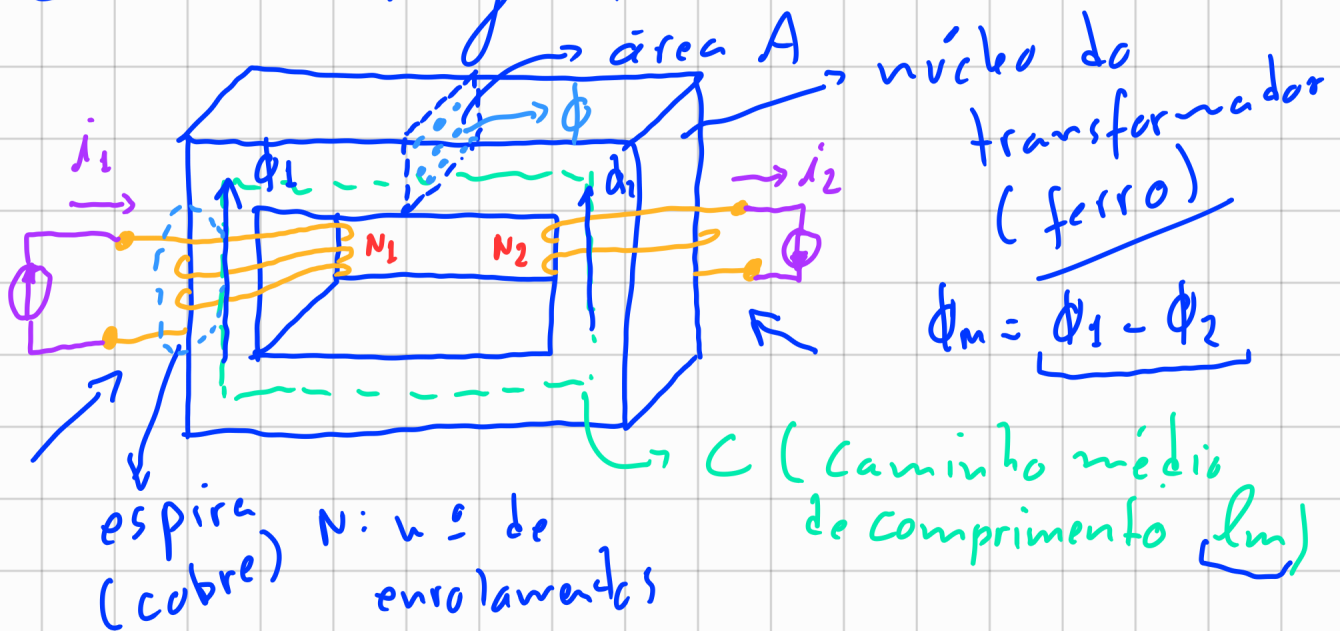


Transformadores

- 1) Transformador ideal
- 2) Relação de transformação
 - 2.1) Correntes
 - 3.2) Tensões
 - 3.3) Impedâncias

1) Transformador ideal

Circuito magnético:



Lei circuital de Ampère:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

\vec{J} : densidade de corrente
[A/m²]



\vec{H} : intensidade de campo magnético
[Ae/m]
↳ espira

Então: $|\vec{H}| \ell_m = N_1 i_1 - N_2 i_2$ (1)

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

\vec{B} : densidade de fluxo magnético [Tesla]

$$|\vec{B}| = \mu |\vec{H}| \rightarrow \mu: \text{permeabilidade magnética do núcleo} \left[\frac{T \cdot m}{A} \right]$$

Substituindo em (1):

$$\frac{|\vec{B}| \ell_m}{\mu} = N_1 i_1 - N_2 i_2 \quad (2)$$

Ainda: $|\vec{B}| = \frac{\Phi}{A}$

Substituindo em (2):

