Teoria Cinética dos Gases (Boltzmann)

Boltzmann acreditava que a matéria é composta por átomos, ou moléculas, e que analisando o movimento de cada molécula seria possível encontrar relações entre grandezas macroscópicas.

Relações importantes: $\boxed{P = \frac{1}{3}\rho\langle v^2\rangle}$

onde $\rho = \frac{M}{V} = \frac{mN}{V}$ = densidade de massa

T.E.E $\Rightarrow$ $\underbrace{\langle E\rangle}_{\frac{1}{2}m\langle v^2\rangle} = \frac{3}{2}NkT \Rightarrow \langle v^2\rangle = \frac{3NkT}{m}$

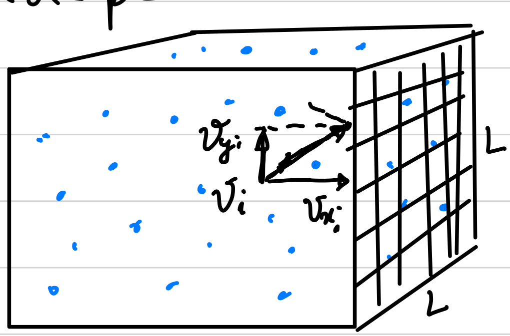
Outras informações: Livre caminho médio

$$\boxed{\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\,\rho_N\,\pi d^2}}$$

$\rho_N = \frac{N}{V}$ = densidade de partículas

d = diâmetro das partículas.

Um sistema de N partículas idênticas e independentes. Cada partícula tem uma velocidade $\vec{v}_i = (v_{x_i}, v_{y_i}, v_{z_i})$



$A = L^2$ = área

$P_i = \frac{F_i}{A}$

consideramos uma colisão elástica com a parede.

$$F_i = \frac{|\Delta p_i|}{\Delta t} = \frac{m v_{x_i} - (-m v_{x_i})}{\Delta t} = \frac{2 m v_{x_i}}{\Delta t}$$

Δt = tempo entre 2 colisões $\quad v_{x_i} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2L}{\Delta t}$

$\Delta t = \frac{2L}{v_{x_i}}$ substituindo em F_i

$$F_i = \frac{\cancel{2} m v_{x_i}}{\frac{\cancel{2}L}{v_{x_i}}} = \frac{m}{L} v_{x_i}^2 \Rightarrow P_i = \frac{F_i}{A} = \frac{F_i}{L^2} = \frac{m v_{x_i}^2}{\underbrace{L^3}_{\to V}}$$

$$P_i = \frac{m v_{x_i}^2}{V} \Rightarrow P = \sum_{i=1}^{N} P_i = \sum_{i=1}^{N} \frac{m}{V} v_{x_i}^2$$

$$P = \frac{m}{V} \underbrace{\sum_{i=1}^{N} v_{x_i}^2}_{N\langle v_x^2\rangle} \Rightarrow P = \underbrace{\frac{mN}{V}}_{\rho} \langle v_x^2 \rangle \Rightarrow P = \rho \langle v_x^2 \rangle$$

Devido a isotropia do espaço

$$\langle v_x \rangle = \langle v_y \rangle = \langle v_z \rangle$$
$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$$

Mas sabemos que $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$

$$\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \rangle$$
$$\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle$$
$$\langle v^2 \rangle = 3 \langle v_x^2 \rangle$$
$$\langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle$$

Substituindo $P = \rho \langle v_x^2 \rangle \Rightarrow \boxed{P = \frac{\rho}{3} \langle v^2 \rangle}$

Juntando com T.E.E $\Rightarrow \langle E_{cin} \rangle = \frac{3}{2} kT$

$$\frac{1}{\cancel{2}} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{\cancel{2}} kT \quad \therefore \quad \boxed{\langle v^2 \rangle = 3\frac{kT}{m}} \quad \text{e}$$

$$\boxed{P = \frac{\rho}{3} \langle v^2 \rangle}$$

$$\frac{\cancel{3}P}{\rho} = \cancel{3}\frac{kT}{m}$$

$$P\frac{V}{\cancel{m}N} = \frac{kT}{\cancel{m}} \Rightarrow \boxed{PV = NkT}$$

Exercício: Gás Ideal $\left.\begin{array}{l} P = 1\,atm \\ T = 27°C \end{array}\right\}$ $\rho = 2{,}44 \times 10^{25} \frac{part.}{m^3}$

Sabendo $m_{H_2} = 2\,g/mol$; $m_{N_2 \text{ ou } CO} = 28\,g/mol$

$m_{O_2} = 32\,g/mol$

Qual v_{qm} destas moléculas?