

# LOM3202 – CIRCUITOS ELÉTRICOS

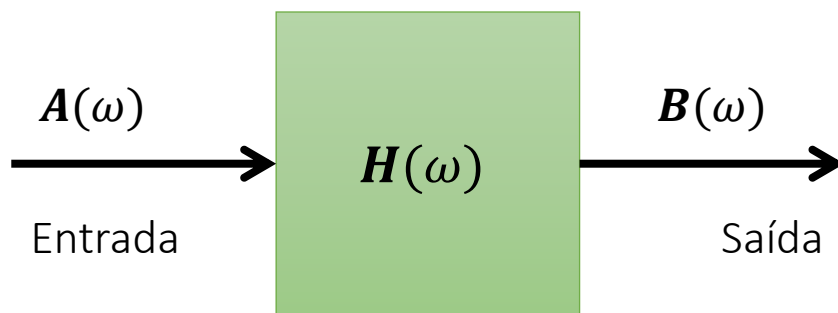
## AULA 11

Prof. Dr. Emerson G. Melo

- ❑ Função de Transferência;
- ❑ Decibel;
- ❑ Resposta em Frequência;
- ❑ Ressonância;
  - ❑ Série;
  - ❑ Paralela;
- ❑ Filtros;
  - ❑ Passa-Baixas;
  - ❑ Passa-Altas;
  - ❑ Passa-Faixa;
  - ❑ Rejeita-Faixa.

# Função de Transferência

- ❑ A Função de Transferência  $\mathbf{H}(\omega)$  de um circuito é a razão, dependente da frequência, entre uma entrada fasorial e uma saída fasorial;
- ❑ A saída  $\mathbf{B}(\omega)$  fasorial geralmente é dada pela tensão ou corrente de um elemento do circuito;
- ❑ A entrada  $\mathbf{A}(\omega)$  fasorial geralmente é definida por uma fonte de tensão ou corrente.



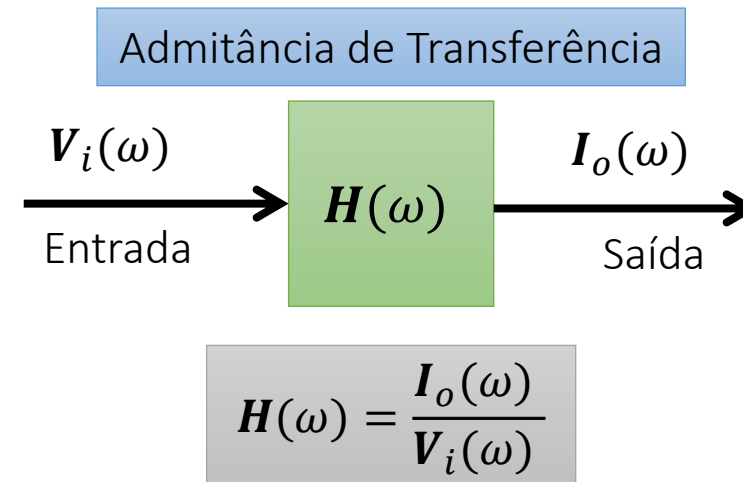
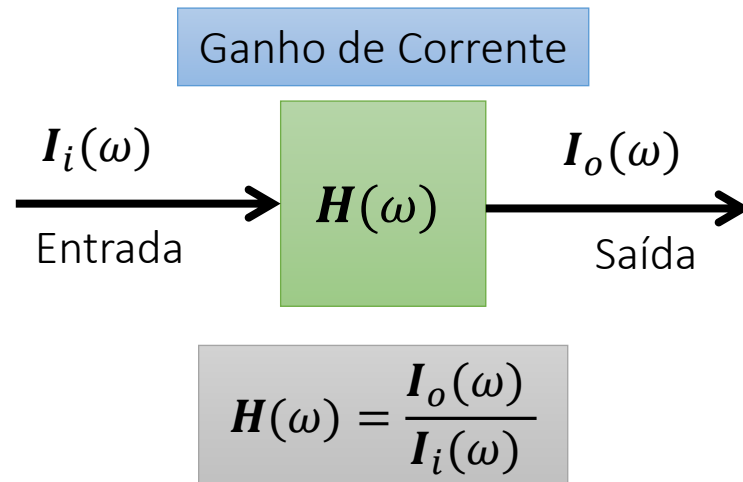
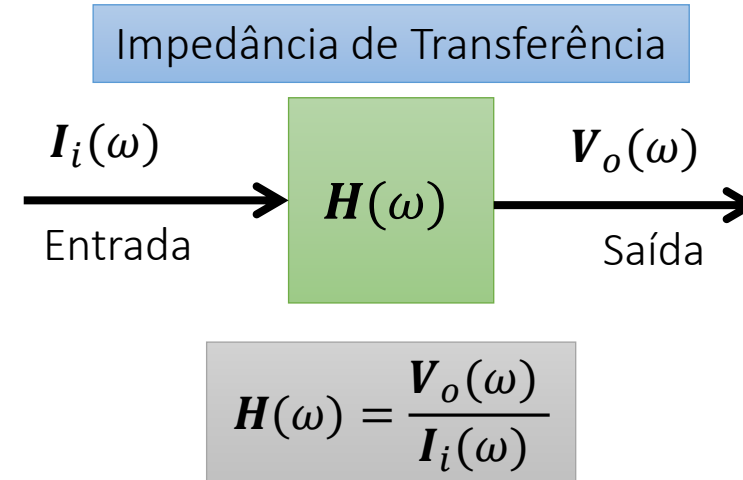
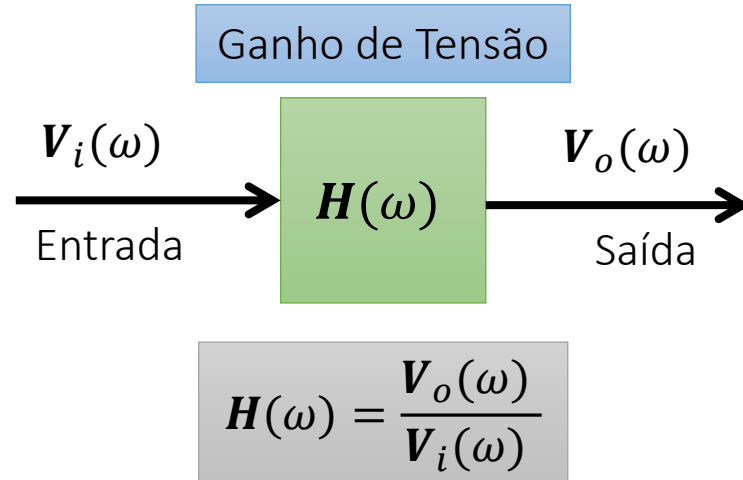
$$\mathbf{H}(\omega) = \frac{\mathbf{B}(\omega)}{\mathbf{A}(\omega)}$$

$$\mathbf{B}(\omega) = \mathbf{H}(\omega)\mathbf{A}(\omega)$$

As vezes  $\mathbf{H}(\omega)$  é indicada como  $\mathbf{H}(j\omega)$

Conhecendo a função de transferência é possível determinar a saída em função do estímulo de entrada.

# Função de Transferência



- Bel (B): Valor adimensional utilizado para comparar uma quantidade de energia ou potência à um valor de referência em escala logarítmica.

$$B = \log_{10} \frac{P_2}{P_1}$$

$$\begin{array}{l} P_1 = 2W \\ P_2 = 4W \end{array} \quad \log_{10} \frac{4}{2} = 0,3 B$$

$$\begin{array}{l} P_1 = 1W \\ P_2 = 0,1W \end{array} \quad \log_{10} \frac{0,1}{1} = -1 B$$

- Decibel (dB): Um décimo de um Bel.