$$R = \frac{l}{\mu A}$$

$$\Phi \frac{d\mu}{\mu A} = \underline{N_1 i_1} - \underline{N_2 i_2}$$

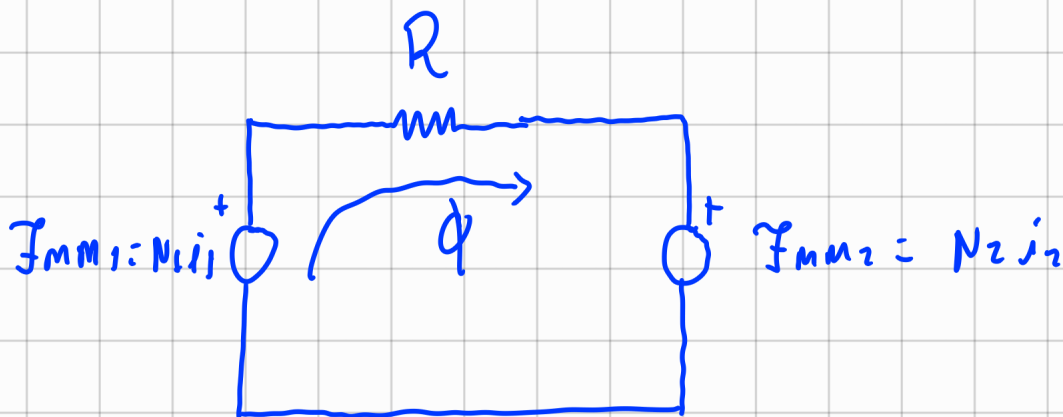
$R = \frac{d\mu}{\mu A}$: relutância magnética
[Ae/Weber]

Φ : fluxo magnético [Weber]

Então:

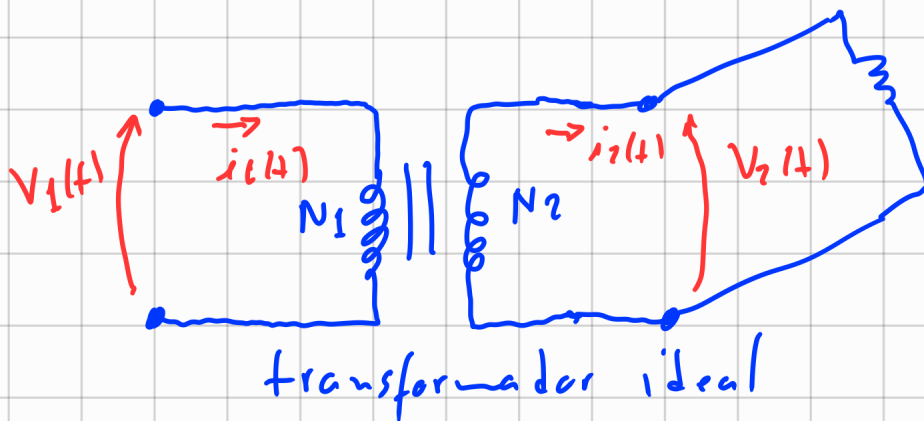
$$R \Phi = \underline{N_1 i_1} - N_2 i_2$$

F_{mm1} : força magneto-motriz ✓

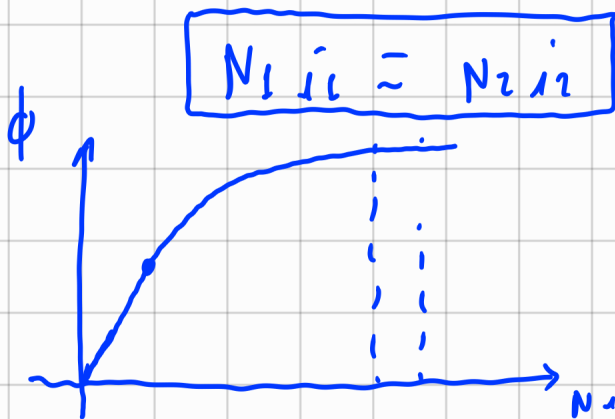


Transformador ideal

- 1) Resistência elétrica das bobinas = 0
- 2) Fluxo magnético todo no núcleo.
- 3) Relutância magnética = 0
- 4) Perdas no núcleo = 0



$$\begin{aligned} R\phi &= N_1 i_1 - N_2 i_2 \\ 0 &= N_1 i_1 - N_2 i_2 \end{aligned}$$



