



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Elementos de Máquinas para Automação

PMR 3307 – A24

Engrenagens – P1

Fundamentos

2020.2



Cronograma de aulas

Dia	S	Aula	Tópico	Prof.
18.08	3ª	A1	Introdução a disciplina Modelagem, carregamento e equilíbrio	RS
21.08	6ª	A2	Comportamento mecânico dos materiais	RS
25.08	3ª	A3	Composição de tensões Estado plano de tensões – Círculo de Mohr	RS
28.08	6ª	A4	Teorias de Falha: 1) Falha por deformação excessiva; fundamentos	RS
01.09	3ª	A5	Teorias de Falha: 2) Falha por deformação permanente: von Mises, Tresca, Coulomb-Mohr;	RS
04.09	6ª	A6	Teorias de Falha: 3) Falha por fadiga: Parte - 1	RS
08.09	3ª	A7	Teorias de Falha: 3) Falha por fadiga: Parte - 2	RS
11.09	6ª	A8	Teorias de Falha: 4) Falha por instabilidade: flambagem	RS
15.09	3ª	A9	Teorias de Falha: 5) Falha por impacto: Parte - 1	RS
18.09	6ª	A10	Teorias de Falha: 6) Falha por impacto: Parte - 2	RS
22.09	3ª	A11	Teorias de Falha: 6) Falha por desgaste excessivo	RS
25.09	6ª	A12	Fixações cubo-eixo	NG
29.09	3ª	A13	Especificação e dimensionamento de elementos de fixação: Rebites	NG
02.10	6ª	A14	Especificação e dimensionamento de elementos de fixação: Parafusos: Parte - 1	NG
06.10	3ª	A15	Especificação e dimensionamento de elementos de fixação: Parafusos: Parte - 2	NG
09.10	6ª	A16	Especificação e dimensionamento de elementos de transmissão: Fusos	NG
13.10	3ª	A17	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Mancais: Parte - 1	NG
16.10	6ª	A18	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Mancais: Parte - 2	NG
20.10	3ª	A19	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Molas: Parte - 1	NG
23.10	6ª	A20	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Molas: Parte - 2	NG
27.10	3ª	A21	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Freios e embreagens	NG
30.10	6ª	A22	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Correias e Correntes	NG
03.11	3ª	A23		RS
06.11	6ª	A24	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Engrenagens: Parte - 1	RS
10.11	3ª	A25	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Engrenagens: Parte - 2	RS
13.11	6ª	A26	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Engrenagens: Parte - 3	RS
17.11	3ª	---	Feriado municipal – Consciência Negra	
20.11	6ª	A27	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Guias de escorregamento	RS
24.11	3ª	A28	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Guias lineares	RS
27.11	6ª	A29	Apresentação dos trabalhos	RS
01.12	3ª	A30	Apresentação dos trabalhos	
04.12	6ª	A29	Apresentação dos trabalhos	
08.12	3ª	A30		
11.12	6ª	A31		
14.12	2ª		Encerramento do semestre 2020-2	



Tópicos

- ▶ Introdução
- ▶ Tipos de engrenagens
- ▶ Terminologia
- ▶ Lei do engrenamento
- ▶ Passo primitivo
- ▶ Módulo
- ▶ Perfil da envolvente
- ▶ Ângulo de pressão
- ▶ Razão de contato
- ▶ Interferência
- ▶ Materiais para engrenagem
- ▶ Fabricação de engrenagens

Referência: Capítulos **13**, 14 e 15 do Shigley's Mechanical Engineering Design, Eighth Edition, McGraw-Hill Primis, 2006



Introdução

Engrenagens são elementos de máquinas utilizados para transmissão, direcionamento, amplificação e redução de velocidades e forças (torques), entre elementos rotativos.





Introdução

- ▶ Engrenagens permitem fazer isto com um movimento uniforme e com confiabilidade
- ▶ Engrenagens são um dos mais importantes elementos de máquinas
- ▶ Engrenagens conseguem cobrir um amplo leque de aplicações
- ▶ Existem poucos sistemas mecânicos que não necessitam transmitir potência ou movimento entre elementos com movimento rotativos





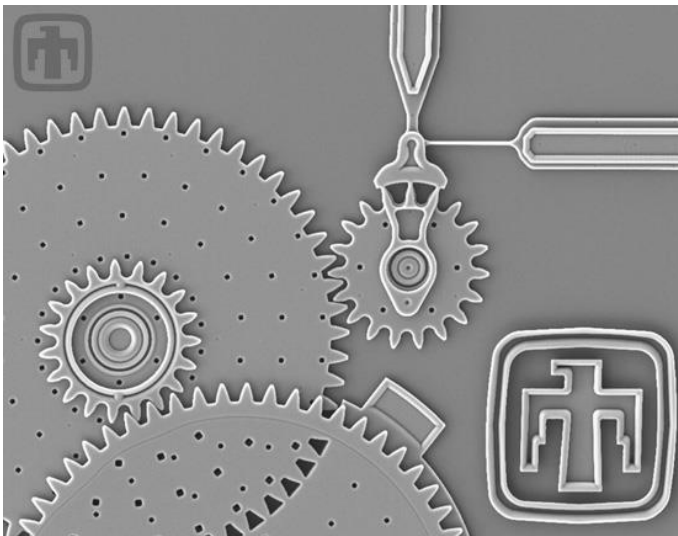
Introdução

- ▶ Engrenagens permitem a transmissão de potência
- ▶ Engrenagem conseguem cobrir um amplo leque de aplicações, de alguns milímetros a metros
- ▶ Engrenagens proporcionam posicionamento angular e linear muito precisos
- ▶ Engrenagens transmitem potência e movimento a eixos paralelos, perpendiculares e inclinados
- ▶ O projeto de engrenagens é padronizado de acordo com a forma e dimensão, o que provem intercambiabilidade