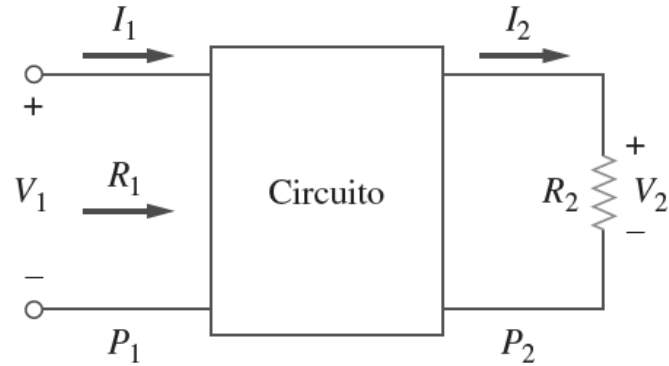
$$1 dB = \frac{1 B}{10}$$

$$10 dB = 1 B$$

$$\begin{array}{l} P_1 = 2W \\ P_2 = 4W \end{array} \quad 10 \log_{10} \frac{4}{2} = 3 dB$$

$$\begin{array}{l} P_1 = 1W \\ P_2 = 0,1W \end{array} \quad 10 \log_{10} \frac{0,1}{1} = -10 dB$$

# Decibel



## Ganho Potência

$$G_{dB} = 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1}$$

## Ganho de Corrente

$$G_{dB} = 20 \log_{10} \frac{I_2}{I_1}$$

## Ganho de Tensão

$$G_{dB} = 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1} = 10 \log_{10} \frac{V_2^2 / R_2}{V_1^2 / R_1}$$

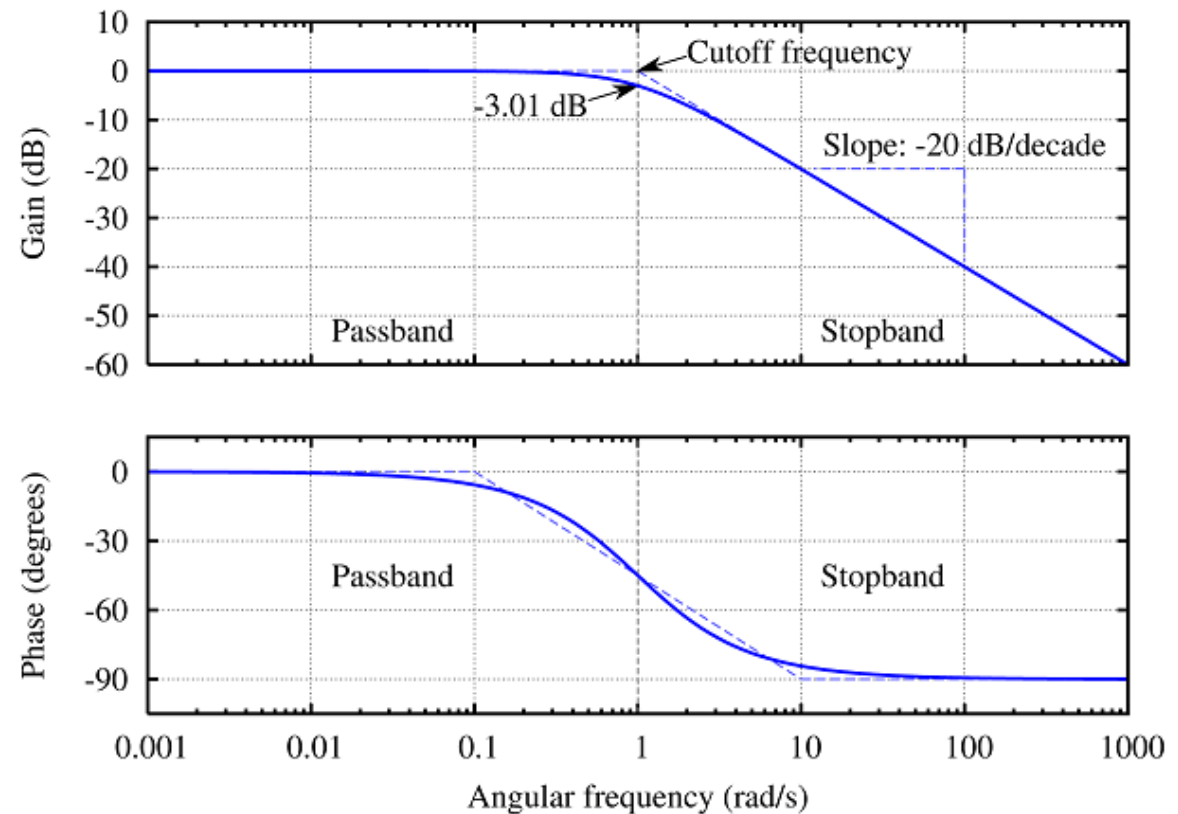
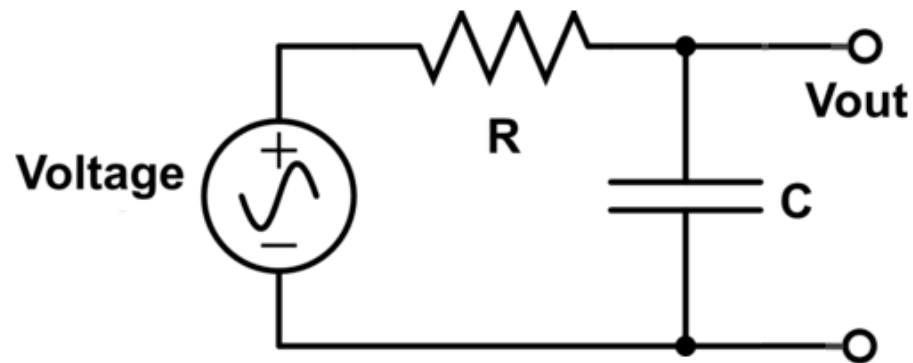
$$G_{dB} = 10 \log_{10} \frac{V_2^2}{V_1^2} \frac{R_1}{R_2} = 10 \log_{10} \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^2 - 10 \log_{10} \frac{R_2}{R_1}$$

Considerando  $R_1 = R_2$ :

$$G_{dB} = 20 \log_{10} \frac{V_2}{V_1}$$

# Resposta em Frequência

- ❑ A resposta em frequência de um circuito descreve suas alterações de comportamento em função da mudança da frequência de operação.
- ❑ Geralmente é definida em termos de amplitude (Ganho) e fase.



- ❑ Ressonância é um fenômeno característico de qualquer sistema onde ocorra transferência de energia entre dois ou mais elementos.
- ❑ Em um circuito RLC a condição de ressonância é caracterizada pela igualdade, em módulo, entre a reatâncias capacitiva e indutiva.
- ❑ Circuitos ressonantes são muito úteis em circuitos elétricos, principalmente em sistemas de comunicação onde é necessário selecionar uma faixa específica de frequências ou fazer a separação entre sinais multiplexados.

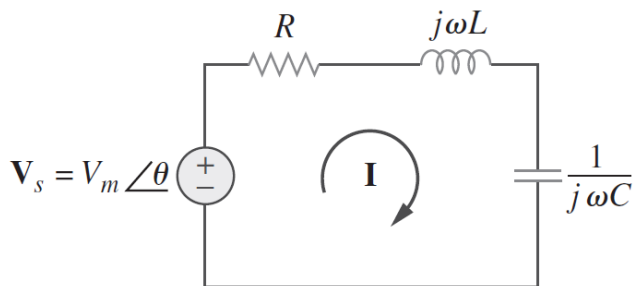
$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -jX_C$$

$$Z_L = j\omega L = jX_L$$

Condição de Ressonância de Circuito RLC

$$X_C = X_L$$

# Ressonância: Circuito RLC Série



$$\frac{1}{\omega C} = X_C \quad \omega L = X_L$$

$$\mathbf{H}(\omega) = \mathbf{Z}$$

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_C$$

$$\mathbf{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

$$\mathbf{Z} = R + j(X_L - X_C)$$

Na Condição de Ressonância:

$$X_C = X_L$$

$$\mathbf{Z} = R$$

Frequência de Ressonância ( $\omega_0$ ) ou ( $f_0$ )

$$X_C = X_L$$

$$\frac{1}{\omega_0 C} = \omega_0 L$$

$$\frac{1}{LC} = \omega_0^2$$

$$\frac{1}{LC} = \omega_0^2$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

rad/s

$$\omega_0 = 2\pi f_0$$

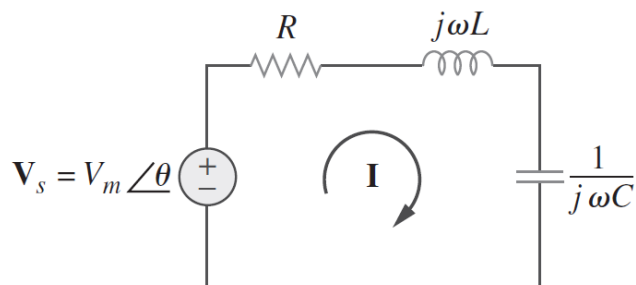
$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Hz

Na condição de ressonância:

- ☐ O circuito se torna puramente resistivo;
- ☐ O indutor e o capacitor se comportam como um curto-circuito;
- ☐ A impedância é mínima;
- ☐ É atingida a máxima corrente;
- ☐ As fases da tensão e da corrente são iguais.

