Lista V

(1) (a)

$$\nu \simeq 1022\ Hz. \tag{1}$$

(b)

$$\nu^{'} \simeq 1044\ Hz. \tag{2}$$

(2) (a)

$$\sin\alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = 30. \tag{3}$$

(b) Então, $h = 981\ m$.

(3)

$$u = \frac{v\Delta\nu}{2\nu_o + \Delta\nu}. \tag{4}$$

(1) **Ondas Gravitacionais.**

(a)

$$\lambda = 1\%\ \textit{raio do buraco negro} \rightarrow R \sim 300.000km, \tag{5}$$

onde R é o raio do buraco negro.

(b) Seu comprimento corresponde a

$$\sim \frac{4\times 10^3}{10^{20}}m = 4\times 10^{-17}m. \tag{6}$$

(c)

$$\frac{\Delta v}{c} \sim 10^{-16}. \tag{7}$$

(2) **Séries de Fourier e Condições de Contorno.**

(a) A solução geral corresponde a uma combinação linear dos modos normais

$$A(x,t) = \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left\{\alpha_n\cos\omega_n t + \beta_n\sin\omega_n t\right\}\cos\frac{n\pi}{L}x, \tag{8}$$

$$\omega_n = v k_n = v \frac{n\pi}{L}. \tag{9}$$

(b)

$$\alpha_0 = \frac{2}{L}\int_0^L A(x,0)dx, \tag{10}$$

$$\alpha_n = \frac{2}{L}\int_0^L A(x,0)\cos\frac{n\pi}{L}x\ dx. \tag{11}$$

$$\beta_n = \frac{2}{L}\frac{1}{\omega_n}\int_0^L \frac{\partial A}{\partial t}(x,0)\cos\frac{n\pi}{L}x\ dx. \tag{12}$$

(c) Como a corda saí do repouso, $\frac{\partial A}{\partial t}(x,0) = 0$, temos $\beta_n = 0\ \forall n$.

Vamos determinar α_n.

1. α_0:

$$\alpha_0 = 0. \tag{13}$$

2. α_n:

$$\alpha_n = \frac{2L}{n\pi}\sin\frac{n\pi}{2}.$$

Para os valores pares de n, temos $\alpha_n = 0$.

Para os valores impares, $n = 2j+1$ com $j = 0, 1, 2, ...$, temos

$$\alpha_n = \frac{2L}{(2j+1)\pi}(-1)^j.$$

$$A(x,t) = \frac{2L}{\pi}\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(-1)^j}{2j+1}\cos\omega_j t\cos\left[\frac{(2j+1)\pi}{L}x\right], \tag{14}$$

com $\omega_j = v(2j+1)\pi/L$.

(d) Tome $(x,t) = (0,0)$ em (14)

(3) **Equação da corda vibrante com gravidade.**

(a)

$$\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = \frac{T}{\mu}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - g. \tag{15}$$

(b)

$$A(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \cos\left(\omega_n t + \delta_n\right) \sin \frac{n\pi}{L} x + \frac{\mu g}{2T} x(x-L). \tag{16}$$

(c)

$$\tan\theta \simeq \frac{\mu g L}{T}. \tag{17}$$