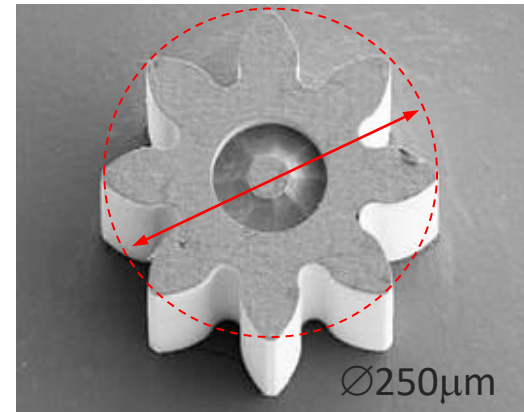


Introdução

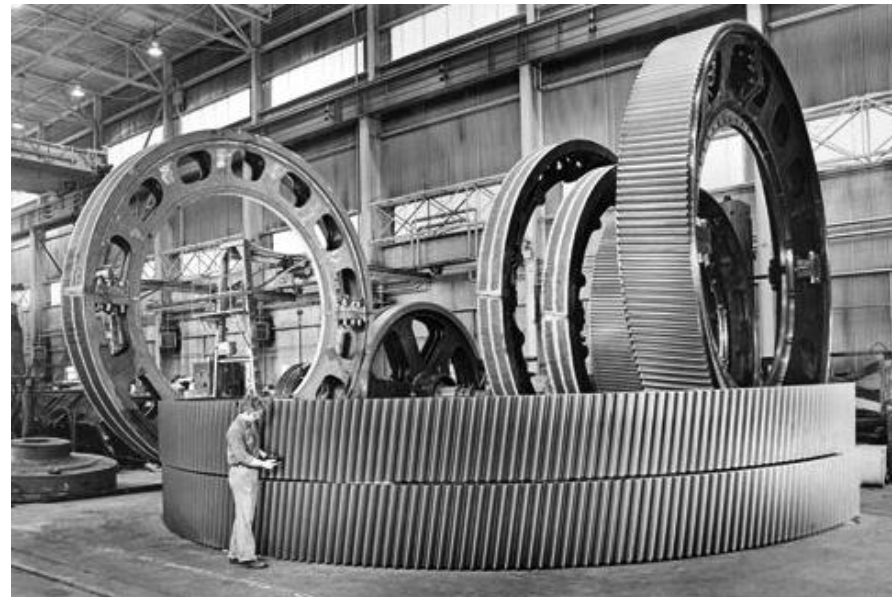
- ▶ tudo é uma questão de dimensões



http://www.sandia.gov/mstc/_assets/images/mems/gallery/gears/1.jpg



<https://www.iam.kit.edu/wpt/410.php>





Tipos de Engrenagens

Engrenagens cilíndricas
de dentes retos



Engrenagem cilíndricas
de dentes helicoidais



Engrenagens cônicas

Dentes
retos



Dentes
espiral



Hypóides





Tipos de engrenagens

engrenagem cilíndrica
de dentes retos



Spur Gear

Engrenagem cilíndrica
dentes helicoidais



Helical Gear

Engrenagem bi helicoidal



Double Helical Gear
(Herringbone Gear)

