

PME 3230

Escoamento Viscoso em Conduitos – Parte 3

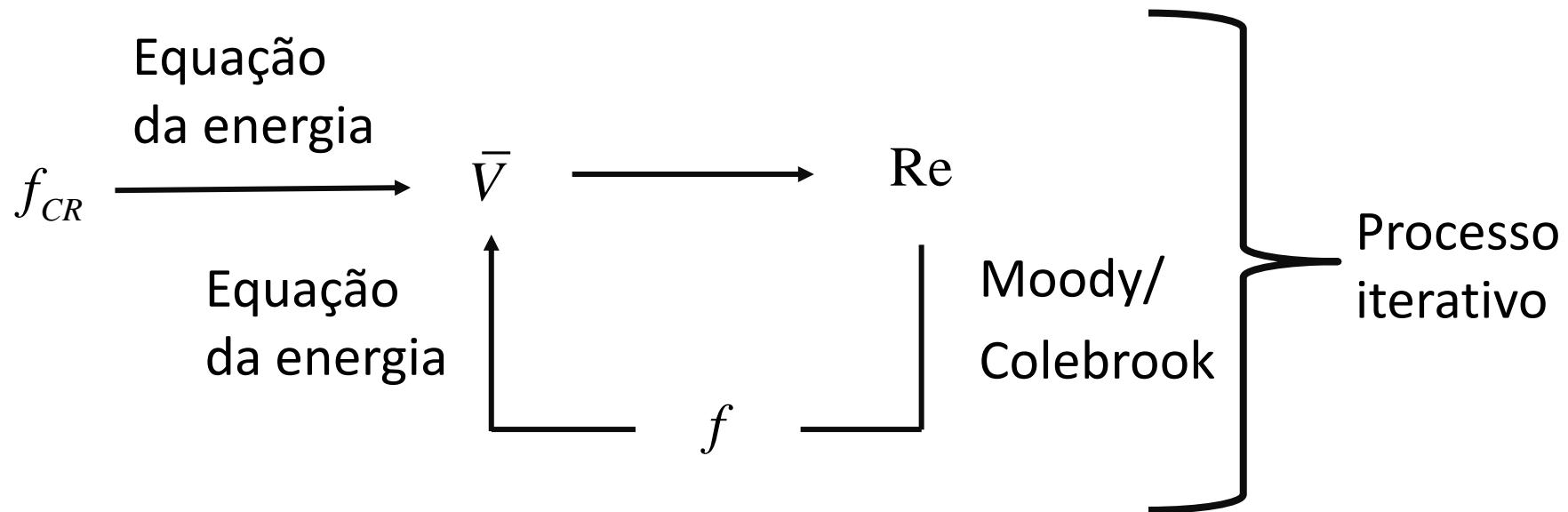
Alberto Hernandez Neto

Determinação da vazão volumétrica em função de Δh e D

Aplicação da equação de energia e de fator de atrito: $\bar{V} = \bar{V}(f)$

Estimativa inicial: regime completamente rugoso

$$f_{CR} = \left[-2,0 \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} \right) \right]^{-2}$$



Exercício 01

Uma queda de pressão de 700 kPa é medida sobre um comprimento de 300 m de um tubo horizontal em ferro forjado de 10 cm de diâmetro que transporta óleo ($\rho=900 \text{ kg/m}^3$, $\nu=0,00001 \text{ m}^2/\text{s}$). Nestas condições, calcule a vazão que passa pelo tubo.

Equação de energia:

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 \bar{V}_1^2}{2g} + z_1 \right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 \bar{V}_2^2}{2g} + z_2 \right) = h_L = f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} = f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2g} \Rightarrow \Delta p = f \frac{L}{D} \frac{\rho}{2} \bar{V}^2 \Rightarrow \bar{V} = \sqrt{\frac{2\Delta p D}{f \rho L}}$$

Ferro forjado: $\varepsilon=0,046 \text{ mm} \rightarrow \varepsilon/D=0,046/100=0,00046$

Exercício 01

$$f_{CR} = \left[-2,0 \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} \right) \right]^{-2} = \left[-2,0 \log \left(\frac{0,00046}{3,7} \right) \right]^{-2} = 0,0164$$