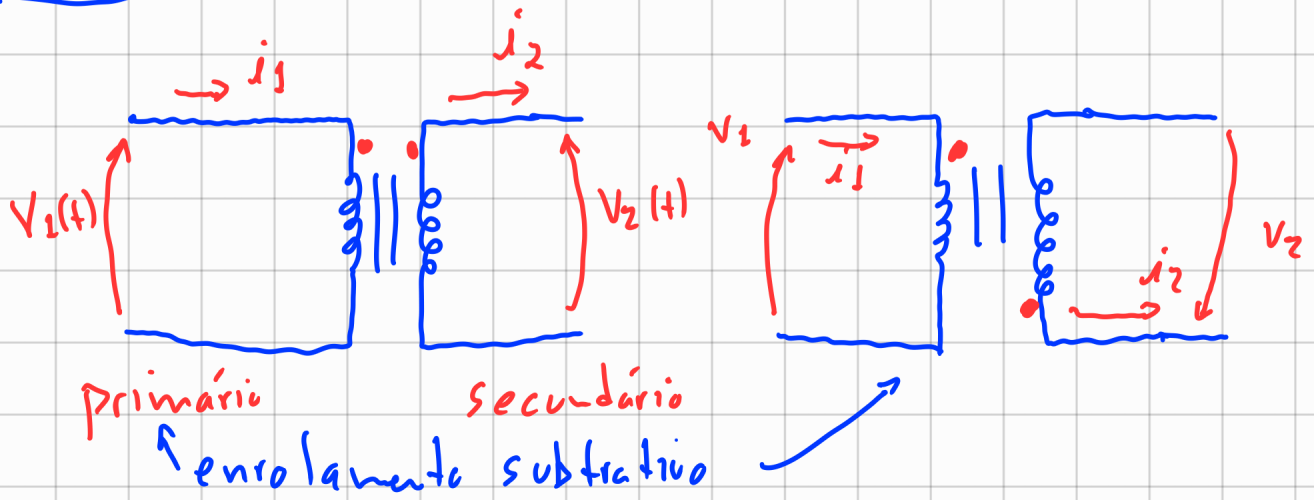
$$N_1 i_1 = N_2 i_2$$

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

Relação de transformação da corrente:

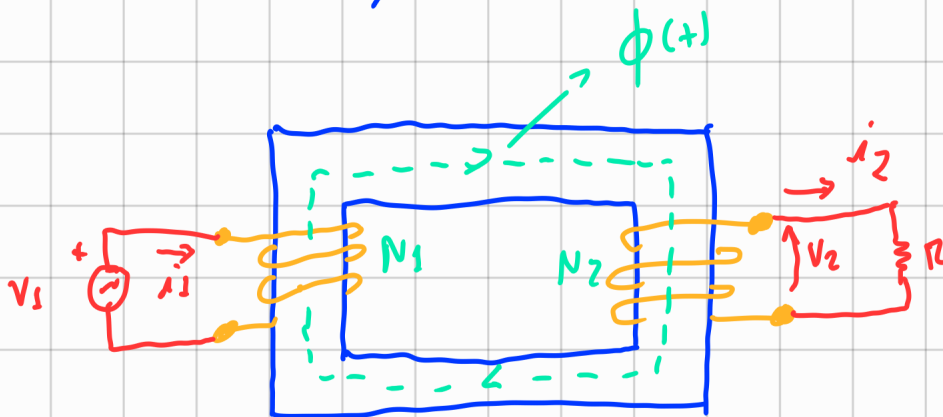
$$\frac{j_1}{j_2} = \frac{N_2}{N_1} \rightarrow \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

Polaridade:



Relação de transformação da tensão:

