

Primeira atividade de avaliação do curso Física moderna I – IF diurno 2º sem. 2020.

Professor Tiago Fiorini

30 de setembro de 2020.

Questão 1 (3,0 pontos) – Ao abordar o espectro de emissão de radiação de corpo negro, Max Planck teve de assumir a quantização da energia dos osciladores que emitem as radiações. Ao fazer isso, Planck teve de recalculer a energia média emitida para cada comprimento de onda (ou para cada frequência). Para isso, parte-se da definição do cálculo da média, $\langle E \rangle = \frac{\sum n \cdot \Delta E \cdot f(n \cdot \Delta E)}{\sum f(n \cdot \Delta E)}$, e se assume a função de distribuição de probabilidades de Maxwell $f(E) = e^{-\Delta E/kT} / kT$.

(a) Demonstre que, ao assumir a energia de radiação emitida por um corpo negro como uma variável discreta, a energia média que se obtém é $\langle E \rangle = \frac{\Delta E}{(e^{\Delta E/kT} - 1)}$

(1,0 ponto)

Resposta: Slides 38 a 41 da aula 2 (Evidências da mecânica quântica, parte 1).

(b) Demonstre que, se $\Delta E \rightarrow 0$, $\langle E \rangle = kT$ **(0,5 ponto)**

Resposta:
$$\lim_{\Delta E \rightarrow 0} \langle E \rangle = \lim_{\Delta E \rightarrow 0} \frac{\Delta E}{(e^{\Delta E/kT} - 1)} \approx \frac{\Delta E}{(1 + \Delta E/kT + \dots) - 1} = kT$$

(c) Demonstre que, se $\Delta E \rightarrow \infty$, $\langle E \rangle = 0$ **(0,5 ponto)**

Resposta:
$$\lim_{\Delta E \rightarrow \infty} \langle E \rangle = \lim_{\Delta E \rightarrow \infty} \frac{\Delta E}{(e^{\Delta E/kT} - 1)} = 0$$

(d) Como os resultados dos itens b e c se relacionam com as hipóteses de Rayleigh e Jeans, e à “catástrofe do ultravioleta”? **(1,0 ponto)**

Resposta: A hipótese de Rayleigh e Jeans era a de que a energia média das ondas era kT (assim como o resultado do item b) para qualquer comprimento de onda. Com a hipótese de Plank, existe uma dependência da energia média com o comprimento de onda. Assim, as hipóteses coincidem apenas para comprimentos de onda grandes (onde a demonstração de Rayleigh e Jeans concorda com as medidas experimentais) e divergem para comprimentos de onda pequenos (dando uma solução para a catástrofe do ultravioleta).

Questão 2 (1,0 ponto) – Quando uma luz com um comprimento de onda de 450 nm incide em uma amostra de potássio, fotoelétrons com um potencial de corte de 0,52 V são emitidos. Se o comprimento de onda da luz incidente muda para 300 nm, o potencial de corte muda para 1,90 V. Usando esses dados e os valores calcule:

(a) a função trabalho do potássio **(0,5 ponto)**

$$\text{Resposta: } \begin{cases} 0,52 = \frac{hc}{450} - w_0 & 450 \cdot (0,52 - w_0) = 300 \cdot (1,90 - w_0) \\ 1,90 = \frac{hc}{300} - w_0 & 1,5 \cdot (0,52 - w_0) = (1,90 - w_0) \\ & w_0 = 2,24 \text{ eV} \end{cases}$$

(b) o valor da constante de Planck **(0,5 ponto)**

$$\text{Resposta: } 0,52 = \frac{hc}{450} - 2,24 \Rightarrow hc = 450 \cdot (0,52 + 2,24) = 1242 \text{ eV.nm}$$

$$\text{Com } c = 3 \times 10^8 \text{ m/s temos } h = 4,14 \times 10^{-15} \text{ eV.s} = 6,624 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

Questão 3 (1,0 ponto) – Em 1986, uma astrônoma escocesa chamada Williamina Fleming observou um espectro de emissão com linhas discretas vindo da estrela Naos (Zeta Puppis). Os comprimentos de onda podiam ser descritos pela fórmula de Rydberg, porém se utilizando números semi inteiros ($n/2$) ao invés de números inteiros (n) em n_1 e n_2 . Só em 1913 que Bohr (valendo-se do seu modelo atômico) chegou a conclusão de que esse era o espectro de emissão atômica do He⁺ (um átomo de Hélio com apenas 1 elétron). Isso é considerado uma prova de que existe hélio nas estrelas como um produto das reações nucleares que lá ocorrem. Por que Williamina chegou nessa relação, e por que Bohr fez essa afirmação?