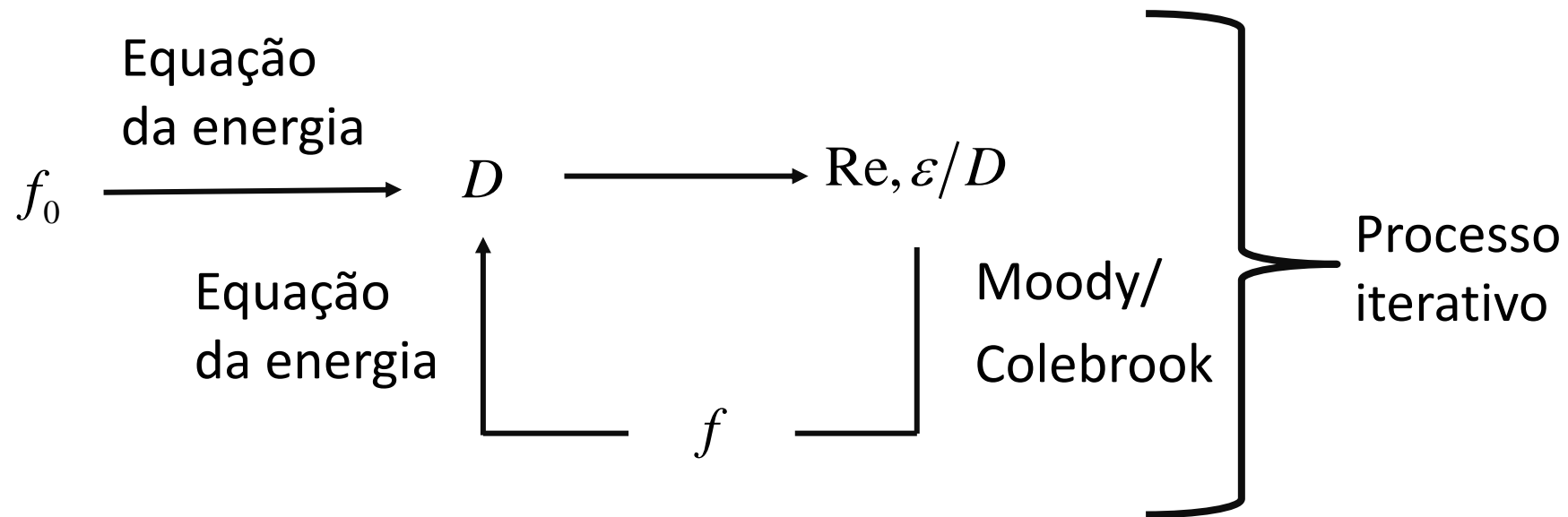
$$\bar{V} = \sqrt{\frac{2\Delta p D}{f \rho L}} = \sqrt{\frac{2 * 700 * 10^3 * 10 * 10^{-2}}{0,0164 * 900 * 300}} = 5,62 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{\bar{V} D}{\nu} = \frac{5,62 * 10 * 10^{-2}}{0,00001} = 5,62 * 10^4 \xrightarrow{\text{Colebrook}} f = 0,0220$$

i	f_i	V(m/s)	Re	f_{i+1}	$\dot{Q} = \bar{V} A = \bar{V} A \frac{\pi D^2}{4} =$
0	0,0164	5,61	$5,61 * 10^4$	0,0220	
1	0,0220	4,85	$4,85 * 10^4$	0,0226	$\dot{Q} = 4,79 * \frac{\pi * (10 * 10^{-2})^2}{4}$
2	0,0226	4,79	$4,79 * 10^4$	0,0226	$\dot{Q} = 0,0376 \text{ m}^3/\text{s}$