Engrenagem
cônica de dentes
hypóides



Spiral Bevel Gear

Engrenagem
cônica de
dentes
inclinados



Miter Gear

Engrenagem
cônica de
dentes retos



Straight Bevel Gear



Internal Gear
engrenagem interna



Worm Gear
engrenagem sem-fim

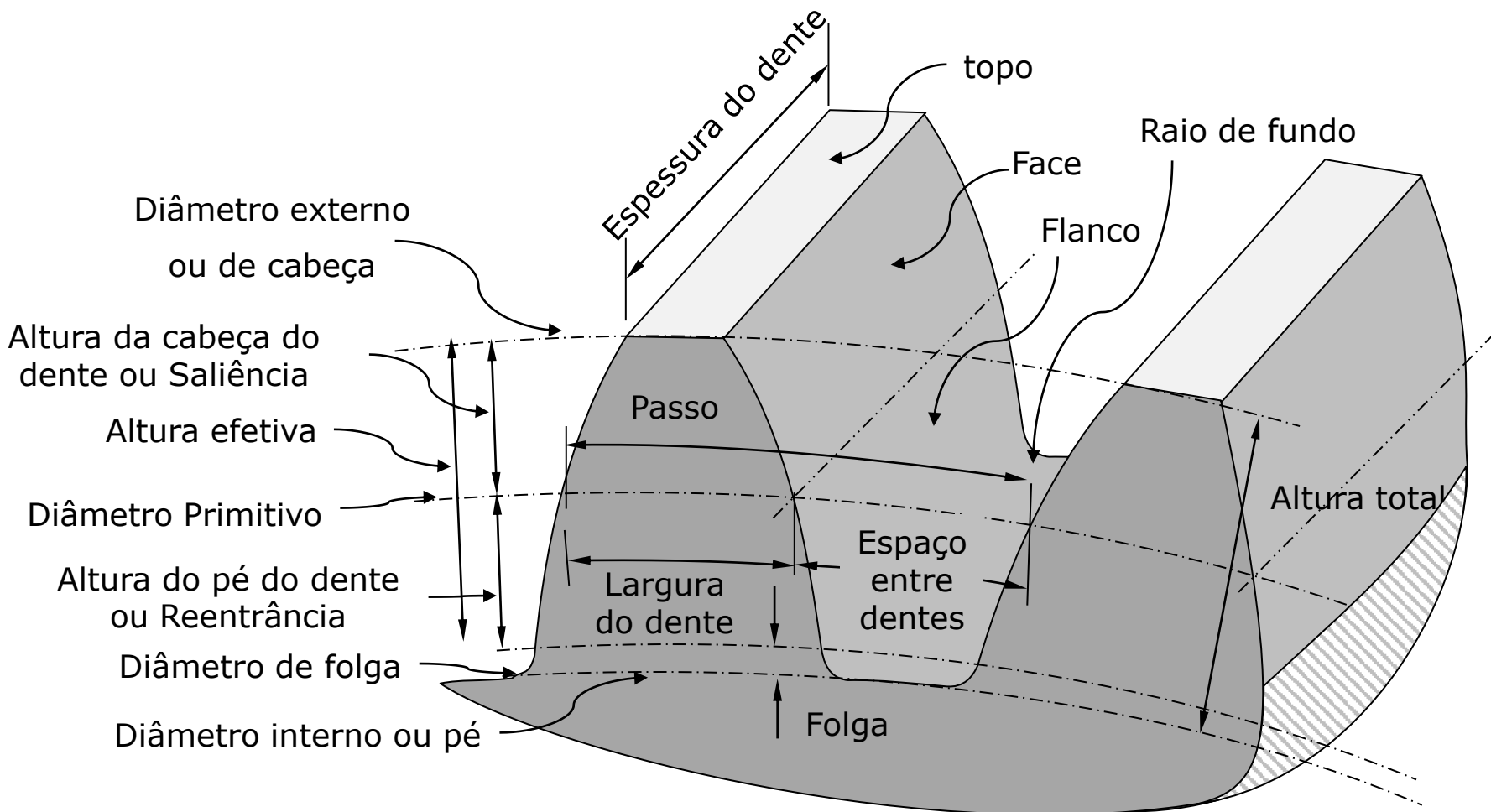


Rack and Pinion
Pinhão e cremalheira



Terminologia de Engrenagens

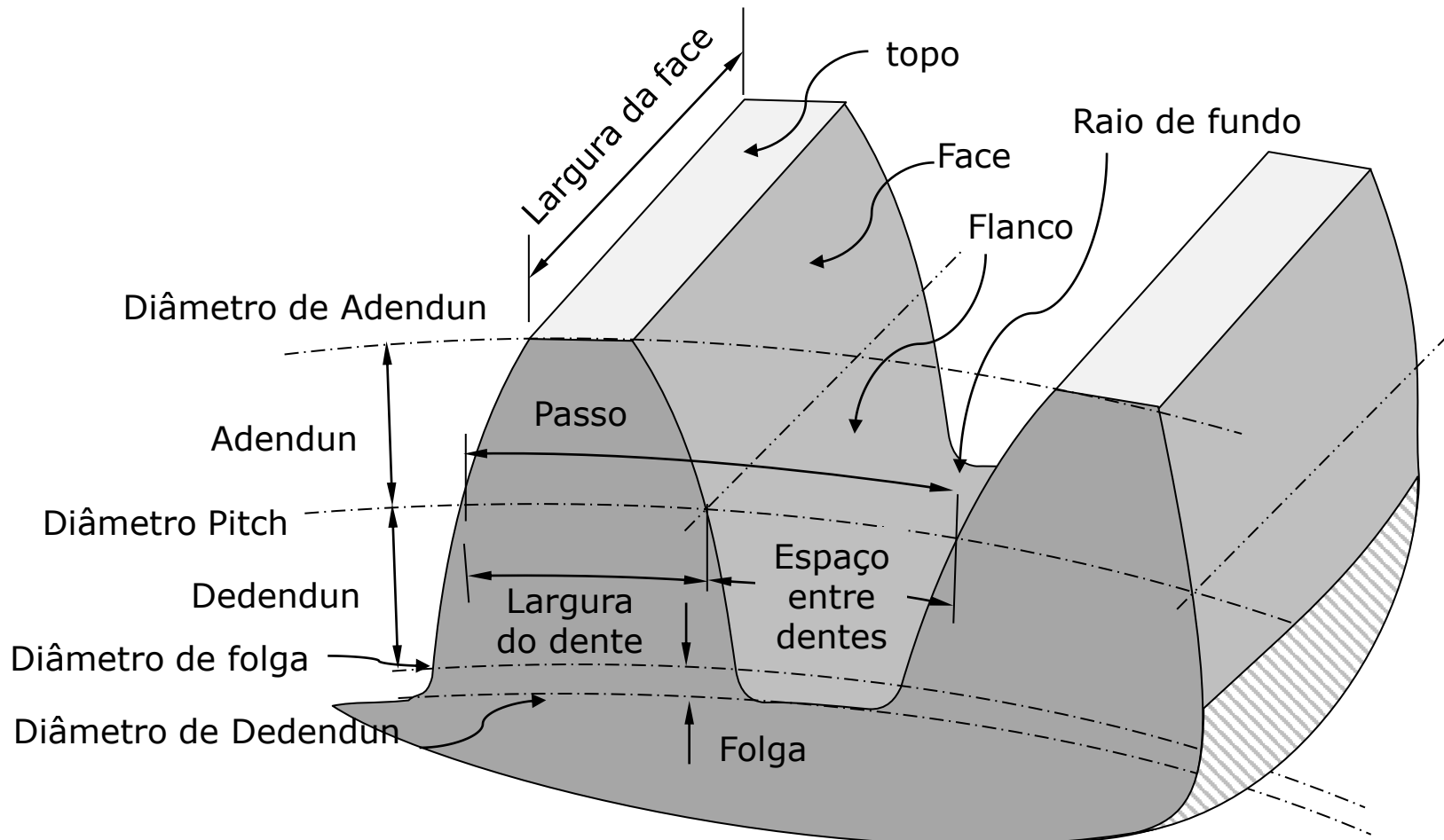
Engrenagens métricas





Terminologia de Engrenagens

Engrenagens em polegadas (Americanas/Imperiais)





Terminologia de Engrenagens

- ▶ **Circulo Primitivo (*Pitch circle*)** – é o circulo teórico, sobre o qual os cálculos são normalmente efetuados.
- ▶ **Diâmetro Primitivo (*pitch diameter*) d** – diâmetro do circulo primitivo.
- ▶ **Passo Primitivo (*circular pitch*) p** – é a distância, medida no circulo primitivo, de um ponto num dente, até ao ponto correspondente no dente adjacente. O passo primitivo é igual á soma da espessura do dente (*tooth thickness*) e intervalo entre dentes (*width of space*).
- ▶ **Módulo (*module*) m** – é a razão entre o diâmetro primitivo, “ d ” e o número de dentes, “ N ”. [$m = d/N$]
- ▶ ***Diametral Pitch* P** – é a razão entre o número de dentes da engrenagem - N e o diâmetro primitivo - d . [$P = N/d$]

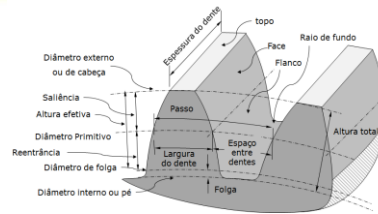


Terminologia de Engrenagens

- ▶ **Saliência (*addendum*) a** – é a distância radial entre a superfície da coroa (topland) e o diâmetro primitivo.