Lei de Faraday:



$$v_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

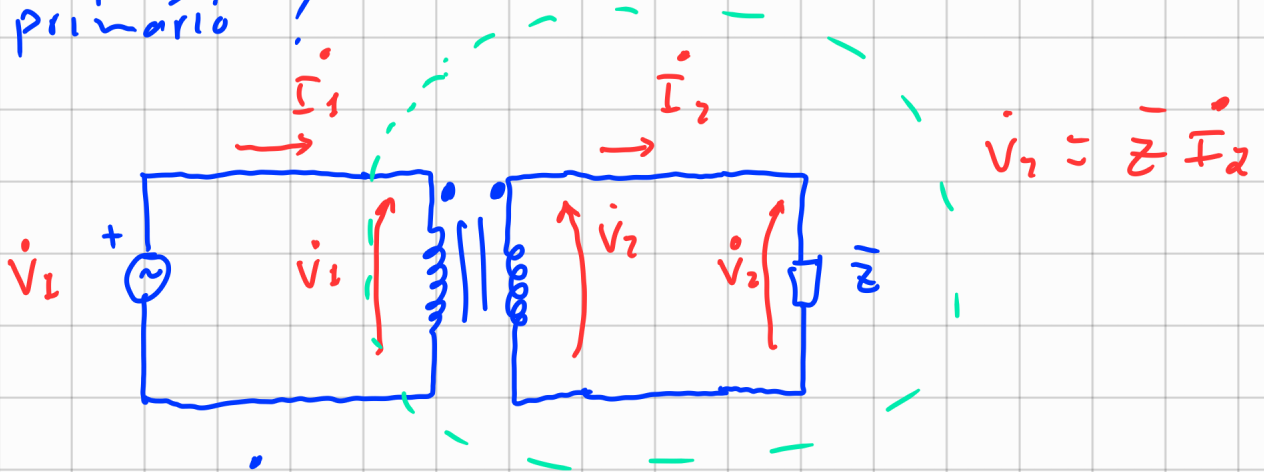
$$v_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1 \cancel{dd/dt}}{N_2 \cancel{dd/dt}}$$

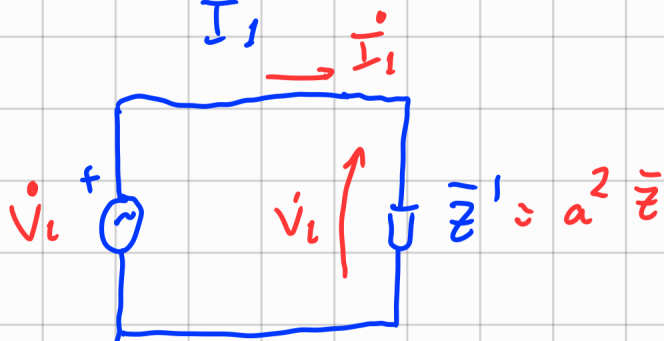
$$\boxed{\frac{V_1(t)}{V_2(t)} = \frac{N_1}{N_2}} \longrightarrow \boxed{\frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} = \frac{N_1}{N_2}}$$

A razão $\frac{N_1}{N_2}$: relação de espiras do transformador.

Como a impedância no secundário é "vista" pelo primário?



$$\bar{Z}' = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1}$$



Usando as relações de transformação:

$$\frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} = \left(\frac{N_1}{N_2} = a \right) \text{ e } \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a}$$

$$\text{Então: } \bar{z}' = \frac{a \cdot \dot{V}_2}{\frac{\dot{I}_2}{a}} = a^2 \cdot \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_2}$$

$$\text{Logo: } \boxed{\bar{z}' = a^2 \cdot \bar{z}}$$

Relação de espiras em termos da potência elétrica

$$\bar{S}_1 = \dot{V}_1 \dot{I}_1^* \quad (\text{"fornecida" pelo primário})$$

$$\bar{S}_2 = \dot{V}_2 \cdot \dot{I}_2^*$$

Da relação de espiras:

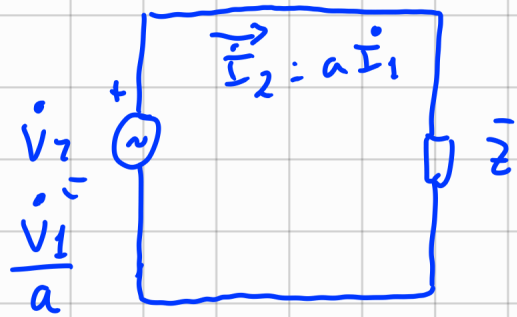
$$\bar{S}_1 = \cancel{a} \dot{V}_2 \cdot \frac{\dot{I}_2^*}{\cancel{a}} = \dot{V}_2 \cdot \dot{I}_2^* = \bar{S}_2$$