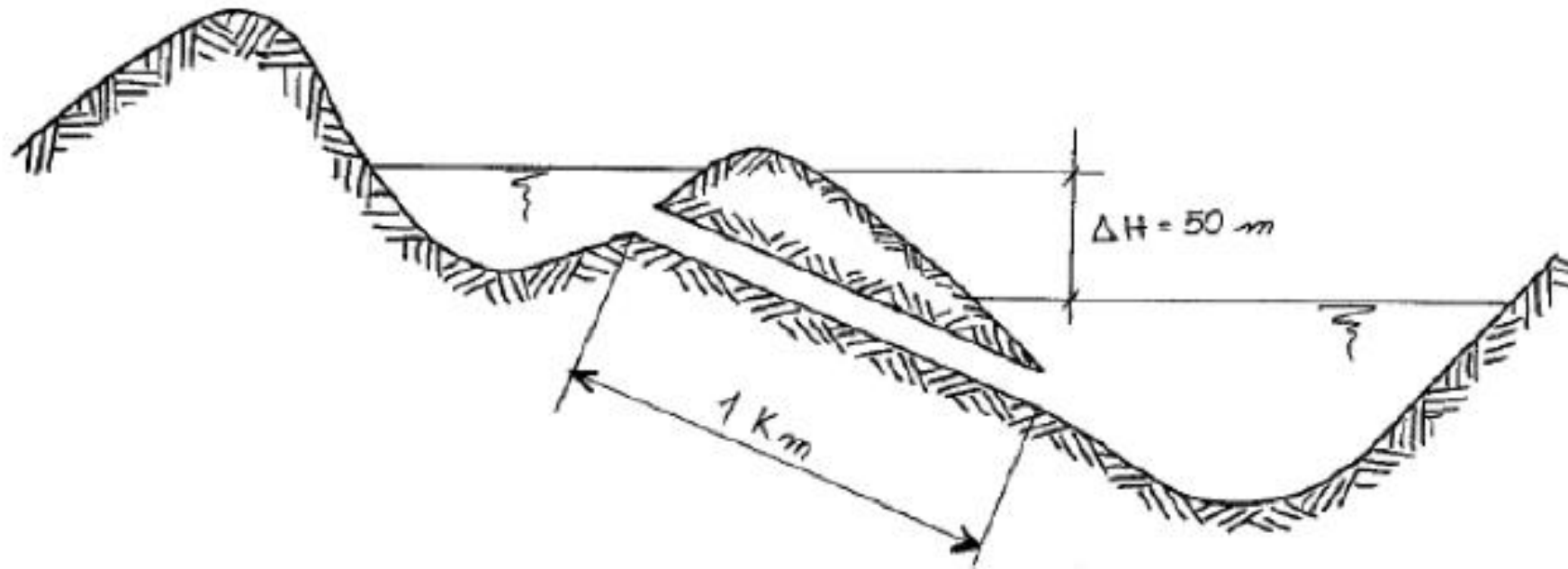
Determinação do diâmetro em função de Δh e \dot{Q}

Estimativa inicial: fator de atrito avaliado por Moody na faixa de operação



Exercício 02

Na instalação da figura quer se determinar o diâmetro da tubulação, para que na condição de operação a vazão seja de $1,0 \text{ m}^3/\text{s}$, desprezando-se as perdas de carga singulares. A rugosidade média do tubo é de $\epsilon=0,001\text{m}$ e a viscosidade cinemática do fluido $\nu=10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$



Exercício 02

Equação de energia:

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha \bar{V}_1^2}{2g} + z_1 \right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha \bar{V}_2^2}{2g} + z_2 \right) = h_L = f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$\underbrace{\Delta H = f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2g} \quad \dot{Q} = \bar{V}A = \bar{V} \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow \bar{V} = \frac{4\dot{Q}}{\pi D^2}}_{\text{Substituição}}$$

$$\Delta H = f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2g} = f \frac{L}{2gD} \frac{16\dot{Q}^2}{\pi^2 D^4} \Rightarrow D = \sqrt[5]{\frac{8fL\dot{Q}^2}{\pi^2 g \Delta H}}$$

Exercício 02

Substituindo os valores fornecidos:

$$D = \sqrt[5]{\frac{8fL\dot{Q}^2}{\pi^2 g \Delta H}} = \sqrt[5]{\frac{8f * 1000 * (1,0)^2}{\pi^2 * 9,8 * 50}} = \sqrt[5]{1,654 f}$$

$$Re = \frac{\bar{V}D}{\nu} = \frac{4\dot{Q}D}{\pi D^2 \nu} = \frac{4\dot{Q}}{\pi D \nu} = \frac{4 * 1,0}{\pi D * 10^{-6}} = \frac{4x10^6}{\pi D}$$

Substituindo os valores fornecidos:

$$f_0 = 0,0200 \Rightarrow D = \sqrt[5]{1,654 * 0,0200} \Rightarrow D = 0,5057 m$$

$$\underbrace{Re = \frac{4x10^6}{\pi D} = \frac{4x10^6}{\pi * 0,0507} = 2,51x10^6 \quad \frac{\varepsilon}{D} = \frac{0,001}{0,5057} = 0,00198}$$