# Ressonância: Circuito RLC Série



Admitância de Transferência

$$H(\omega) = \frac{I(\omega)}{V_i(\omega)}$$

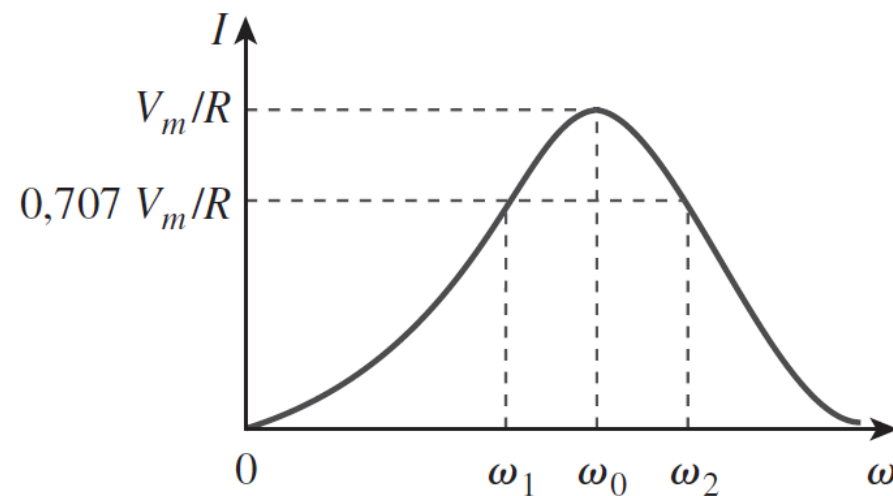
$$I(\omega) = H(\omega)V_i(\omega)$$

$$I(\omega) = \frac{V_i(\omega)}{Z(\omega)}$$

Resposta em Frequência: Amplitude da Corrente  $I$

$$I = |I| = \frac{\sqrt{V_i V_i^*}}{\sqrt{Z Z^*}} = \frac{\sqrt{V_m e^{j\phi} V_m e^{-j\phi}}}{\sqrt{Z e^{j\theta} Z e^{-j\theta}}} = \frac{\sqrt{V_m V_m}}{\sqrt{Z Z}} = \frac{V_m}{Z}$$

$$I = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$$



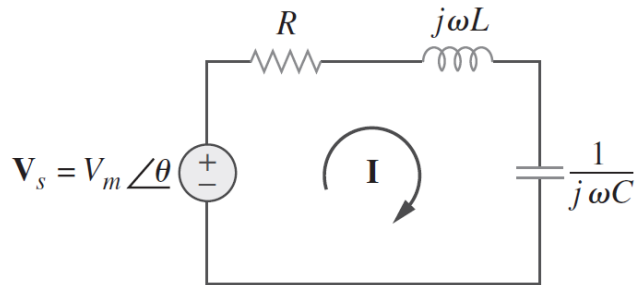
$$Z = R + j(X_L - X_C)$$

Magnitude Número Complexo

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

# Ressonância: Circuito RLC Série



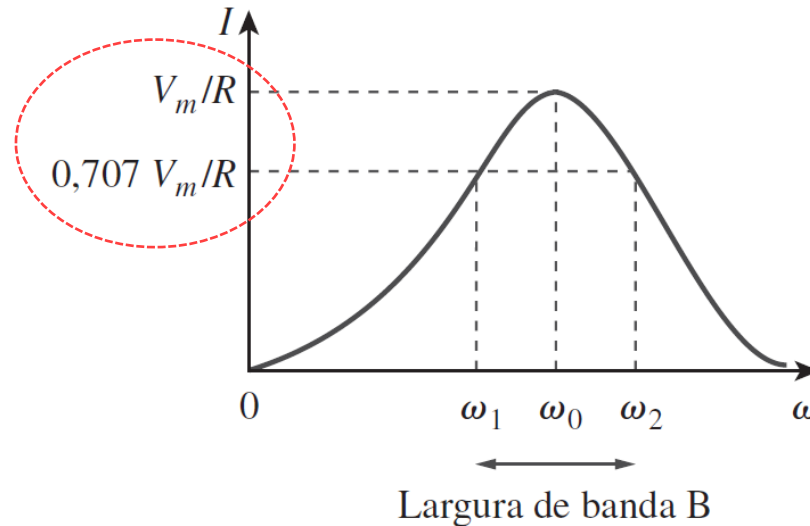
Admitância de Transferência

$$H(\omega) = \frac{I(\omega)}{V_i(\omega)}$$

$$I(\omega) = H(\omega)V_i(\omega)$$

$$I(\omega) = \frac{V_i(\omega)}{Z(\omega)}$$

$$I = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$$



Frequências de Meia Potência

$$\omega_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$$

$$\omega_2 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$$

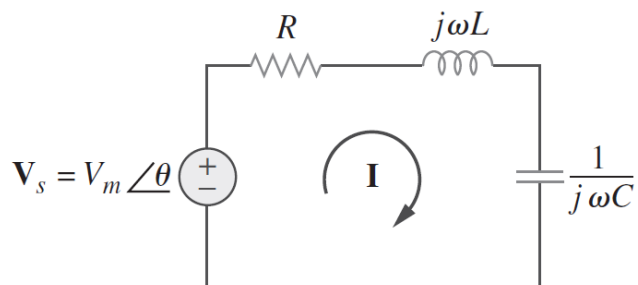
Largura de banda (Bandwidth)

$$B = \omega_2 - \omega_1$$

Tensão de Meia Potência:  $0,707V_m$

$$\frac{1}{2}P(\omega) = \frac{1}{2} \frac{V_m^2}{2R} = \frac{V_m^2}{4R} = \frac{V_m^2/\sqrt{2}^2}{2R} = \frac{(V_m/\sqrt{2})^2}{2R} = \frac{(0,707V_m)^2}{2R}$$

# Ressonância: Circuito RLC Série



Fator de Qualidade (Q)

$$Q = \omega_0 \frac{\text{Máxima energia armazenada}}{\text{Energia dissipada em um período}} = \omega_0 \frac{LI^2}{RI^2} = \omega_0 \frac{L}{R}$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{X_{L0}}{R} = \frac{X_{C0}}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR}$$

Relação entre fator de qualidade (Q) e largura de banda (B):

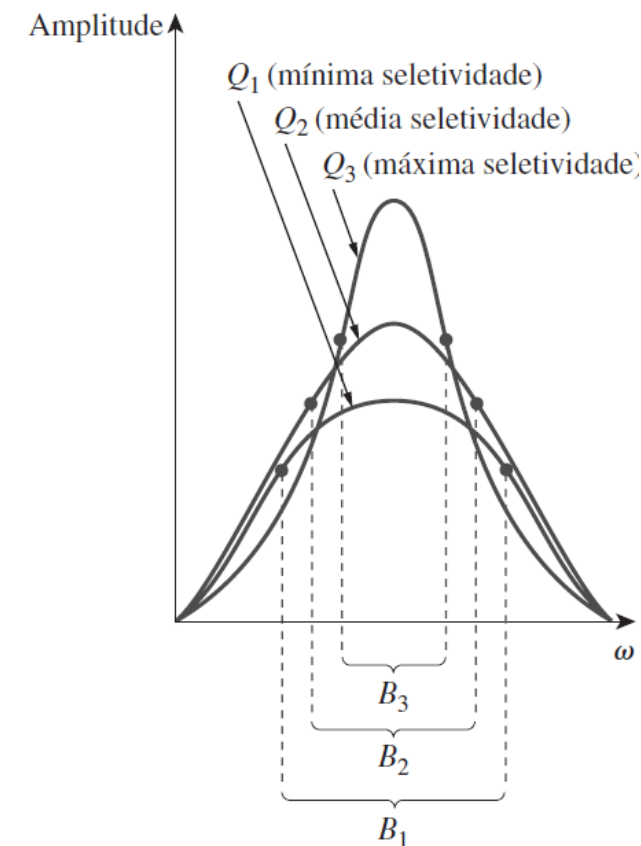
$$B = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{2L} \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} + \frac{R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} = \frac{2R}{2L}$$

$$B = \frac{R}{L} = \frac{\omega_0}{Q}$$

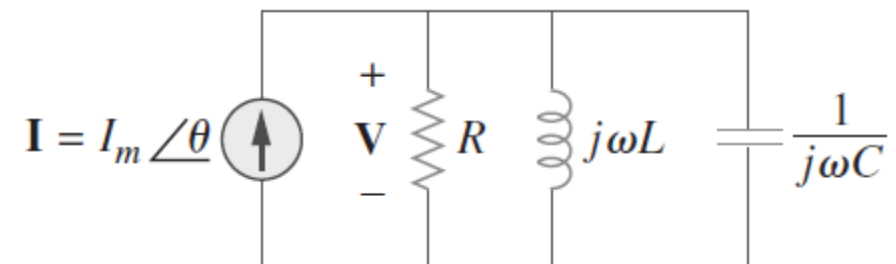
Para circuitos de Q elevado ( $Q > 10$ ):

$$\omega_1 \approx \omega_0 - \frac{B}{2}$$

$$\omega_2 \approx \omega_0 + \frac{B}{2}$$



# Ressonância: Circuito RLC Série



Frequências de Meia Potência em função de  $\omega_0$  e  $Q$ :

