda magnética deve estar dentro do solenoide em uma região na qual o campo magnético seja constante. Além disso, para obter o maior valor de tensão induzida, a normal a superfície pela qual temos o fluxo de campo magnético deve ser paralela a direção do campo, obtendo-se o maior valor possível de fluxo.

Um solenoide pode ser interpretado como um conjunto muito grande de espiras condutoras, de mesma área e com o eixo comum, enroladas com a partir de um fio contínuo. Aplicando-se uma corrente I nesse fio temos um campo magnético B uniforme no interior do solenoide. Conhecendo esta corrente I podemos determinar o módulo do campo B gerado através relação:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} \quad (4)$$

onde: $\mu_0 = 4 \pi \times 10^{-7} \text{ N.A}^{-2}$ (valor exato); N é o número de espiras do solenoide;

I é corrente que alimenta o solenoide; L é o comprimento do solenoide.

Para obter uma curva de calibração basta medir os valores da tensão induzida no sensor para diferentes valores de corrente passando no solenoide, ou seja, para diferentes valores de campo magnético no interior do indutor.

Procedimento

Medindo tensão na sonda

A sonda magnética a ser usada para medir os campos possui uma bobina que foi construída com muitas espiras, de maneira a induzir um sinal mensurável em um osciloscópio. O sinal induzido por uma única espira seria pequeno e muito sensível ao ruído eletrônico, dificultando a medida. Para melhorar a precisão da medida no osciloscópio será medido o valor de tensão pico a pico V_{pp} para a força eletromotriz \mathcal{E} nas extremidades da sonda. Lembre-se que como a área da sonda é fixa podemos incorporar esse parâmetro na calibração, bem como a frequência de oscilação do campo. Ressaltamos que, em medições posteriores, deve-se utilizar fontes de corrente de mesma frequência que a empregada para a calibração. Em outras palavras a curva de calibração só pode ser usada se não modificarmos esses parâmetros (área, frequência e fluxo).

Vamos verificar como ficariam as tensões induzidas no sensor se modificarmos essas condições. Na figura 2a está representada uma tela de osciloscópio com a tensão induzida por um sensor com dez espiras de área A , colocado em uma região com campo magnético oscilando com uma frequência f_0 e com a normal a superfície das espiras paralelas a direção do campo.

Desenhe nas opções b,c e d como ficaria essa tela para as seguintes condições: b) número N de espiras (sortear N no questionário; c) Campo oscilando com a metade da frequência; d) Girar o sensor de maneira a obter um ângulo θ entre a normal a superfície e a direção do campo (sortear ângulo no questionário). Obs: varie somente um parâmetro em relação às condições da figura 2a. Os outros parâmetros são mantidos constantes. Não é

necessário conhecer os valores das escalas de tensão e tempo. Justifique valores usados nos desenhos.