$$f_1 = 0,0234$$

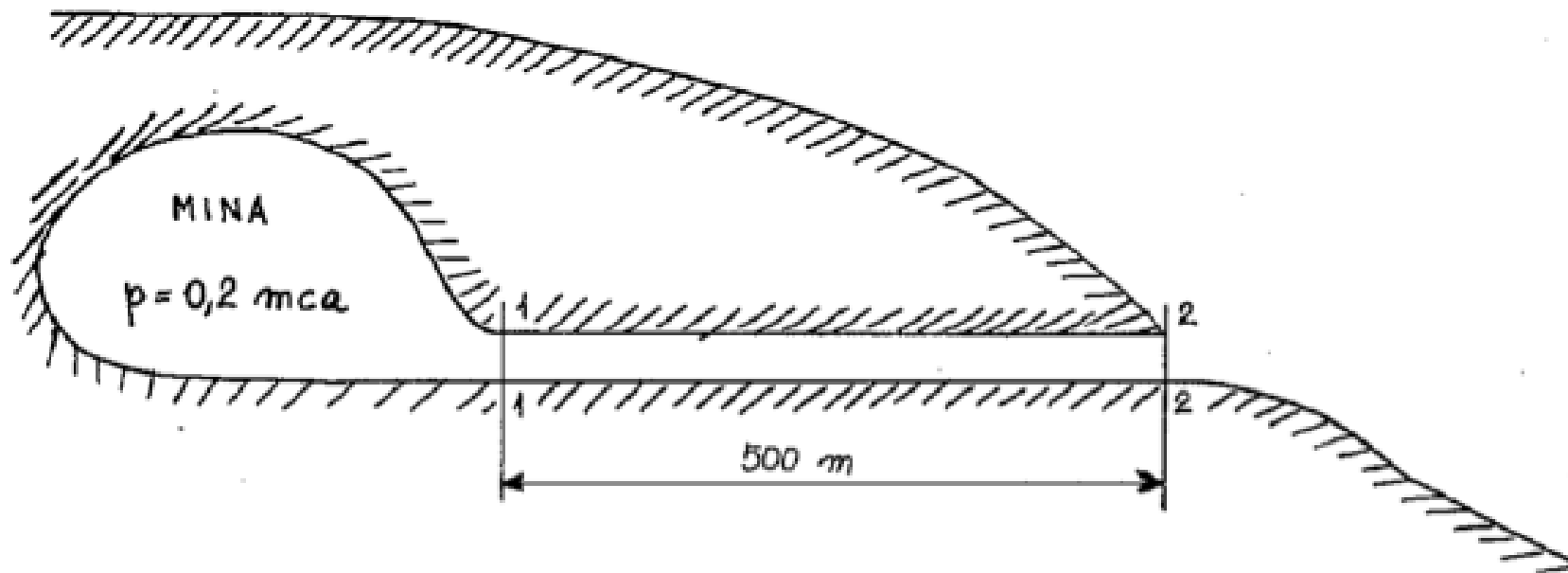
Exercício 02

i	f_i	$D(m)$	Re	ε/D	f_{i+1}
0	0,0200	0,5057	$2,51 \times 10^6$	0,00198	0,0234
1	0,0234	0,5218	$2,44 \times 10^6$	0,00192	0,0232
2	0,0232	0,5209	$2,44 \times 10^6$	0,00192	0,0232

Diâmetro comercial: $D_i=527$ mm (22", Sch 40)

Exercício 03

Uma galeria de seção quadrada ($0,6\text{m} \times 0,6\text{m}$) esgota ar de uma mina, onde a pressão é de $0,2 \text{ mca}$, para a atmosfera. Calcule a vazão de ar, desprezando as perdas singulares. Dados: $\nu_{\text{ar}} = 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, $\gamma_{\text{ar}} = 12,7 \text{ N/m}^3$, $\epsilon = 10^{-3} \text{ m}$.



Exercício 03

Equação de energia:

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 \bar{V}_1}{2g} + z_1 \right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 \bar{V}_2}{2g} + z_2 \right) = h_L = f \frac{L}{D_h} \frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$D_h = \frac{4A}{P} = \frac{4 * (0,6)^2}{4 * 0,6} = 0,6m$$

$$\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} = f \frac{L}{D_h} \frac{\bar{V}^2}{2g} \Rightarrow \bar{V} = \sqrt{\frac{2gD_h \Delta p}{\gamma L f}}$$

$$\bar{V} = \sqrt{\frac{2 * 9,8 * 0,6 * 0,2 * 9800}{12,7 * 500 f}} = \sqrt{\frac{3,630}{f}}$$

Exercício 03

$$\frac{\varepsilon}{D_h} = \frac{0,001}{0,6} = 0,00167$$

$$f_{CR} = \left[-2,0 \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} \right) \right]^{-2} = \left[-2,0 \log \left(\frac{0,00167}{3,7} \right) \right]^{-2} = 0,0223$$

$$\bar{V} = \sqrt{\frac{3,630}{f}} = \sqrt{\frac{3,630}{0,0223}} = 12,76 \text{ m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{\bar{V}D}{\nu} = \frac{12,76 * 0,6}{10^{-5}} = 7,66 \times 10^5 \xrightarrow{\text{Coolebrook}} f_{i+1} = 0,0226$$