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{X_{L0}}{R} = \frac{X_{C0}}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R}$$

$$\frac{R}{L} = \frac{Q}{\omega_0}$$

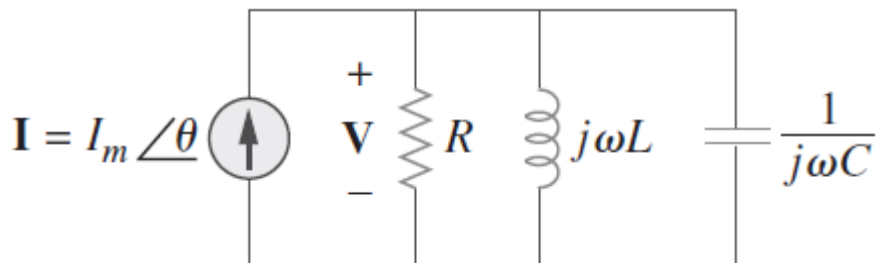
$$C = \frac{1}{\omega_0 Q R}$$

$$L = \frac{Q R}{\omega_0}$$

$$\omega_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} = -\frac{\omega_0}{2Q} + \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2Q}\right)^2 + \omega_0^2} = -\frac{\omega_0}{2Q} + \omega_0 \sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2 + 1} = \omega_0 \sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2 + 1} - \frac{\omega_0}{2Q}$$

$$\omega_2 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} = \frac{\omega_0}{2Q} + \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2Q}\right)^2 + \omega_0^2} = \frac{\omega_0}{2Q} + \omega_0 \sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2 + 1} = \omega_0 \sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2 + 1} + \frac{\omega_0}{2Q}$$

# Ressonância: Circuito RLC Paralelo



$$\frac{1}{\omega C} = X_C \quad \omega L = X_L$$

$$H(\omega) = Y = \frac{1}{Z}$$

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C}$$

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C$$

$$Y = G + j(B_C - B_L)$$

Na Condição de Ressonância:

$$B_C = B_L$$

$$Y = G$$

Frequência de Ressonância ( $\omega_0$ ) ou ( $f_0$ )

$$B_C = B_L$$

$$\frac{1}{\omega_0 L} = \omega_0 C$$

$$\frac{1}{LC} = \omega_0 \omega_0$$

$$\frac{1}{LC} = \omega_0^2$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

rad/s

$$\omega_0 = 2\pi f_0$$

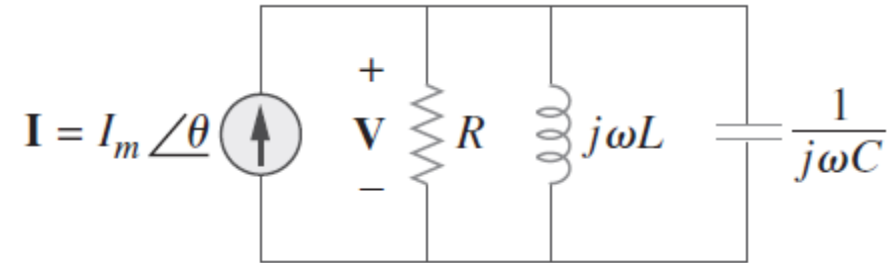
$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Hz

Na condição de ressonância:

- ☐ O circuito se torna puramente resistivo;
- ☐ O indutor e o capacitor se comportam como um circuito aberto;
- ☐ A impedância é máxima;
- ☐ É atingida a máxima tensão;
- ☐ As fases da tensão e da corrente são iguais.

# Ressonância: Circuito RLC Paralelo



Impedância de Transferência

$$H(\omega) = \frac{V(\omega)}{I(\omega)}$$

$$V(\omega) = H(\omega)I(\omega)$$

$$V(\omega) = Z(\omega)I(\omega)$$

$$V(\omega) = \frac{I(\omega)}{Y(\omega)}$$

Resposta em Frequência: Amplitude da Tensão  $V$

$$V = |V| = \frac{\sqrt{II^*}}{\sqrt{YY^*}} = \frac{\sqrt{I_m e^{j\theta} I_m e^{-j\theta}}}{\sqrt{Y e^{j\theta} Y e^{-j\theta}}} = \frac{\sqrt{I_m I_m}}{\sqrt{YY}} = \frac{I_m}{Y}$$

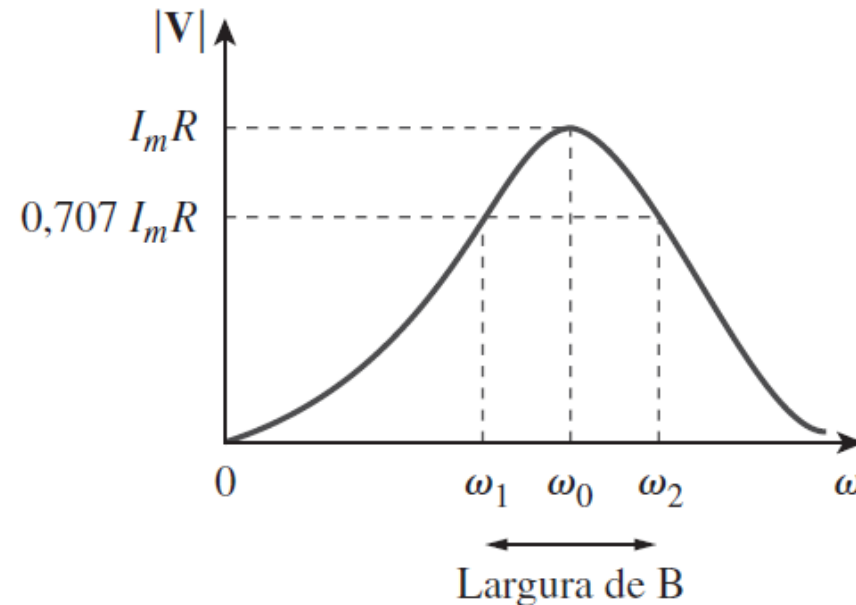
$$Y = G + j(B_C - B_L)$$

Magnitude Número Complexo

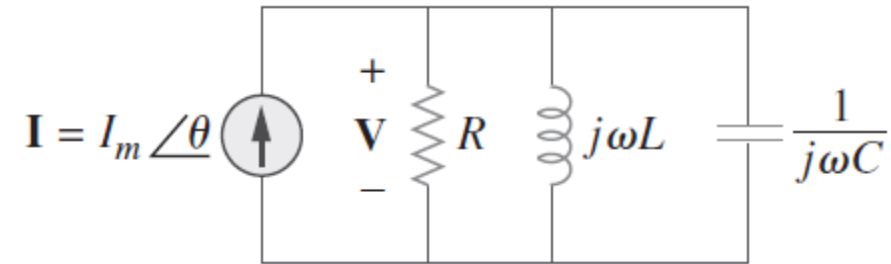
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2}$$

$$V = \frac{I_m}{\sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2}} = \frac{I_m}{\sqrt{(1/R)^2 + (1/\omega C - \omega L)^2}}$$



# Ressonância: Circuito RLC Paralelo

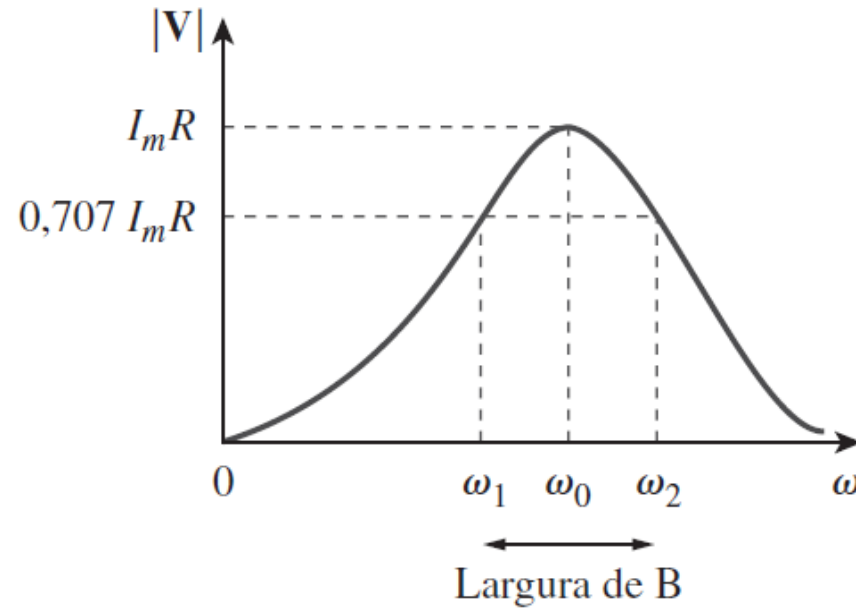


$$V = \frac{I_m}{\sqrt{(1/R)^2 + (1/\omega C - \omega L)^2}}$$

Frequências de Meia Potência

$$\omega_1 = -\frac{1}{2RC} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2RC} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$$



