Resolva no máximo quatro questões

1. (a) Considere dois observáveis A e B tais que $[A, B] = 0$. Mostre que B tem elemento de matriz nulo entre autoestados não degenerados de A.
   (b) Mostre que o produto escalar de duas autofunções não degeneradas de operador hermitiano é nulo;
   (c) Um observável A tem um conjunto $\{\phi_{n,i}, i = 1, ..., N\}$ de autofunções N vezes degeneradas. Mostre que a combinação linear $\sum_i \phi_{n,i}$ também é autofunção de A.
2. Enuncie o princípio de incerteza para os operadores $A = x \cdot p$ e $B = p \cdot x$. O que se pode afirmar sobre as medidas simultâneas dos observáveis A e B?
3. Para um observável B verificou-se que sempre que um particular estado $|\phi\rangle$ era medido resultava no mesmo estado $|\phi\rangle$ e no mesmo valor b para as medidas. Mostre, algebricamente, o que de especial representa esse estado $|\phi\rangle$ para o operador B (não use no procedimento aquilo que você quer mostrar!).
4. O estado $|\psi_0\rangle = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ entra num medidor definido pelo observável $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Determine os possíveis estados, autovalores e respectivas probabilidades logo após a medida de A. Qual o valor médio das medida e sua incerteza?
5. A representação matricial de um Hamiltoniano para um sistema de dois níveis foi definida por $H_{1,1} = H_{2,2} = a$ e $H_{1,2} = b$, com a, b reais. Determine o estado $\phi(t)$ sabendo que $\phi(0) = (0 \;\; 1)$. Justifique se o observável definido por $A_{1,1} = -A_{2,2} = 1$ e $A_{1,2} = 0$ é ou não uma constante de movimento?