$$\boxed{\bar{S}_1 = \bar{S}_2}$$

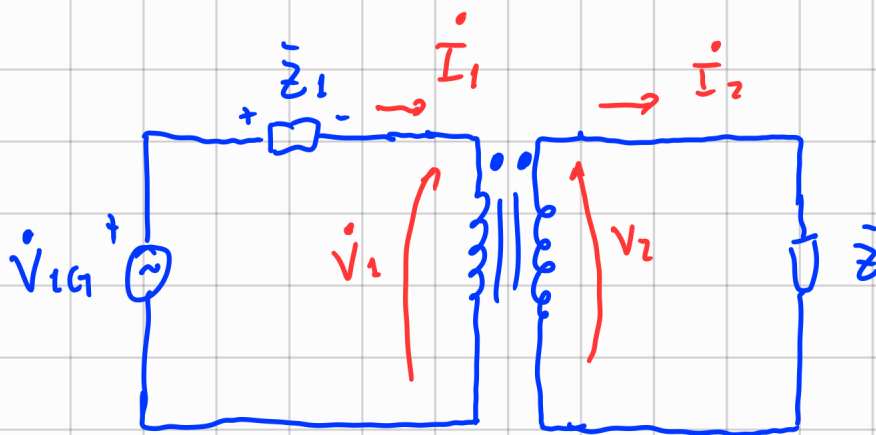
Resumindo:

$$\frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \quad \left| \quad \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a}\right.$$
$$\bar{z}' = a^2 \bar{z}$$
$$\bar{S}_1 = \bar{S}_2$$

Como o secundário "enxerga" o primário:



Ex:



$$\dot{V}_1 = \dot{V}_{1G} - \bar{Z}_1 \dot{I}_1$$

$$\dot{V}_2 = \frac{\dot{V}_1}{a} = \frac{\dot{V}_{1G} - \bar{Z}_1 \dot{I}_1}{a}$$

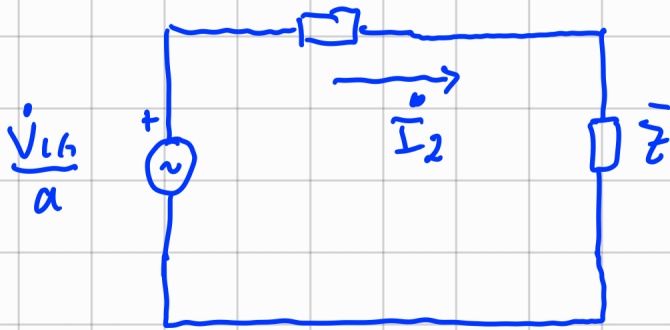
$$\dot{V}_2 = \frac{\dot{V}_{1G}}{a} - \bar{Z}_1 \frac{\dot{I}_1}{a}$$

$$\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{1}{a} \rightarrow \dot{I}_1 = \frac{\dot{I}_2}{a}$$

$$\dot{V}_2 = \frac{\dot{V}_{1G}}{a} - \bar{Z}_1 \cdot \frac{\dot{I}_2}{a}$$

$$\dot{V}_2 = \frac{\dot{V}_{1N}}{a} - \frac{\bar{Z}_1}{a^2} \cdot \dot{I}_2$$

Desenhando o circuito:
 \bar{Z}_1/a^2



Exemplo:

Dado o transformador do exemplo anterior e, ainda:

$$\dot{V}_{1N} = 7000 \angle 0^\circ \text{ [V]}$$

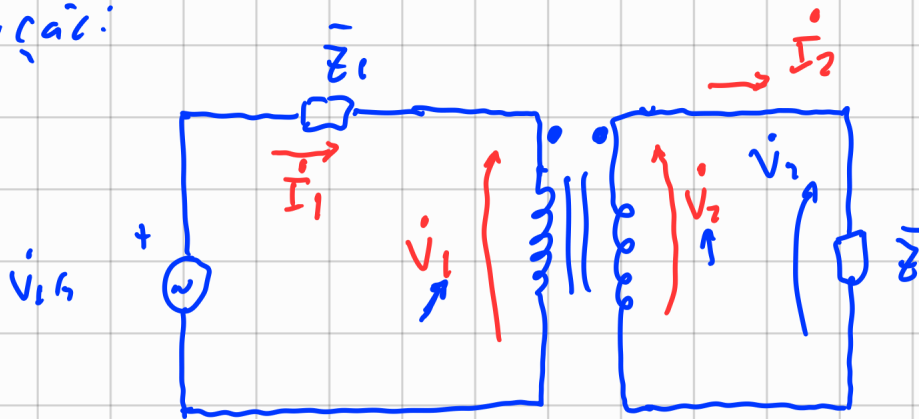
$$\bar{Z}_1 = 100 \text{ [\Omega]}$$

$$\bar{Z} = 100 \text{ [\Omega]}$$

$$\frac{\dot{V}_{1N}}{\dot{V}_{2N}} = 6500/220 \text{ [V]}$$

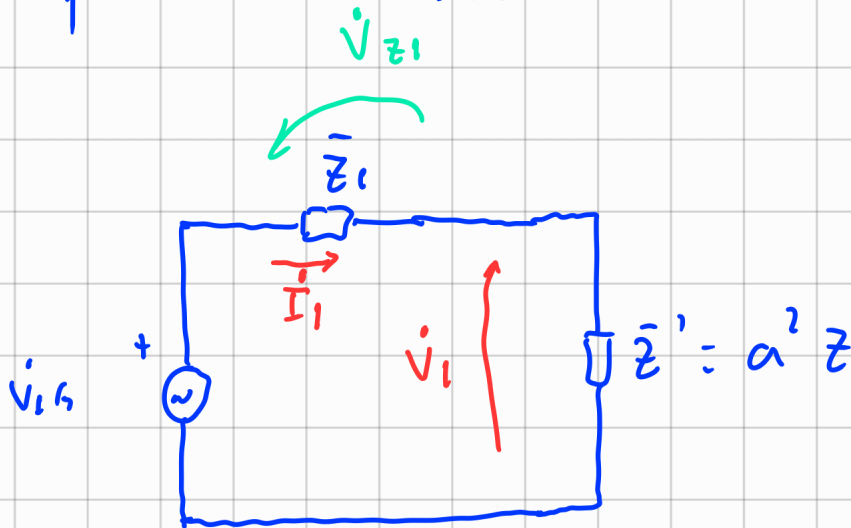
- Cálculo:
- A tensão sobre a impedância \bar{Z}
 - A potência complexa fornecida pelo gerador.
 - A queda de tensão sobre a impedância \bar{Z}_1 .

Solução:



$$\frac{N_1}{N_2} = a = \frac{6500}{220} = 29,55$$

Refletindo o secundário ao primário:



$$a) \quad \dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_{1G}}{\bar{z}_1 + \bar{z}'} = \frac{\dot{V}_{1G}}{\bar{z}_1 + a^2 \bar{z}} = \frac{7000 \angle 0^\circ}{100 + 29,55^2 \cdot 100}$$

$$\dot{I}_1 = 80,1 \angle 0^\circ \text{ (mA)}$$

Encontrando \dot{I}_2 :

$$\dot{I}_2 = a \dot{I}_1 = 29,55 \cdot 80,1 \angle 0^\circ \cdot 10^{-3}$$

$$\dot{I}_2 = 2,37 \angle 0^\circ \text{ [A]}$$

Entweder: $\dot{V}_2 = \bar{Z} \cdot \dot{I}_2 = 100 \cdot 2,37$

$$\dot{V}_2 = 237 \angle 0^\circ \text{ [V]}$$

b) $\bar{S}_{1G} = \dot{V}_{1G} \cdot \dot{I}_1^*$

$$\bar{S}_{1G} = 7000 \angle 0^\circ \cdot 80 \cdot 10^{-3} \angle 0^\circ$$

$$\bar{S}_{1G} = 560 \text{ [W]}$$

c) $\dot{V}_{Z1} = \bar{Z}_1 \cdot \dot{I}_1$

$$\dot{V}_{Z1} = 100 \cdot 80 \cdot 10^{-3} \angle 0^\circ$$

$$\dot{V}_{Z1} = 8 \angle 0^\circ \text{ [V]}$$