Exercício 03

i	f_i	$V(\text{m/s})$	Re	f_{i+1}
0	0,0223	12,76	$7,66 \times 10^5$	0,0226
1	0,0226	12,68	$7,60 \times 10^5$	0,0226

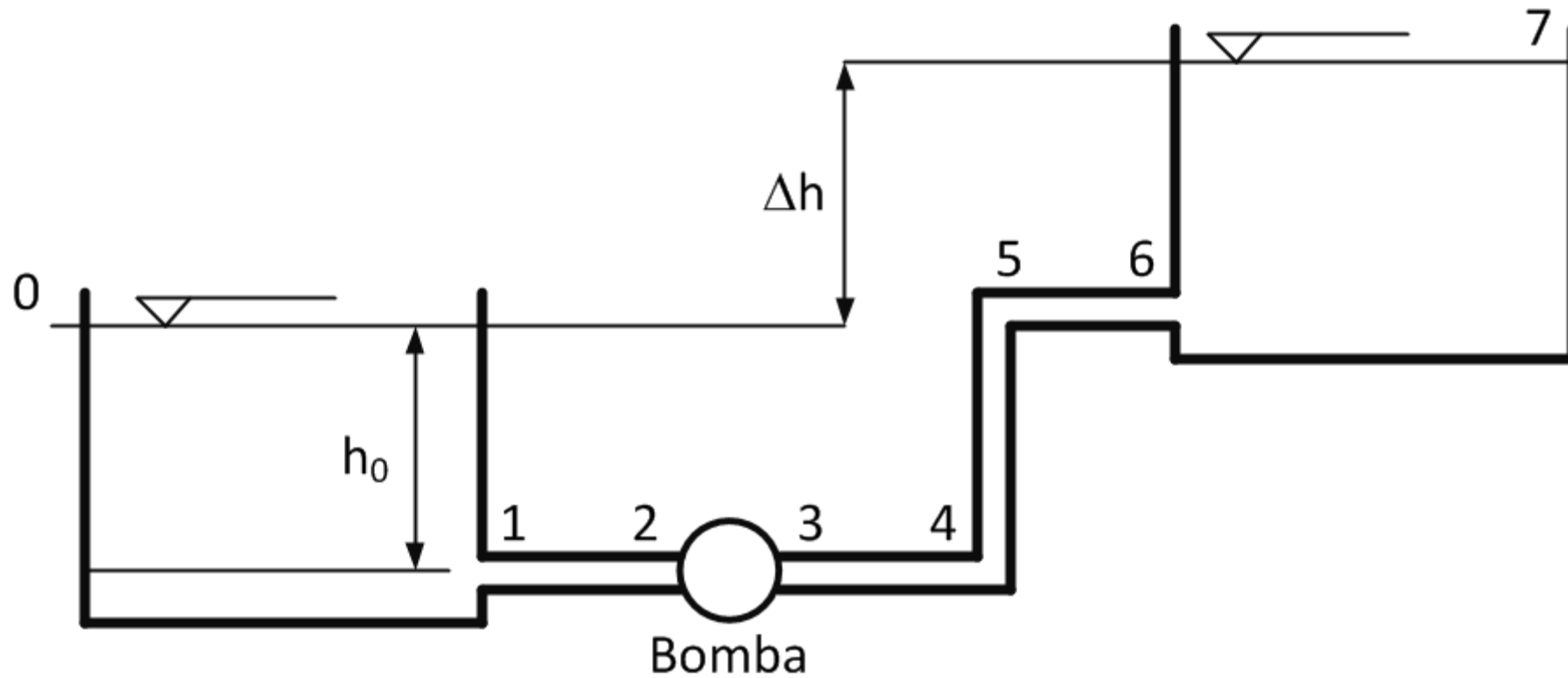
$$\dot{Q} = \bar{V}A = 12,68 * (0,6)^2 = 4,56 \text{ m}^3/\text{s}$$

Exercício 04

Na instalação da figura, a potência fornecida é de 1 cv e a tubulação tem diâmetro constante igual a 3 cm. A vazão que passa pela tubulação é de 3l/s. Os coeficientes de perda singular nos pontos 1, 4, 5 e 6 são respectivamente, $K_{s,1}=0,5$, $K_{s,4}=1,3$, $K_{s,5}=1,3$ e $K_{s,6}=1,0$. O fator de atrito nessa condição de escoamento é $f=0,02$. A viscosidade cinemática do fluido é $\nu=10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ e seu peso específico $\gamma=1000\text{kgf}/\text{m}^3$. O comprimento do trecho 1-2 é $L_{1,2}=2\text{m}$ e do trecho 3-6 é $L_{3,6}=10\text{ m}$. Calcule:

- O desnível entre os reservatórios;
- A rugosidade do conduto;
- A altura h_0 para que a pressão efetiva na entrada da bomba seja nula

Exercício 04

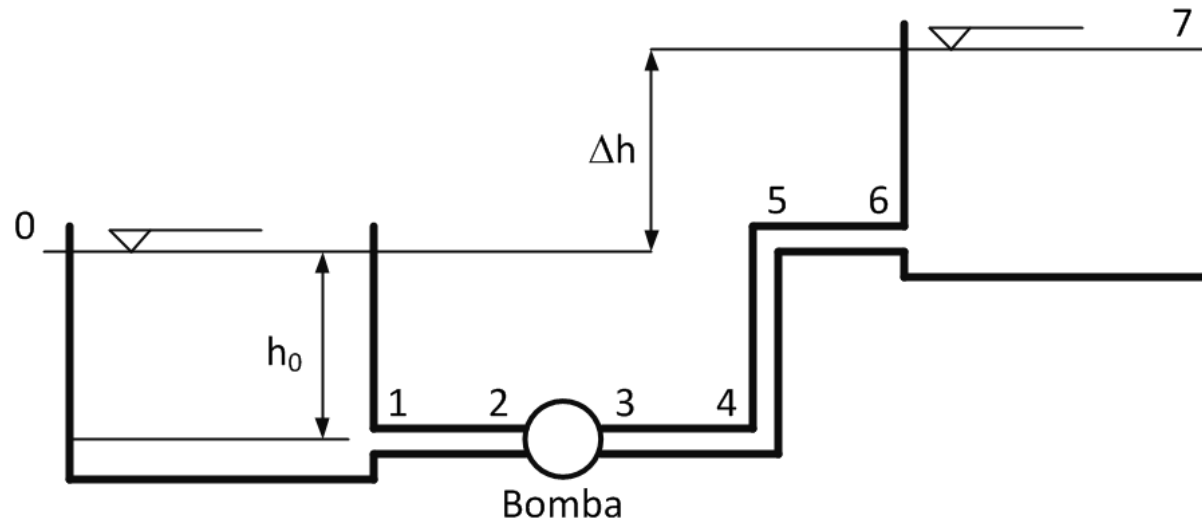


Exercício 04

Equação de energia:

$$\left(\frac{p_0}{\gamma} + \frac{\alpha_0 \bar{V}_0^2}{2g} + z_0 \right) - \left(\frac{p_7}{\gamma} + \frac{\alpha_7 \bar{V}_7^2}{2g} + z_7 \right) + h_{bomba} = h_{LT}$$

$$\Delta h = h_{bomba} - h_{LT}$$



Exercício 04

$$h_{bomba} = \frac{\dot{W}_{bomba}}{\gamma \dot{Q}} = \frac{745,7}{9,8 * 1000 * 0,003} = 25,4m$$

$$h_{LT} = \sum h_m + \sum h_L = (K_{s,1} + K_{s,1} + K_{s,1} + K_{s,1}) \frac{\bar{V}^2}{2g} + f \frac{L_{1,6}}{D} \frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$\dot{Q} = \bar{V}A \Rightarrow \bar{V} = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{4\dot{Q}}{\pi D^2} = \frac{4 * 0,003}{\pi * (0,03)^2} = 4,24 m/s$$

Exercício 04

$$h_{L_T} = \sum h_m + \sum h_L = (K_{s,1} + K_{s,1} + K_{s,1} + K_{s,1}) \frac{\bar{V}^2}{2g} + f \frac{L_{1,6}}{D} \frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$h_{L_T} = (0,5 + 1,3 + 1,3 + 1,0) \frac{(4,24)^2}{2 * 9,8} + 0,02 * \frac{12}{0,03} \frac{(4,24)^2}{2 * 9,8} =$$

$$h_{L_T} = 3,76 + 7,34 = 11,1m$$

$$\Delta h = h_{bomba} - h_{L_T} = 25,4 - 11,1 = 14,3m$$

Exercício 04

Equação de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0 \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right)$$

$$\text{Re} = \frac{\bar{V}D}{\nu} = \frac{4,24 * 0,03}{10^{-6}} = 1,272 \times 10^5$$

$$\frac{1}{\sqrt{0,02}} = -2,0 \log \left(\frac{\varepsilon}{3,7 * 0,03} + \frac{2,51}{1,273 \times 10^5 \sqrt{0,02}} \right)$$

$$-3,5355 = \log \left(9,009\varepsilon + 1,394 \times 10^{-4} \right)$$

$$2,9141 \times 10^{-4} = 9,009\varepsilon + 1,394 \times 10^{-4} \Rightarrow \varepsilon = 1,687 \times 10^{-5} \text{ m}$$