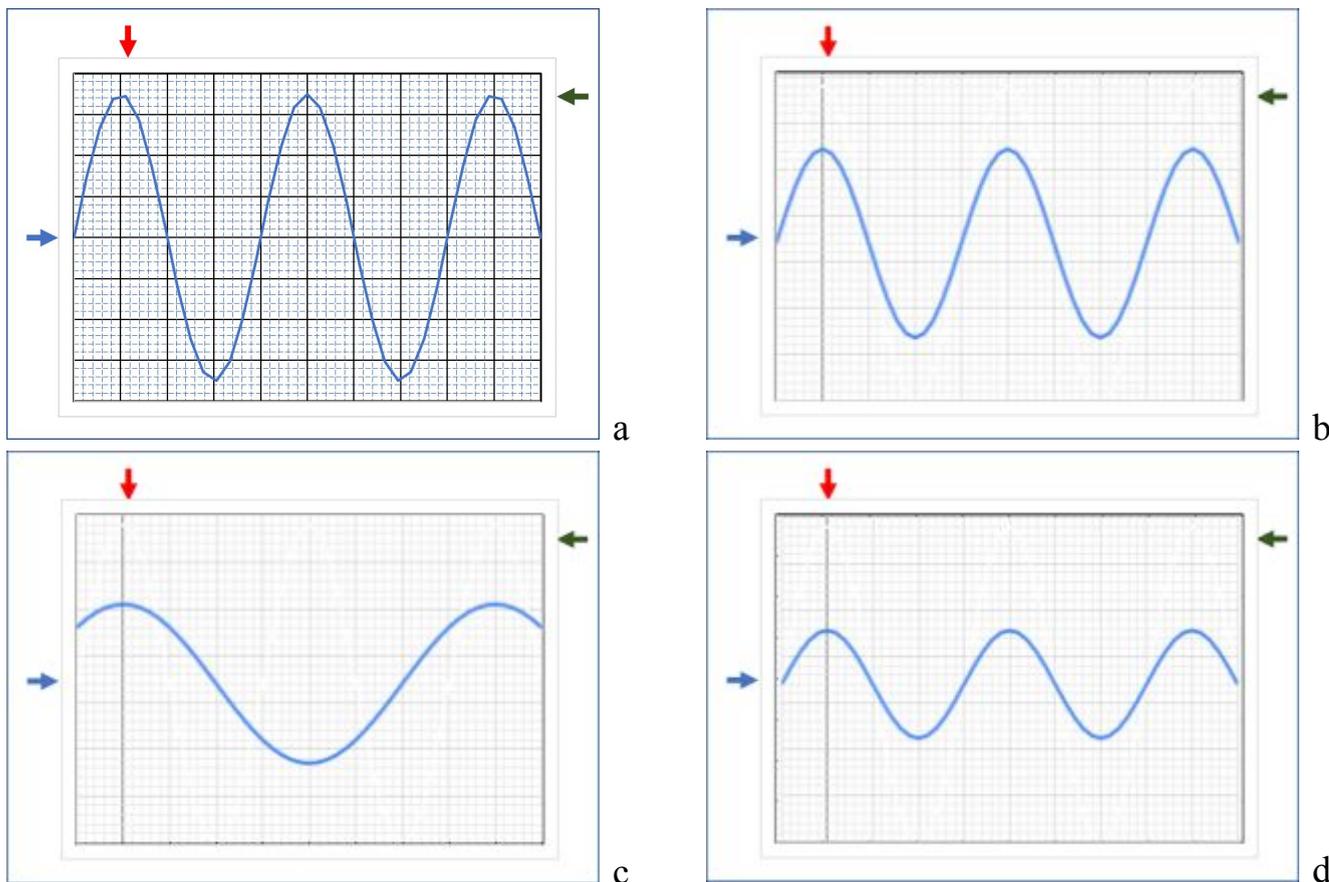


Figura 2: Telas de osciloscópio, todas medidas nas mesmas condições de escala de tensão e tempo. A) Tensão induzida para sensor com 10 espiras, frequência f_0 e normal a superfície da espira paralelo ao campo; B) Medida para N espiras; C) frequência $f_0/2$; D) ângulo θ entre a normal e a direção do campo.

Nas simulações deste guia iremos supor que: (i) *o campo é uniforme dentro da sonda de prova* e (ii) *efeitos de auto-indução na sonda são desprezíveis* (eles serão significativos apenas a partir do momento em que as correntes na sonda forem muito grandes).

Campo magnético para calibração

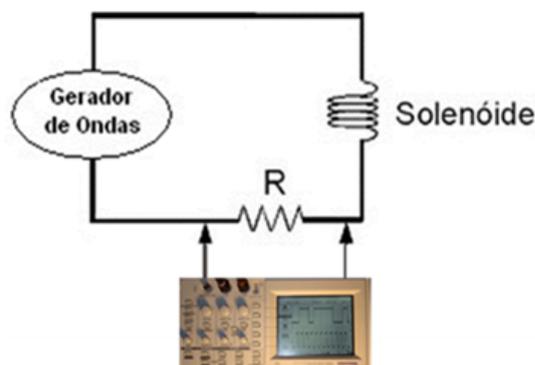


Figura 3: circuito para gerar campo magnético e medir corrente no solenóide

Para calibrar nossa sonda optamos por um solenoide longo, pois ele gera um campo magnético que é praticamente constante ao longo do comprimento interno. Como previsto na equação 1, para conhecermos o valor do campo magnético é necessário medir a corrente passando no indutor. Para essa finalidade sugere-se que se monte o circuito abaixo.