- ▶ **Reentrância (*dedendum*) b** – é a distância radial entre a superfície da raiz (bottomland) e o diâmetro primitivo.
- ▶ **Altura do dente (*whole depth*) ht** – é a soma da saliência e da reentrância.
- ▶ **Circulo de folga (*clearance circle*)** – é o círculo tangente ao círculo de saliência da engrenagem.
- ▶ **Folga (*clearance*) c** – é a saliência subtraída da reentrância.
- ▶ ***Backlash*** – é a quantidade que o intervalo entre dentes (*width of space*) excede a espessura do dente engrenado no círculo primitivo.

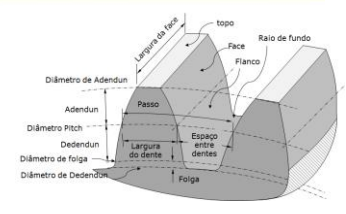


Terminologia de Engrenagens



Norma ISO

Número de dentes	Z
Módulo	m
Passo	t_0
Largura do dente	s_0
Espaço entre dentes	l_0
Diâmetro primitivo	d_0
Diâmetro entre centros	a_0
Altura comum do dente	h
Altura da cabeça do dente	h_k
Altura do pé do dente	h_f
Altura do dente	h_z
folga	S_k
Diâmetro externo	d_k
Diâmetro do pé do dente	d_f
Diâmetro de base	d_g
Ângulo de pressão	α_0
Relação de transmissão	i
passo na linha de engrenamento	t_e
Grau de recobrimento	ϵ



AGMA – Shigley

Número de dentes	N
Módulo	m
Circular pitch	p
Largura do dente	t
Espaço entre dentes	—
Diâmetro pitch	d
Diâmetro entre centros	C
Altura comum do dente	h
<i>Addendum</i>	a
<i>Dedendum</i>	b
Altura do dente	h_t
folga	c
Diâmetro de <i>addendum</i>	D_a
Diâmetro de raiz	D_R
Diâmetro de trabalho	D_K
Ângulo de pressão	ϕ
Relação de transmissão	i
passo na linha de engrenamento	$?$
Razão de contato	m_p