$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$$

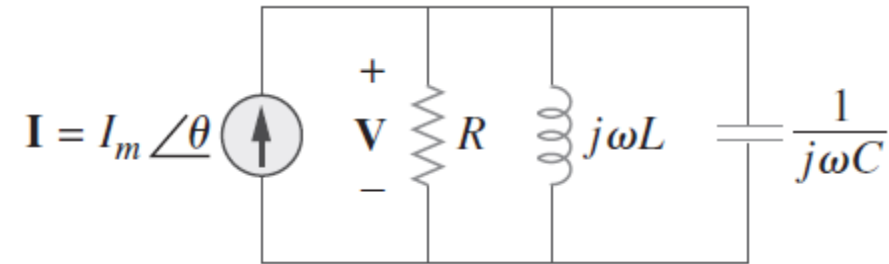
Largura de banda (Bandwidth)

$$B = \omega_2 - \omega_1$$

Corrente de Meia Potência:  $0,707 I_m$

$$\frac{1}{2} P(\omega) = \frac{1}{2} \frac{R I_m^2}{2} = \frac{R I_m^2}{4} = \frac{R I_m^2 / \sqrt{2}^2}{2} = \frac{R (I_m / \sqrt{2})^2}{2} = \frac{R (0,707 I_m)^2}{2}$$

# Ressonância: Circuito RLC Paralelo



Fator de Qualidade (Q)

$$Q = \omega_0 \frac{\text{Máxima energia armazenada}}{\text{Energia dissipada em um período}} = \omega_0 \frac{CV^2}{V^2/R} = \omega_0 \frac{RCV^2}{V^2}$$

$$Q = \omega_0 RC = \frac{R}{B_{C0}} = \frac{R}{B_{L0}} = \frac{R}{\omega_0 L}$$

Relação entre fator de qualidade (Q) e largura de banda (B):

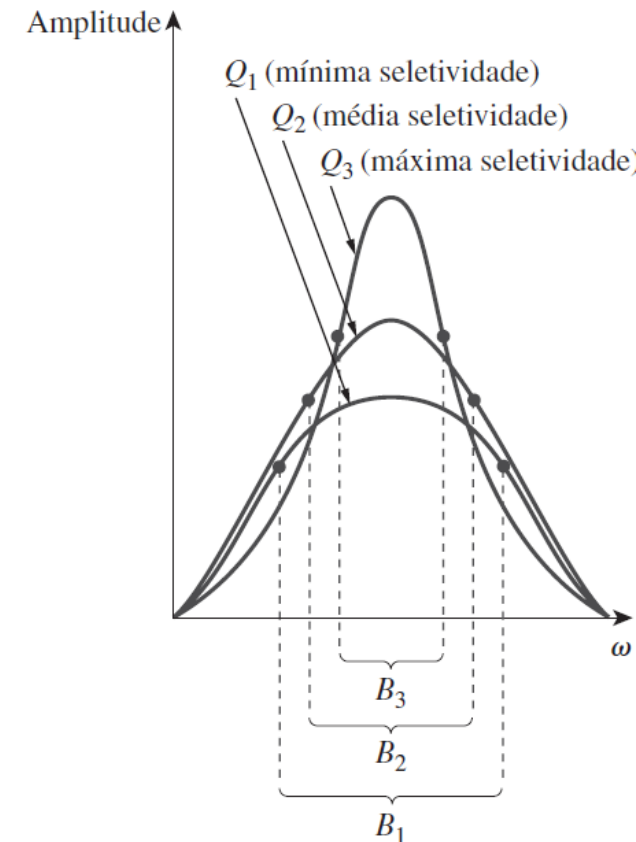
$$B = \omega_2 - \omega_1 = \frac{1}{2RC} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 + \frac{1}{LC}} + \frac{1}{2RC} - \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 + \frac{1}{LC}} = \frac{2}{2RC}$$

$$B = \frac{1}{RC} = \frac{\omega_0}{Q}$$

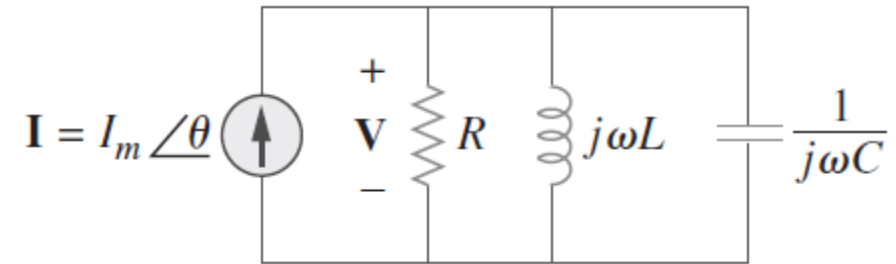
Para circuitos de Q elevado ( $Q > 10$ ):

$$\omega_1 \approx \omega_0 - \frac{B}{2}$$

$$\omega_2 \approx \omega_0 + \frac{B}{2}$$



# Ressonância: Circuito RLC Paralelo



Frequências de Meia Potência em função de  $\omega_0$  e  $Q$ :

$$Q = \omega_0 RC = \frac{R}{X_{C0}} = \frac{R}{X_{L0}} = \frac{R}{\omega_0 L}$$

$$RC = \frac{Q}{\omega_0}$$

$$C = \frac{Q}{\omega_0 R}$$

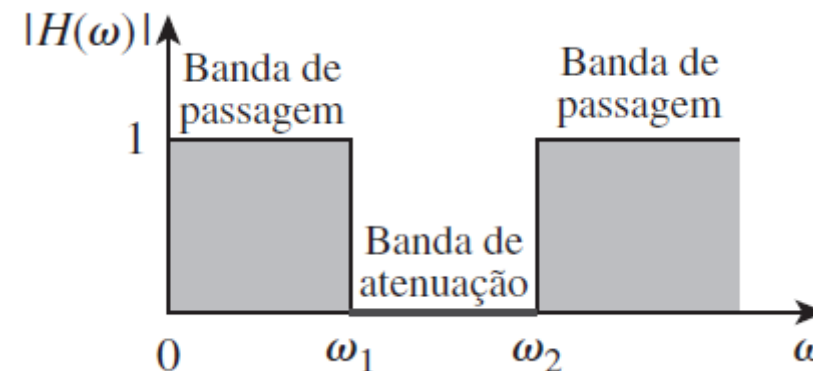
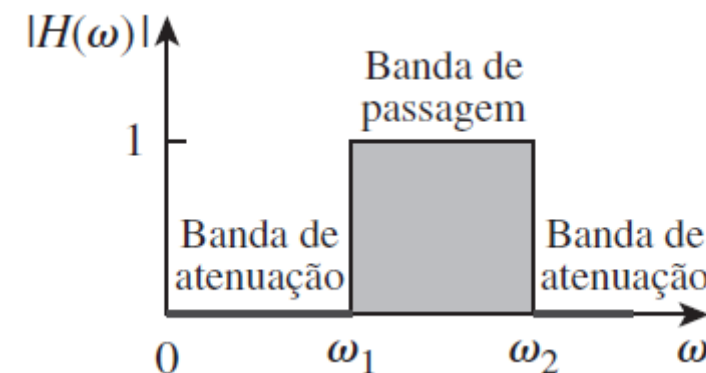
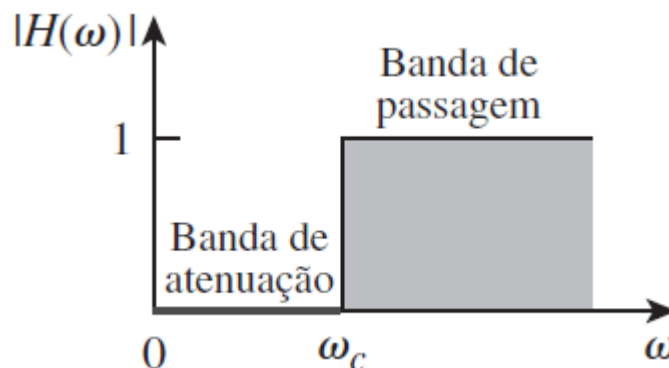
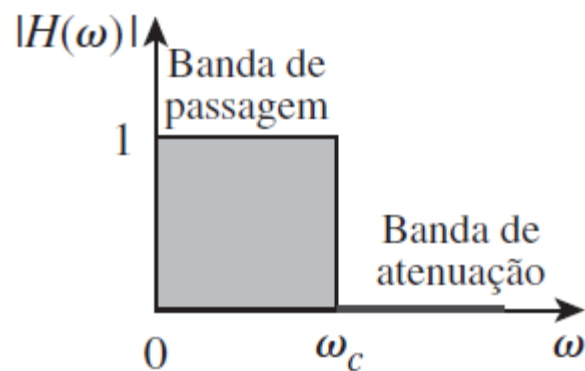
$$L = \frac{R}{\omega_0 Q}$$