Resposta: *Temos de começar pela demonstração de Bohr para a fórmula de Rydberg:*

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{E_0 Z^2}{hc} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right). \text{ Para o caso de hélio, } Z=2, \text{ o que é equivalente a}$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{E_0 (2)^2}{hc} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) = \frac{E_0}{hc} \left[\left(\frac{2}{n_f} \right)^2 - \left(\frac{2}{n_i} \right)^2 \right]. \text{ Isso explica porque a Williamina chegou}$$

nessa conclusão e também a afirmação de Bohr.

Questão 4 (1,0 ponto) – Um material desconhecido, quando irradiado com um feixe de elétrons, emite raios x cujo espectro apresenta picos de intensidade em determinados comprimentos de onda. Um desses picos possui o comprimento de onda de 0,155 nm. Que material é esse? Justifique.

Resposta: *Com a lei de Moseley para as linhas Ka, encontramos $Z = 28,993$. Com a lei de Moseley para as linhas L, resulta em $Z=72,266$. Note primeiro que Z deve ser um número inteiro, e segundo que o próprio Moseley utilizou a sua lei para reorganizar as posições do níquel e cobalto, cuja diferença de número atômico é de apenas uma unidade. Concluímos então, que a solução para a linha L não é fisicamente possível, logo $Z=29$ (cobre).*

Questão 5 (2,0 pontos) – Segundo o modelo de Bohr, a energia do elétron no átomo de hidrogênio pode assumir valores $E_n = -E_0 / n^2$, com $E_0 = 13,6 \text{ eV}$ e n o número quântico que representa o seu estado.

(a) Usando o quarto postulado de Bohr, demonstre a fórmula de Rydberg. **(1,0 ponto)**

$$\text{Resposta: } \frac{hc}{\lambda} = \Delta E = E_{n_2} - E_{n_1} = -\frac{E_0}{n_2^2} + \frac{E_0}{n_1^2} = E_0 \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{E_0}{hc} \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

(b) Calcule o comprimento de onda limites (inferiores e superiores) das séries de Lyman, Balmer e Paschen do átomo de hidrogênio. **(1,0 ponto)**

Resposta: Série de Lyman ($n_1=1$), Balmer ($n_1=2$) e Paschen ($n_1=3$). Para os limites inferiores de cada série, devemos tomar o limite de $n_2 \rightarrow \infty$. Para os limites superiores, devemos tomar $n_2 = n_1+1$.

	Limite inferior (nm)	Limite superior (nm)
Lyman	90,909	121,212
Balmer	363,646	654,545
Paschen	818,182	1870,130

Questão 6 – Verdadeiro ou falso? Indique se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas, e justifique a sua resposta com sentenças curtas.

(0,5 ponto para cada item)

V F	Um dos sucessos da mecânica quântica é ser completamente compatível com as premissas das 3 leis de Newton para a física clássica
Justificativa	<i>Falso! A mecânica quântica rompe com diversas premissas das leis de Newton, como a suposição de que se conhece a posição e o momento dos corpos com precisão absoluta em todos os instantes ou ser é possível conhecer o estado dos corpos absolutamente.</i>
V F	O efeito fotoelétrico e o efeito Compton se complementam ao mostrar o caráter corpuscular da luz
Justificativa	<i>Verdadeiro! Enquanto o efeito Compton demonstra que a luz é constituída de pacotes localizados que carregam momento linear, o efeito fotoelétrico demonstra que a luz é constituída de pacotes localizados de energia.</i>
V F	Por meio de uma análise dos dados do experimento de Geiger-Marsden, Rutherford estabeleceu um modelo atômico plenamente satisfatório
Justificativa	<i>Falso! Ainda faltava explicar porque os elétrons desenvolvem trajetórias em torno do núcleo sem perderem sua energia por meio de emissão de radiação.</i>
V F	O postuldo de de Broglie afirma que a matéria tem um caráter dual a depender da escala que olhamos
Justificativa	<i>Falso! O caráter dual (onda-corpúsculo) não depende de escala. O caráter ondulatório e o corpuscular se complementam ao mesmo tempo e no mesmo nível. Dependem sim do experimento.</i>