Conversões

De		Para		Conversão
Módulo	m	Diâmetro Pitch	d	$d = m \cdot N$
Módulo	m	Círculo Pitch	p	$p = m \cdot \pi = (D/N) \cdot \pi$
Diâmetro Pitch	d	Módulo	m	$m = d/N = 24,5 / d$
Módulo e Diâmetro Pitch		Número de dentes	N	$N = D/m$
Módulo	m	Adendo	a	$a = m$
Módulo	m	Dedendo	b	$b = 1,25 \cdot m$
Módulo, Dia. Pitch ou no. de dentes		Diâmetro externo	d_e	$d_e = d + 2 \cdot m = m \cdot (N + 2)$
Módulo e Diâmetro Pitch		Diâmetro da raiz	d_i	$d_i = d - 2 \cdot m$
Diâmetro Pitch e ângulo de pressão		Diâmetro do círculo base	d_b	$\bar{d}_b = \bar{d} \cdot \cos \phi$
Módulo e ângulo de pressão		Pitch base	P_b	$P_b = m \cdot \pi \cdot \cos \phi$
Módulo	m	Espessura do dente	t	$t = (\pi/2)/m$
Módulo e número de dentes		Distância entre centros		$C = m(N_1 + N_2)/2$
Raio externo, raio do círculo de base, distância entre centros e ângulo de pressão		Razão de contato		$m_p = \frac{\sqrt{R_{a1} - R_{b1}} + \sqrt{R_{b1} + R_{b2}} - C \cdot \sin \phi}{m \cdot \pi \cdot \cos \phi}$
Alteração na espessura do dente		Backlash linear		$B_{LA} = B \cdot \cos \phi$
Backlash linear no círculo Pitch		Backlash linear na linha de ação		$Ba = 6880 (B/D) \text{ (em minutos de arco)}$
Ângulo de pressão		Menor número de dentes		$N_c = \frac{2}{\sin^2 \phi}$



Conversões

Diametral Pitch, P	Module, m	Circular Pitch		Circular Tooth Thickness		Addendum	
		in	mm	in	mm	in	mm
203.2000	0.125	0.0155	0.393	0.0077	0.196	0.0049	0.125
200	0.12700	0.0157	0.399	0.0079	0.199	0.0050	0.127
180	0.14111	0.0175	0.443	0.0087	0.222	0.0056	0.141
169.333	0.15	0.0186	0.471	0.0093	0.236	0.0059	0.150
150	0.16933	0.0209	0.532	0.0105	0.266	0.0067	0.169
127.000	0.2	0.0247	0.628	0.0124	0.314	0.0079	0.200
125	0.20320	0.0251	0.638	0.0126	0.319	0.0080	0.203
120	0.21167	0.0262	0.665	0.0131	0.332	0.0083	0.212
101.600	0.25	0.0309	0.785	0.0155	0.393	0.0098	0.250
96	0.26458	0.0327	0.831	0.0164	0.416	0.0104	0.265
92.3636	0.275	0.0340	0.864	0.0170	0.432	0.0108	0.275
84.6667	0.3	0.0371	0.942	0.0186	0.471	0.0118	0.300
80	0.31750	0.0393	0.997	0.0196	0.499	0.0125	0.318
78.1538	0.325	0.0402	1.021	0.0201	0.511	0.0128	0.325
72.5714	0.35	0.0433	1.100	0.0216	0.550	0.0138	0.350
72	0.35278	0.0436	1.108	0.0218	0.554	0.0139	0.353
67.733	0.375	0.0464	1.178	0.0232	0.589	0.0148	0.375
64	0.39688	0.0491	1.247	0.0245	0.623	0.0156	0.397
63.500	0.4	0.0495	1.257	0.0247	0.628	0.0157	0.400
50.800	0.5	0.0618	1.571	0.0309	0.785	0.0197	0.500
50	0.50800	0.0628	1.596	0.0314	0.798	0.0200	0.508
48	0.52917	0.0655	1.662	0.0327	0.831	0.0208	0.529
44	0.57727	0.0714	1.814	0.0357	0.907	0.0227	0.577
42.333	0.6	0.0742	1.885	0.0371	0.942	0.0236	0.600
40	0.63500	0.0785	1.995	0.0393	0.997	0.0250	0.635
36.2857	0.7	0.0866	2.199	0.0433	1.100	0.0276	0.700
36	0.70556	0.0873	2.217	0.0436	1.108	0.0278	0.706
33.8667	0.75	0.0928	2.356	0.0464	1.178	0.0295	0.750
32	0.79375	0.0982	2.494	0.0491	1.247	0.0313	0.794
31.7500	0.8	0.0989	2.513	0.0495	1.257	0.0315	0.800
30	0.84667	0.1047	2.660	0.0524	1.330	0.0333	0.847
28.2222	0.9	0.1113	2.827	0.0557	1.414	0.0354	0.900
28	0.90714	0.1122	2.850	0.0561	1.425	0.0357	0.907
25.4000	1	0.1237	3.142	0.0618	1.571	0.0394	1.000
24	1.0583	0.1309	3.325	0.0654	1.662	0.0417	1.058
22	1.1545	0.1428	3.627	0.0714	1.813	0.0455	1.155
20.3200	1.25	0.1546	3.927	0.0773	1.963	0.0492	1.250
20	1.2700	0.1571	3.990	0.0785	1.995	0.0500	1.270
18	1.4111	0.1745	4.433	0.0873	2.217	0.0556	1.411
16.9333	1.5	0.1855	4.712	0.0928	2.356	0.0591	1.500
16	1.5875	0.1963	4.987	0.0982	2.494	0.0625	1.588
15	1.6933	0.2094	5.320	0.1047	2.660	0.0667	1.693
14.5143	1.75	0.2164	5.498	0.1082	2.749	0.0689	1.750
14	1.8143	0.2244	5.700	0.1122	2.850	0.0714	1.814
13	1.9538	0.2417	6.138	0.1208	3.069	0.0769	1.954
12.7000	2	0.2474	6.283	0.1237	3.142	0.0787	2.000
12	2.1167	0.2618	6.650	0.1309	3.325	0.0833	2.117
11.2889	2.25	0.2783	7.069	0.1391	3.534	0.0886	2.250
11	2.3091	0.2856	7.254	0.1428	3.627	0.0909	2.309
10.1600	2.50	0.3092	7.854	0.1546	3.927	0.0984	2.500
10	2.5400	0.3142	7.980	0.1571	3.990	0.1000	2.540