$$\omega_1 = -\frac{1}{2RC} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 + \frac{1}{LC}} = -\frac{\omega_0}{2Q} + \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2Q}\right)^2 + \omega_0^2} = -\frac{\omega_0}{2Q} + \omega_0 \sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2 + 1} = \omega_0 \sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2 + 1} - \frac{\omega_0}{2Q}$$

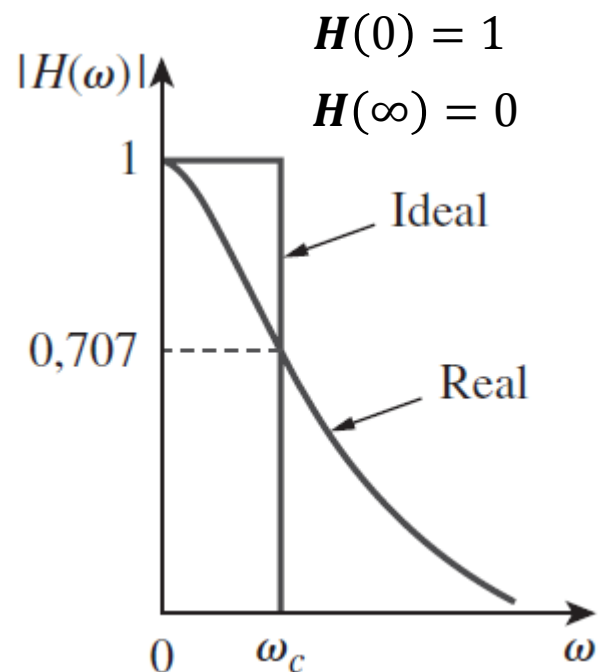
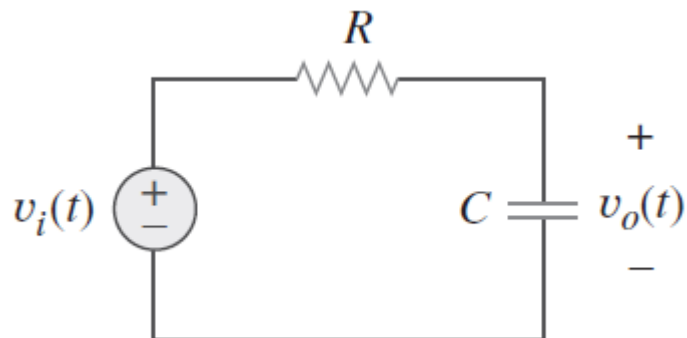
$$\omega_2 = \frac{1}{2RC} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 + \frac{1}{LC}} = \frac{\omega_0}{2Q} + \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2Q}\right)^2 + \omega_0^2} = \frac{\omega_0}{2Q} + \omega_0 \sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2 + 1} = \omega_0 \sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2 + 1} + \frac{\omega_0}{2Q}$$

□ São circuitos projetados para selecionar faixa específica de frequências, rejeitar ou atenuar outras. Podem ser formados por circuitos passivos ou ativos. De acordo com sua construção e finalidade, recebem as seguintes classificações:

- Filtro Passa-Baixas;
- Filtro Passa-Altas;
- Filtro Passa-Faixa (Banda);
- Filtro Rejeita-Faixa (Banda).



# Filtro Passa-Baixas



## Função de Transferência

$$H(\omega) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \times \frac{1 - j\omega RC}{1 - j\omega RC} = \frac{1 - j\omega RC}{1 + (\omega RC)^2} = \frac{1}{1 + (\omega RC)^2} - \frac{j\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}$$

## Resposta em Amplitude

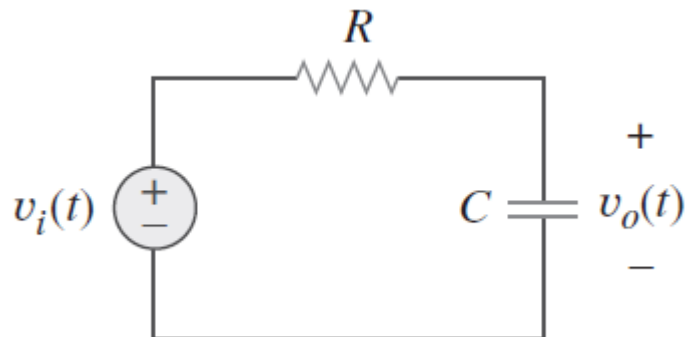
$$|H(\omega)| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{1 + (\omega RC)^2}\right)^2 + \left(-\frac{\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{[1 + (\omega RC)^2]^2} + \frac{(\omega RC)^2}{[1 + (\omega RC)^2]^2}}$$

$$|H(\omega)| = \sqrt{\frac{1 + (\omega RC)^2}{[1 + (\omega RC)^2]^2}} = \sqrt{\frac{1}{1 + (\omega RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

## Fase

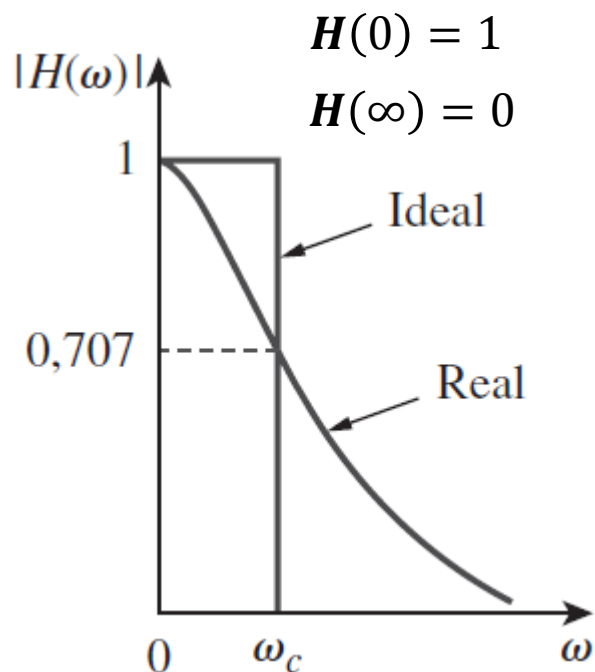
$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{-\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}}{\frac{1}{1 + (\omega RC)^2}}\right) = -\tan^{-1}(\omega RC)$$

# Filtro Passa-Baixas



$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

$$\phi = -\tan^{-1}(\omega RC)$$



Frequência de corte ( $\omega_c$ )

Obtida no ponto de meia potência, quando:  $|H(\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_c RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

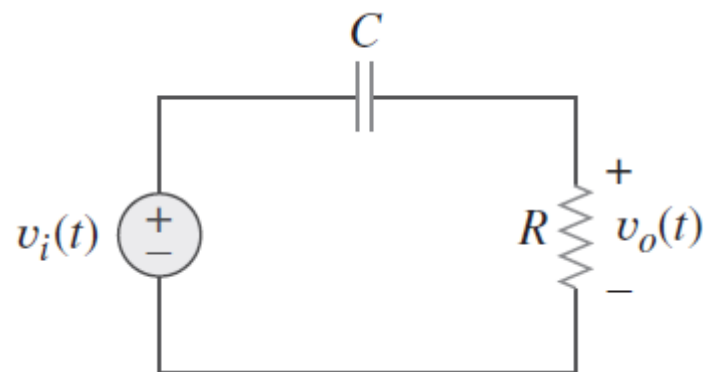
$$1^2 = \frac{1 + (\omega_c RC)^2}{2}$$

$$2 - 1 = (\omega_c RC)^2$$

$$\sqrt{1} = \omega_c RC$$

$$\omega_c = \frac{1}{RC}$$

# Filtro Passa-Altas



## Função de Transferência

$$H(\omega) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{R}{R + 1/j\omega C} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \times \frac{1 - j\omega RC}{1 - j\omega RC} = \frac{(\omega RC)^2 + j\omega RC}{1 + (\omega RC)^2} = \frac{(\omega RC)^2}{1 + (\omega RC)^2} + \frac{j\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}$$