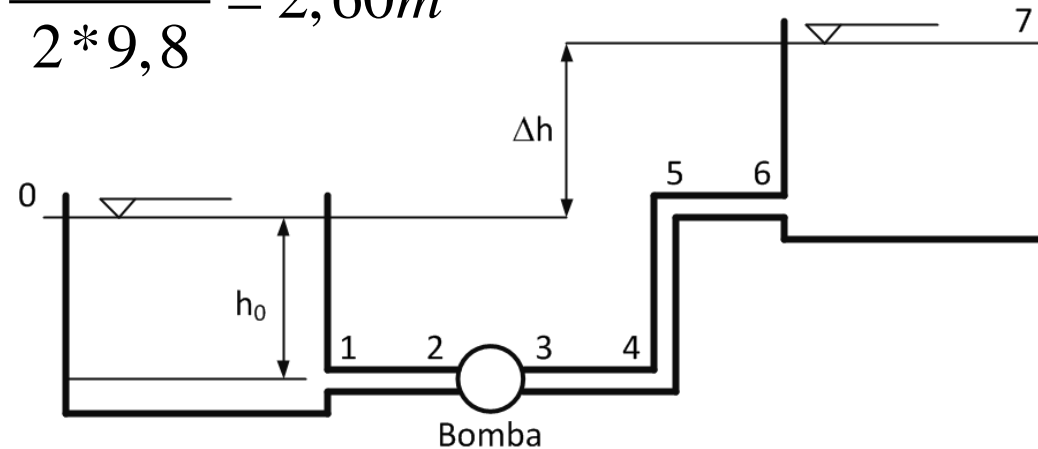
Exercício 04

Equação de energia entre 0 e 2:

$$\left(\frac{p_0}{\gamma} + \frac{\alpha_0 \bar{V}_0}{2g} + z_0 \right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 \bar{V}_2}{2g} + z_2 \right) = h_{L_T} \Big|_0^2$$

$$h_0 = h_{L_T} \Big|_0^2 + \frac{\alpha_2 \bar{V}_2}{2g} = \left(K_{s,1} + f \frac{L_{1,2}}{D} + \alpha_2 \right) \frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$h_0 = \left(0,5 + 0,02 \frac{2}{0,03} + 1 \right) \frac{(4,24)^2}{2 * 9,8} = 2,60m$$