Diametral Pitch, P	Module, m	Circular Pitch		Circular Tooth Thickness		Addendum	
		in	mm	in	mm	in	mm
9.2364	2.75	0.3401	8.639	0.1701	4.320	0.1083	2.750
9	2.8222	0.3491	8.866	0.1745	4.433	0.1111	2.822
8.4667	3	0.3711	9.425	0.1855	4.712	0.1181	3.000
8	3.1750	0.3927	9.975	0.1963	4.987	0.1250	3.175
7.8154	3.25	0.4020	10.210	0.2010	5.105	0.1280	3.250
7.2571	3.5	0.4329	10.996	0.2164	5.498	0.1378	3.500
7	3.6286	0.4488	11.400	0.2244	5.700	0.1429	3.629
6.7733	3.75	0.4638	11.781	0.2319	5.890	0.1476	3.750
6.3500	4	0.4947	12.566	0.2474	6.283	0.1575	4.000
6	4.2333	0.5236	13.299	0.2618	6.650	0.1667	4.233
5.6444	4.5	0.5566	14.137	0.2783	7.069	0.1772	4.500
5.3474	4.75	0.5875	14.923	0.2938	7.461	0.1870	4.750
5.0800	5	0.6184	15.708	0.3092	7.854	0.1969	5.000
5	5.0800	0.6283	15.959	0.3142	7.980	0.2000	5.080
4.6182	5.5000	0.6803	17.279	0.3401	8.639	0.2165	5.500
4.2333	6	0.7421	18.850	0.3711	9.425	0.2362	6.000
4	6.3500	0.7854	19.949	0.3927	9.975	0.2500	6.350
3.9077	6.5000	0.8040	20.420	0.4020	10.210	0.2559	6.500
3.6286	7	0.8658	21.991	0.4329	10.996	0.2756	7.000
3.5000	7.2571	0.8976	22.799	0.4488	11.399	0.2857	7.257
3.1750	8	0.9895	25.133	0.4947	12.566	0.3150	8.000
3.1416	8.0851	1.0000	25.400	0.5000	12.700	0.3183	8.085
3	8.4667	1.0472	26.599	0.5236	13.299	0.3333	8.467
2.8222	9	1.1132	28.274	0.5566	14.137	0.3543	9.000
2.5400	10	1.2368	31.416	0.6184	15.708	0.3937	10.000
2.5000	10.160	1.2566	31.919	0.6283	15.959	0.4000	10.160
2.3091	11	1.3605	34.558	0.6803	17.279	0.4331	11.000
2.1167	12	1.4842	37.699	0.7421	18.850	0.4724	12.000
2	12.700	1.5708	39.898	0.7854	19.949	0.5000	12.700
1.8143	14	1.7316	43.982	0.8658	21.991	0.5512	14.000
1.5875	16	1.9790	50.265	0.9895	25.133	0.6299	16.000
1.5000	16.933	2.0944	53.198	1.0472	26.599	0.6667	16.933
1.4111	18	2.2263	56.549	1.1132	28.274	0.7087	18.000
1.2700	20	2.4737	62.832	1.2368	31.416	0.7874	20.000
1.1545	22	2.7211	69.115	1.3605	34.558	0.8661	22.000
1.0583	24	2.9684	75.398	1.4842	37.699	0.9449	24.000
1.0160	25	3.0921	78.540	1.5461	39.270	0.9843	25.000
1	25.400	3.1416	79.796	1.5708	39.898	1.0000	25.400
0.9407	27	3.3395	84.823	1.6697	42.412	1.0630	27.000
0.9071	28	3.4632	87.965	1.7316	43.982	1.1024	28.000
0.8467	30	3.7105	94.248	1.8553	47.124	1.1811	30.000
0.7938	32	3.9579	100.531	1.9790	50.265	1.2598	32.000
0.7697	33	4.0816	103.673	2.0408	51.836	1.2992	33.000
0.7500	33.867	4.1888	106.395	2.0944	53.198	1.3333	33.867
0.7056	36	4.4527	113.097	2.2263	56.549	1.4173	36.000
0.6513	39	4.8237	122.522	2.4119	61.261	1.5354	39.000
0.6350	40	4.9474	125.664	2.4737	62.832	1.5748	40.000
0.6048	42	5.1948	131.947	2.5974	65.973	1.6535	42.000
0.5644	45	5.5658	141.372	2.7829	70.686	1.7717	45.000
0.5080	50	6.1842	157.080	3.0921	78.540	1.9685	50.000
0.5000	50.800	6.2832	159.593	3.1416	79.796	2.0000	50.800

NOTE: Bold face diametral pitches and modules designate preferred values.