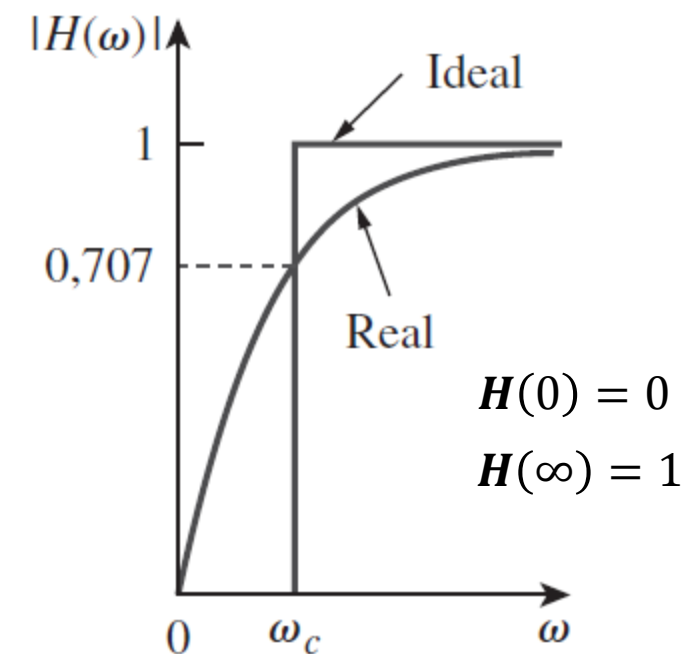
## Resposta em Amplitude

$$|H(\omega)| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(\frac{(\omega RC)^2}{1 + (\omega RC)^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}\right)^2} = \sqrt{\frac{(\omega RC)^4}{[1 + (\omega RC)^2]^2} + \frac{(\omega RC)^2}{[1 + (\omega RC)^2]^2}}$$

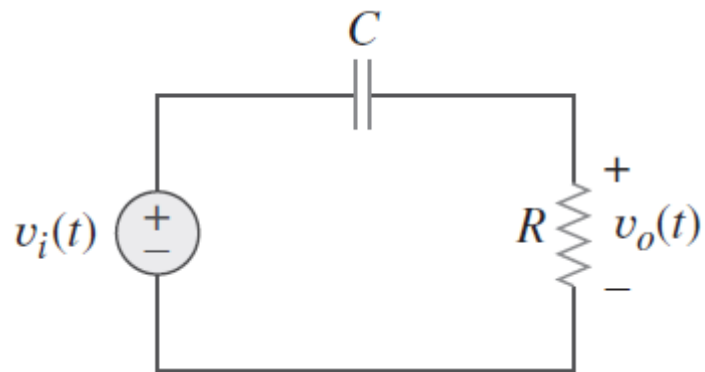
$$|H(\omega)| = \sqrt{\frac{(\omega RC)^4 + (\omega RC)^2}{[1 + (\omega RC)^2]^2}} = \sqrt{\frac{[1 + (\omega RC)^2](\omega RC)^2}{[1 + (\omega RC)^2]^2}} = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

## Fase

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}}{\frac{(\omega RC)^2}{1 + (\omega RC)^2}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\omega RC}{1 + (\omega RC)^2} \frac{1 + (\omega RC)^2}{(\omega RC)^2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\omega RC}\right)$$

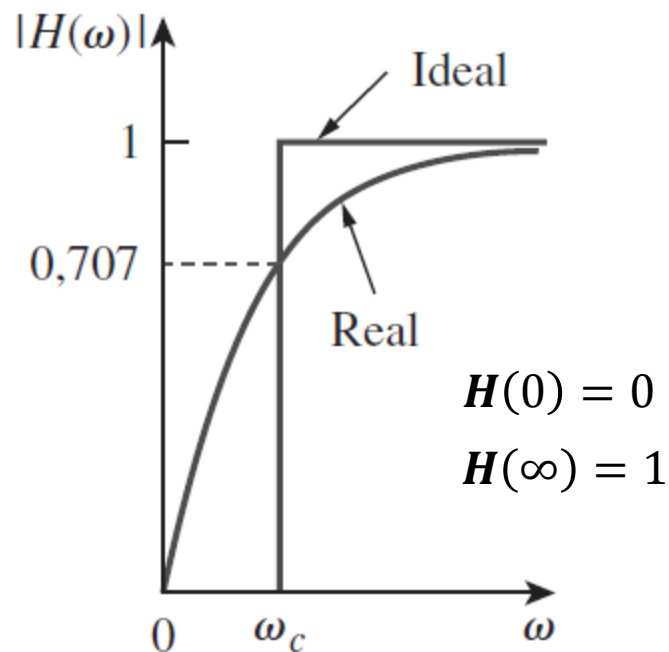


# Filtro Passa-Altas



$$|H(\omega)| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{1}{\omega RC} \right)$$



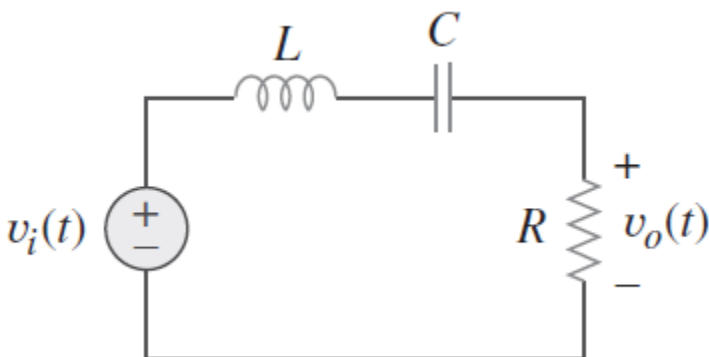
Frequência de corte ( $\omega_c$ )

Obtida no ponto de meia potência, quando:  $|H(\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\frac{\omega_c RC}{\sqrt{1^2 + (\omega_c RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\omega_c RC)^2 = \frac{1 + (\omega_c RC)^2}{2} \quad 2(\omega_c RC)^2 = 1 + (\omega_c RC)^2$$

$$2 = \frac{1 + (\omega_c RC)^2}{(\omega_c RC)^2} = \frac{1}{(\omega_c RC)^2} + 1 \quad (\omega_c RC)^2 = 1 \quad \sqrt{1} = \omega_c RC \quad \omega_c = \frac{1}{RC}$$

# Filtro Passa-Faixa (Banda)



## Função de Transferência

$$H(\omega) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{R}{R + j(\omega L - 1/\omega C)} = \frac{R}{R + j(\omega L - 1/\omega C)} \times \frac{R - j(\omega L - 1/\omega C)}{R - j(\omega L - 1/\omega C)} = \frac{R^2 - jR(\omega L - 1/\omega C)}{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$$
$$H(\omega) = \frac{R^2}{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} - j \frac{R(\omega L - 1/\omega C)}{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$$

## Resposta em Amplitude

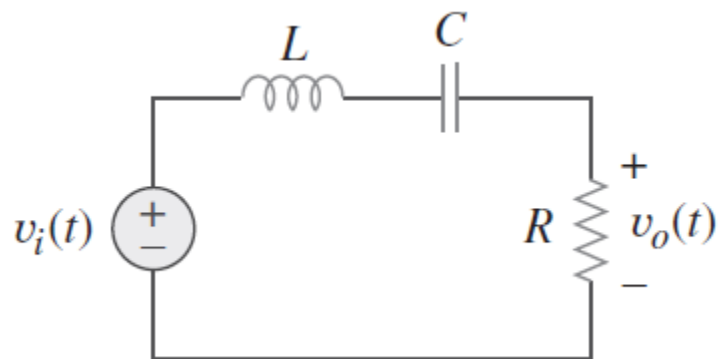
$$|H(\omega)| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(\frac{R^2}{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}\right)^2 + \left(-\frac{R(\omega L - 1/\omega C)}{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}\right)^2} = \sqrt{\frac{R^4 + R^2(\omega L - 1/\omega C)^2}{[R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2]^2}} = \sqrt{\frac{R^2[R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2]}{[R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2]^2}}$$

$$|H(\omega)| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\frac{R^2}{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$$