Como pode-se perceber na figura, usa-se um osciloscópio para medir a tensão de um resistor ligado em série com o solenoide. Esse resistor deve ter um valor baixo para permitir altos valores de corrente no solenoide e conseqüentemente valores maiores de campo magnético.

Calcule qual deve ser o valor da corrente máxima e do campo magnético máximo gerado em um solenoide nas seguintes condições:

$R_{\text{resistor}}: (1,00 \pm 0,02) \Omega$; $N: (810 \pm 10)$ espiras; $L: (80,0 \pm 0,2)$ cm

Obtenha V_{resistor} no questionário.

$$V_{\text{resistor}} = 637 (28) \text{ mV}$$

$$I = 0,319 \pm 0,016 \text{ A}$$

$$B = 0,405 \pm 0,020 \text{ mT}$$

Calibração da sonda

O processo de calibração da sonda se resume na **determinação dos valores de tensão induzida no sensor para diferentes valores de campo magnético conhecido**. Em nossa simulação assumimos que a sonda magnética foi colocada no centro de um solenoide longo e que os valores de tensão pico a pico tanto dos extremos do circuito aberto do sensor como a tensão no resistor montado em série com o solenoide foram medidos simultaneamente em dois canais de um osciloscópio. A figura abaixo mostra o sensor montado no centro do solenoide.

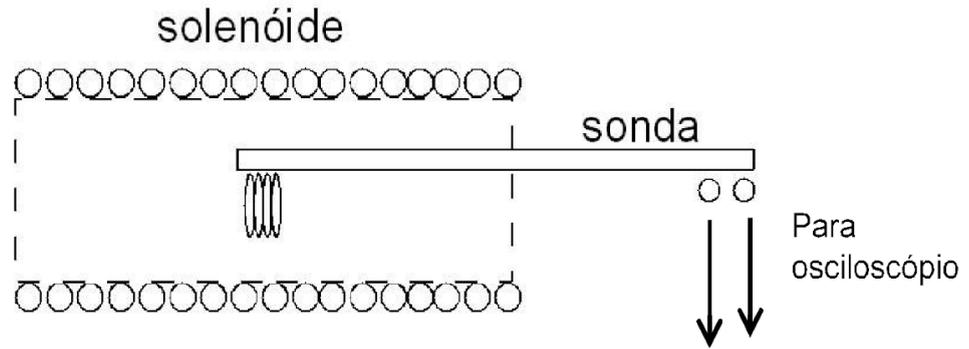


Figura 4: Esquema da montagem do sensor dentro do solenoide longo.

Note que nossa sonda consiste em uma barra de madeira sobre a qual estão montados uma bobina (numa ponta) e seus terminais (na outra ponta). A parte ativa da sonda, região com a bobina, é colocada no interior do solenoide para permitir o fluxo do campo magnético criado no solenoide na bobina do sensor. **Atenção:** repare que nenhuma tensão é aplicada à sonda. A região de campo magnético B mais constante e uniforme situa-se no centro do solenoide longo (tanto em relação ao comprimento quanto em relação à direção radial). Tanto a leitura da tensão da sonda, como a tensão no resistor devem ser feitas no osciloscópio, usando a opção de *tensão pico a pico* (V_{pp}). Não se esqueça que a opção pico a pico mede a diferença de tensão entre o valor máximo e o valor mínimo da onda senoidal. Portanto $V_{pp} = 2 V_p$.