Normas para engrenagens

ISO 53:1974	Cylindrical gears for general and heavy engineering – Basic rack
ISO 54:1977	Cylindrical gears for general and heavy engineering – Modules and diametral pitches
ISO 677:1976	Straight bevel gears for general and heavy engineering – Basic rack
ISO 678:1976	Straight bevel gears for general and heavy engineering – Modules and diametral pitches
ISO 701:1976	International gear notation – symbols for geometrical data
ISO 1122-1:1983	Glossary of gear terms – Part 1: Geometrical definitions
ISO 1328:1975	Parallel involute gears – ISO system of accuracy
ISO 1340:1976	Cylindrical gears – Information to be given to the manufacturer by the purchaser in order to obtain the gear required
ISO 1341:1976	Straight bevel gears – Information to be given to the manufacturer by the purchaser in order to obtain the gear required
ISO 2203:1973	Technical drawings – Conventional representation of gears
ISO 2490:1975	Single-start solid (monobloc) gear hobs with axial keyway, 1 to 20 module and 1 to 20 diametral pitch – Nominal dimensions
ISO/TR 4467:1982	Addendum modification of the teeth of cylindrical gears for speed-reducing and speed-increasing gear pairs
ISO 4468:1982	Gear hobs – Single-start – Accuracy requirements
ISO 8579-1:1993	Acceptance code for gears – Part 1: Determination of airborne sound power levels emitted by gear units
ISO 8579-2:1993	Acceptance code for gears – Part 2: Determination of mechanical vibrations of gear units during acceptance testing
ISO/TR 10064-1:1992	Cylindrical gears – Code of inspection practice – Part 1: Inspection of corresponding flanks of gear teeth



Normas para engrenagens

GERMANY – DIN (Deutsches Institut für Normung)		
DIN 37	12.61	Conventional and simplified representation of gears and gear pairs [4]
DIN 780 Pt 1	05.77	Series of modules for gears – Modules for spur gears [4]
DIN 780 Pt 2	05.77	Series of modules for gears – Modules for cylindrical worm gear transmissions [4]
DIN 867	02.86	Basic rack tooth profiles for involute teeth of cylindrical gears for general and heavy engineering [5]
DIN 868	12.76	General definitions and specification factors for gears, gear pairs and gear trains [11]
DIN 3961	08.78	Tolerances for cylindrical gear teeth – Bases [8]
DIN 3962 Pt 1	08.78	Tolerances for cylindrical gear teeth – Tolerances for deviations of individual parameters [11]
DIN 3962 Pt 2	08.78	Tolerances for cylindrical gear teeth – Tolerances for tooth trace deviations [4]
DIN 3962 Pt 3	08.78	Tolerances for cylindrical gear teeth – Tolerances for pitch-span deviations [4]
DIN 3963	08.78	Tolerances for cylindrical gear teeth – Tolerances for working deviations [11]
DIN 3964	11.80	Deviations of shaft center distances and shaft position tolerances of casings for cylindrical gears [4]
DIN 3965 Pt 1	08.86	Tolerancing of bevel gears – Basic concepts [5]
DIN 3965 Pt 2	08.86	Tolerancing of bevel gears – Tolerances for individual parameters [11]
DIN 3965 Pt 3	08.86	Tolerancing of bevel gears – Tolerances for tangential composite errors [11]
DIN 3965 Pt 4	08.86	Tolerancing of bevel gears – Tolerances for shaft angle errors and axes intersection point deviations [5]
DIN 3966 Pt 1	08.78	Information on gear teeth in drawings – Information on involute teeth for cylindrical gears [7]
DIN 3966 Pt 2	08.78	Information on gear teeth in drawings – Information on straight bevel gear teeth [6]
DIN 3967	08.78	System of gear fits – Backlash, tooth thickness allowances, tooth thickness tolerances – Principles [12]
DIN 3970 Pt 1	11.74	Master gears for checking spur gears – Gear blank and tooth system [8]
DIN 3970 Pt 2	11.74	Master gears for checking spur gears – Receiving arbors [4]
DIN 3971	07.80	Definitions and parameters for bevel gears and bevel gear pairs [12]
DIN 3972	02.52	Reference profiles of gear-cutting tools for involute tooth systems according to DIN 867 [4]
DIN 3975	10.76	Terms and definitions for cylindrical worm gears with shaft angle 90° [9]
DIN 3976	11.80	Cylindrical worms – Dimensions, correlation of shaft center distances and gear ratios of worm gear drives [6]
DIN 3977	02.81	Measuring element diameters for the radial or diametral dimension for testing tooth thickness of cylindrical gears [8]
DIN 3978	08.76	Helix angles for cylindrical gear teeth [5]
DIN 3979	07.79	Tooth damage on gear trains – Designation, characteristics, causes [11]
DIN 3993 Pt 1	08.81	Geometrical design of cylindrical internal involute gear pairs – Basic rules [17]
DIN 3993 Pt 2	08.81	Geometrical design of cylindrical internal involute gear pairs – Diagrams for geometrical limits of internal gear-pinion matings [15]
DIN 3993 Pt 3	08.81	Geometrical design of cylindrical internal involute gear pairs – Diagrams for the determination of addendum modification coefficients [15]
DIN 3993 Pt 4	08.81	Geometrical design of cylindrical internal involute gear pairs – Diagrams for limits of internal gear-pinion type cutter matings [10]
DIN 3998	09.76	Denominations on gear and gear pairs – Alphabetical index of equivalent terms [10]
Suppl 1		
DIN 3998 Pt 1	09.76	Denominations on gears and gear pairs – General definitions [11]
DIN 3998 Pt 2	09.76	Denominations on gears and gear pairs – Cylindrical gears and gear pairs [11]
DIN 3998 Pt 3	09.76	Denominations on gears and gear pairs – Bevel and hypoid gears and gear pairs [9]
DIN 3998 Pt 4	09.76	Denominations on gears and gear pairs – Worm gear pairs [8]
DIN 58405 Pt 1	05.72	Spur gear drives for fine mechanics – Scope, definitions, principal design data, classification [7]
DIN 58405 Pt 2	05.72	Spur gear drives for fine mechanics – Gear fit selection, tolerances, allowances [9]
DIN 58405 Pt 3	05.72	Spur gear drives for fine mechanics – Indication in drawings, examples for calculation [12]
DIN 58405 Pt 4	05.72	Spur gear drives for fine mechanics – Tables [15]
DIN ISO 2203	06.76	Technical Drawings – Conventional representation of gears