## Fase

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-\frac{R(\omega L - 1/\omega C)}{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}{\frac{R^2}{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}\right) = \tan^{-1}\left(-\frac{R(\omega L - 1/\omega C)}{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} \frac{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}{R^2}\right) = -\tan^{-1}\left(\frac{\omega L - 1/\omega C}{R}\right)$$

# Filtro Passa-Faixa (Banda)



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Frequências de Meia Potência

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$$

$$\omega_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} = \omega_0 \sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2 + 1} - \frac{\omega_0}{2Q}$$

$$\omega_2 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} = \omega_0 \sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2 + 1} + \frac{\omega_0}{2Q}$$

$$|H(\omega_c)| = \frac{V_o}{V_i} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$$

$$\phi = -\tan^{-1} \left( \frac{\omega L - 1/\omega C}{R} \right)$$

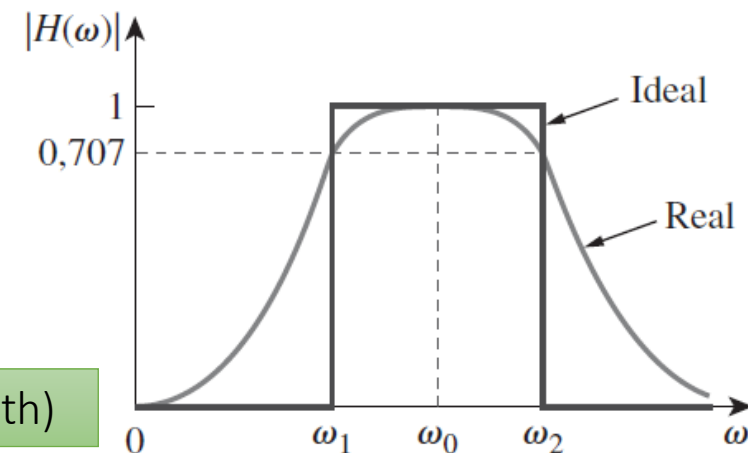
Fator de Qualidade (Q)

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R}$$

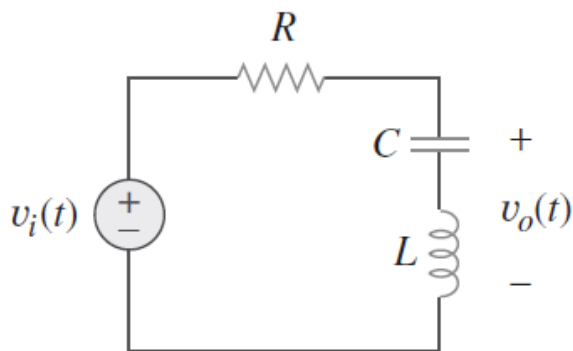
Largura de banda (Bandwidth)

$$B = \omega_2 - \omega_1$$

$$B = \frac{R}{L} = \frac{\omega_0}{Q}$$



# Filtro Rejeita-Faixa (Banda)



## Função de Transferência

$$H(\omega) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{j(\omega L - 1/\omega C)}{R + j(\omega L - 1/\omega C)} = \frac{1}{1 - jR/(\omega L - 1/\omega C)} = \frac{1}{1 - jR/(\omega L - 1/\omega C)} \times \frac{1 + jR/(\omega L - 1/\omega C)}{1 + jR/(\omega L - 1/\omega C)}$$
$$H(\omega) = \frac{1 + jR/(\omega L - 1/\omega C)}{1^2 + [R/(\omega L - 1/\omega C)]^2} = \frac{1}{1 + [R/(\omega L - 1/\omega C)]^2} + \frac{jR/(\omega L - 1/\omega C)}{1 + [R/(\omega L - 1/\omega C)]^2}$$

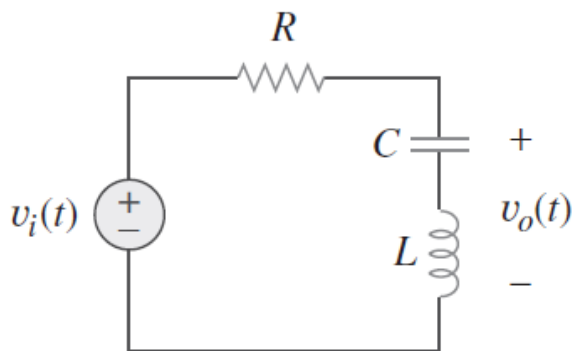
## Resposta em Amplitude

$$|H(\omega)| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{1 + [R/(\omega L - 1/\omega C)]^2}\right)^2 + \left(\frac{R/(\omega L - 1/\omega C)}{1 + [R/(\omega L - 1/\omega C)]^2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1 + [R/(\omega L - 1/\omega C)]^2}{\{1 + [R/(\omega L - 1/\omega C)]^2\}^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + [R/(\omega L - 1/\omega C)]^2}}$$

## Fase

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{R/(\omega L - 1/\omega C)}{1 + [R/(\omega L - 1/\omega C)]^2}}{\frac{1}{1 + [R/(\omega L - 1/\omega C)]^2}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{R/(\omega L - 1/\omega C)}{1}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{R}{\omega L - 1/\omega C}\right)$$

# Filtro Rejeita-Faixa (Banda)



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Frequências de Meia Potência

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$$

$$\omega_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} = \omega_0 \sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2 + 1} - \frac{\omega_0}{2Q}$$

$$\omega_2 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} = \omega_0 \sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2 + 1} + \frac{\omega_0}{2Q}$$

$$|H(\omega_c)| = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{\sqrt{1 + [R/(\omega L - 1/\omega C)]^2}}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{R}{\omega L - 1/\omega C} \right)$$

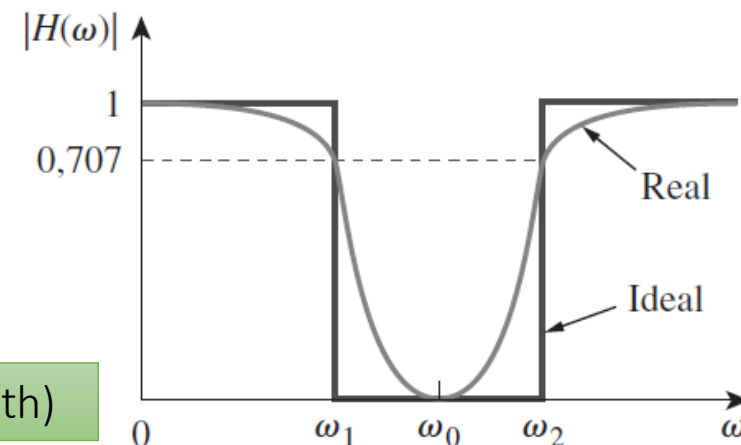
Fator de Qualidade (Q)

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R}$$

Largura de banda (Bandwidth)

$$B = \omega_2 - \omega_1$$

$$B = \frac{R}{L} = \frac{\omega_0}{Q}$$



❑ 1 – Um circuito RLC Série possui  $R = 4\Omega$  e  $L = 25\text{ mH}$ . (a) Calcule o valor de  $C$  que produzirá um fator de qualidade  $Q = 50$ ; (b) Determine  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  e  $B$ ;

❑ Respostas:

$$C = 0,625\ \mu\text{F}$$

$$\omega_1 = 7920\text{ rad/s} \quad \omega_2 = 8080\text{ rad/s} \quad B = 160\text{ rad/s}$$

□2 – Um circuito RLC Paralelo possui  $R = 100\text{ k}\Omega$ ,  $L = 20\text{ mH}$  e  $C = 5\text{ nF}$ .  
Calcule  $\omega_0$ ,  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $Q$  e  $B$ .

□Respostas:

$$\omega_0 = 100\text{ krad/s} \quad \omega_1 = 99\text{ krad/s} \quad \omega_2 = 101\text{ krad/s} \quad Q = 50 \quad B = 2\text{ krad/s}$$

- ❑ J. W. Nilsson, e S. A. Riedel, “Electric Circuits”, 9 ed., New York, Prentice Hall (2011).
- ❑ W. H. Hyat, J. E. Kemmerly, e S. M Durbin, “Análise de Circuitos em Engenharia”, 7 ed., São Paulo, McGraw-Hill (2008).
- ❑ C. K. Alexander, e M. N. O. Sadiku, “Fundamentos de Circuitos Elétricos”, 5 ed., Porto Alegre, AMGH (2013).
- ❑ M. N. O. Sadiku, “Elementos de Eletromagnetismo”, 3 ed., Porto Alegre, Bookman (2004).