Preencha a tabela abaixo com os valores de tensão pico a pico disponibilizados no questionário tanto para o resistor como para o sensor. As incertezas devem ser avaliadas de acordo com os valores das escalas usadas no osciloscópio, que também devem ser fornecidas no questionário. A frequência usada no gerador de funções foi de (900 ± 9) Hz.

Tabela 1 – valores obtidos para calibrar a sonda de medida de campo magnético

	V_{pp} resistor (mV)	$\sigma V_{resistor}$ (mV)	V_{pp} sensor (mV)	$\sigma_{V_{sensor}}$ (mV)
1	237	28	16	3
2	410	28	38	3
3	503	28	49	3
4	764	28	71	3
5	882	28	97	3
6	1176	28	113	3
7	1225	28	123	3
8	1463	28	140	3

Com os valores dessa tabela preencha a tabela 2 com os valores de corrente no circuito e correspondente valor de campo magnético gerado no solenoide.

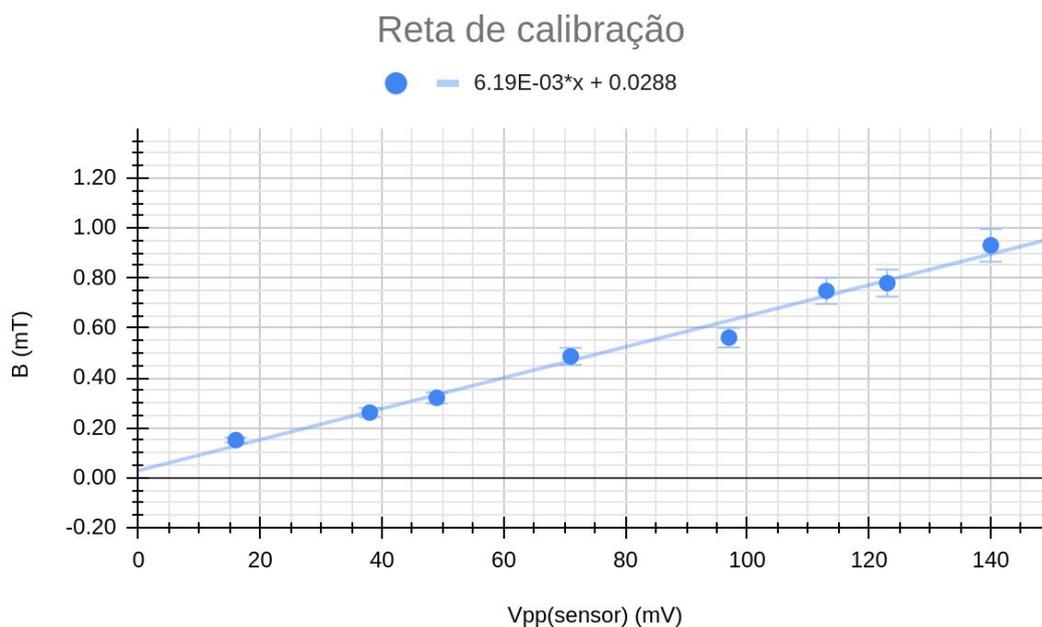
Lembramos que $V_{pp} = 2 V_p$, portanto a corrente será a metade do valor calculado para V_{pp} !

Tabela 2 – valores de corrente no circuito e campo magnético

	$I_{circuito}$ (A)	$\sigma_{I_{circuito}}$ (A)	B (mT)	σ_B (mT)
1	0,12	0,01	0,15	0,02
2	0,21	0,01	0,26	0,02
3	0,25	0,02	0,32	0,02
4	0,38	0,02	0,49	0,03
5	0,44	0,02	0,56	0,03
6	0,59	0,02	0,75	0,04
7	0,61	0,02	0,78	0,05
8	0,73	0,02	0,93	0,05

Não se esqueça de justificar os cálculos das incertezas desses valores.

Construa o gráfico de $B \times V_{pp\ sensor}$ para determinar a **curva de calibração** da sonda magnética. Não se esqueça de colocar as barras de incerteza nos valores do campo magnético. Imprima o gráfico e faça o ajuste de reta $B = \alpha + \beta V_{pp}^{sensor}$. Justifique incertezas.