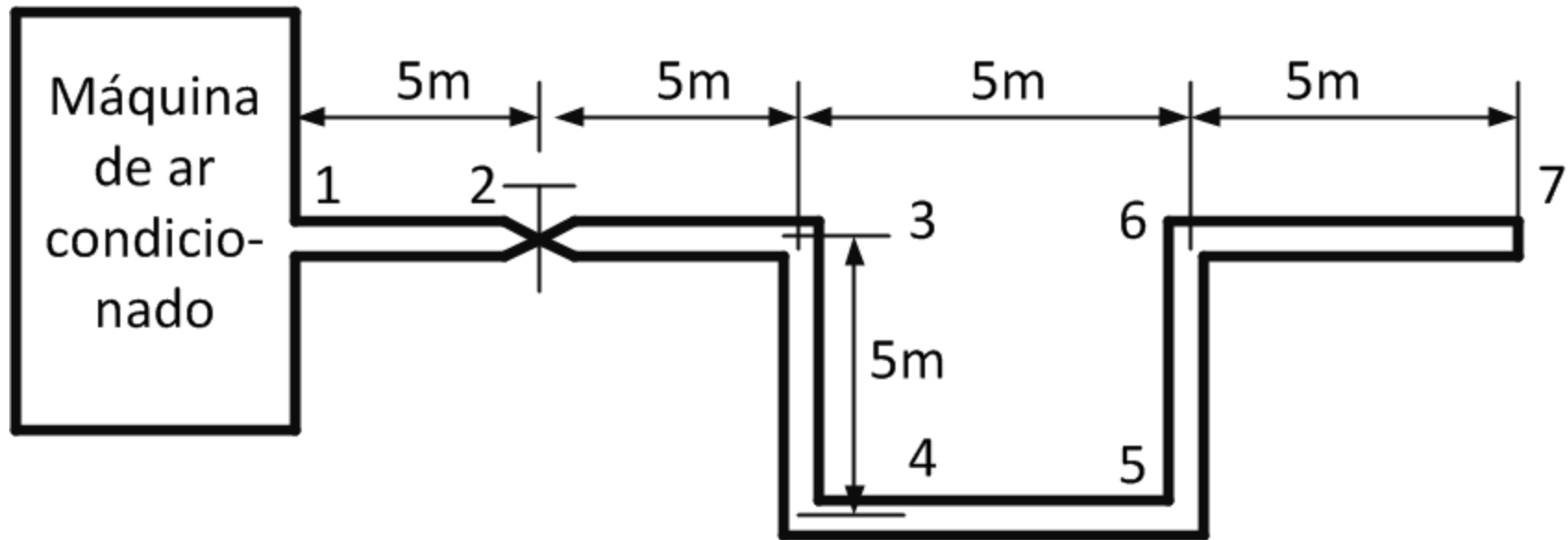


Exercício 05

Na instalação de ar condicionado apresentada, pede-se a relação entre a vazão do sistema e a diferença de pressão entre as seções 1 e 7. Dados:

- Seção transversal do duto retangular, constante e igual a $0,6\text{m} \times 0,3\text{m}$
- Rugosidade média $\varepsilon = 10^{-3}\text{m}$.
- Cotovelos: $K_s = 1,3$
- Registro $L_{eq} = 7\text{m}$.
- Propriedades físicas do ar : $\gamma_{ar} = 1,3\text{kgf/m}^3$, $\nu_{ar} = 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$.

Exercício 05

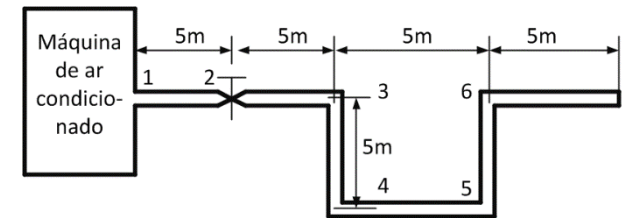


Exercício 05

Diâmetro hidráulico:
$$D_h = \frac{4A}{P} = \frac{4 * (0,6 * 0,3)}{2 * (0,6 + 0,3)} = 0,4m$$

Equação da energia:

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 \bar{V}_1^2}{2g} + z_1 \right) - \left(\frac{p_7}{\gamma} + \frac{\alpha_7 \bar{V}_7^2}{2g} + z_7 \right) = h_{LT}$$



$$\frac{\Delta p_{1,7}}{\gamma} = \left[4 * K_{cotovelo} + f \frac{(L + L_{eq})}{D} \right] \frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$\frac{\Delta p_{1,7}}{\gamma} = \left[4 * 1,3 + f \frac{(30 + 7)}{0,4} \right] \frac{\bar{V}^2}{2 * 9,8} = \frac{(5,2 + 92,5 f)}{19,6} \bar{V}^2$$

Exercício 05

Assumindo regime completamente rugoso: $\frac{\varepsilon}{D_h} = \frac{0,001}{0,4} = 0,0025$

Coolebrok: $f = 0,025$ (válido para $Re \geq 5,1 \times 10^5$)

$$\frac{\Delta p_{1,7}}{\gamma} = \frac{(5,2 + 92,5f)}{19,6} \bar{V}^2 = \frac{(5,2 + 92,5 * 0,025)}{19,6} \frac{\dot{Q}^2}{(0,6 * 0,3)^2} = 11,83$$

$$\frac{\Delta p_{1,7}}{1,3 * 9,8} = 11,83 \dot{Q}^2 \Rightarrow \Delta p_{1,7} = 150,7 \dot{Q}^2$$

$$Re = \frac{\bar{V} D_h}{\nu} = \frac{4 \dot{Q}}{\pi D_h \nu} \geq 5 \times 10^5$$

Exercício 05

$$\frac{4\dot{Q}}{\pi D_h \nu} \geq 5 \times 10^5 \Rightarrow \dot{Q} \geq \frac{\pi D_h \nu}{4} 5 \times 10^5 \Rightarrow \dot{Q} \geq \frac{\pi * 0,4 * 10^{-6}}{4} 5 \times 10^5$$

$$\dot{Q} \geq 0,157 \text{ m}^3/\text{s} \Rightarrow \dot{Q} = 0,157 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\Delta p_{1,7} = 150,7 \dot{Q}^2 = 150,7 * (0,157)^2 = 3,72 \text{ m}$$