As incertezas dos parâmetros são obtidos calculando as retas de máxima e mínima inclinação, como usual.

$$\alpha = 0,3 \pm 0,3 \text{ mT}$$

$$\beta = 0,0062 \pm 0,0010 \text{ mT/mV}$$

Agora a sonda está devidamente calibrada para a frequência correspondente à variação do campo magnético escolhida.

Campo Magnético produzido por uma Bobina de Helmholtz

A bobina de Helmholtz, assim chamada devido ao pesquisador que a concebeu, permite a criação de um campo magnético praticamente constante em uma região de fácil acesso. É formada por dois conjuntos com o mesmo número de espiras e com uma proporcionalidade fixa entre os raios dessas espiras e a distância entre seus centros. Na realidade a distância entre os conjuntos de espiras é igual ao raio. No desenho $2b=a$.

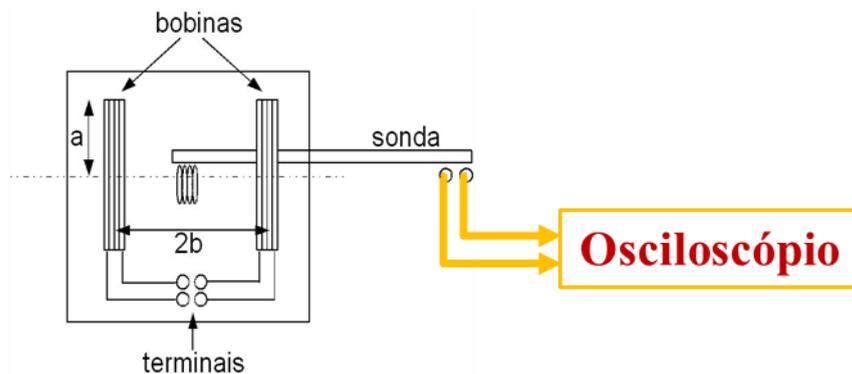


Figura 5: Esquema de montagem da bobina de Helmholtz com o sensor do nosso laboratório

A equação para o campo magnético gerado por esse tipo de bobina é:

$$B_Z = \frac{8 \mu_0 N I}{5^{\frac{3}{2}} a}$$

onde: $\mu_0 = 4 \pi \times 10^{-7} \text{ N.A}^{-2}$ (valor exato); N é o número de espiras em cada bobina;

I é corrente que alimenta a bobina; a é o raio da bobina.

Assuma os seguintes valores para a bobina de Helmholtz:

$$N = (31,0 \pm 0,5) \text{ espiras}$$

$$a = (14,9 \pm 0,2) \text{ cm}$$

Calcule o valor do campo magnético gerado por essa bobina para o V_{pp}^{sensor} fornecido no questionário relativo a essa simulação. Justifique a incerteza.

$$V_{pp}^{\text{sensor}} = 61(3) \text{ mV}$$

$$\mathbf{B} = 0.41 \pm 0,03 \text{ mT}$$

Suponha que estivéssemos no mesmo circuito anterior (substituindo o solenoide longo pela bobina de Helmholtz). Calcule qual deveria ser o valor da corrente que passaria nas bobinas, bem como a tensão pico a pico que seria medida no resistor. Justifique incertezas.

$$I_{\text{circ}} = 2,2 \pm 0,2 \text{ A}$$

$$V_{\text{pp}}^{\text{res}} = 4,3 \pm 0,3 \text{ V}$$

Descreva como é possível usando a sonda descrita nesse guia aferir a direção de um campo magnético gerado por um dispositivo qualquer.

A força eletromotriz depende do produto escalar entre área da seção transversal da sonda e campo magnético, conforme apresentado na equação (1). Sendo assim, direção que a sonda estiver configurada representa a componente do campo magnético naquela direção. Quando a f.e.m. medida na sonda for máxima, a normal dessa área será paralela ao campo \mathbf{B} , indicando a sua direção naquele ponto.