Lei do engrenamento

- ▶ O requisito primário para engrenagens é a constância das velocidades angulares ou a proporcionalidades na transmissão da posição
- ▶ Instrumentos de precisão necessitam de alto repetitividade e precisão de posicionamento
- ▶ Trens de engrenagem para emprego em alta velocidade ou em alta potência necessitam de constância na velocidade para evitar problemas dinâmicos



Lei do engrenamento

- ▶ A constante da relação da transmissão do movimento (relação de velocidade) define o conjugado perfil do dente
- ▶ Este conjugado define a lei do engrenamento:
 - *“A normal comum ao perfil do dente no ponto de contato deve, em todas as posições, passar por um ponto fixo na linha que une os centros, denominada de ponto Pitch ou de contato de engrenamento”*
- ▶ Quaisquer dois pontos ou perfiz que se engajem e que satisfaçam esta lei são curvas conjugadas

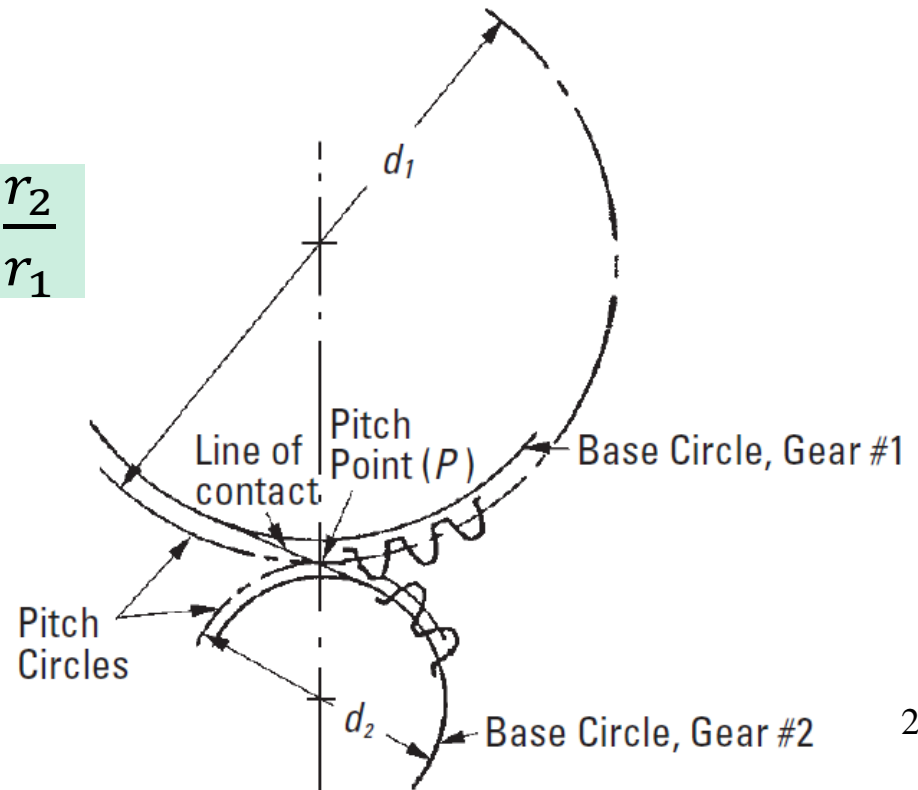


Passo Primitivo - *Circular Pitch*

- ▶ A tangente de dois círculos base define a linha de contato, onde esta linha cruzar a linha de centro se estabelece o ponto P (*pitch*), estabelecendo do diâmetro *pitch*
- ▶ A razão entre os diâmetros *pitch* fornece a razão de velocidades

$$i = \frac{d_2}{d_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

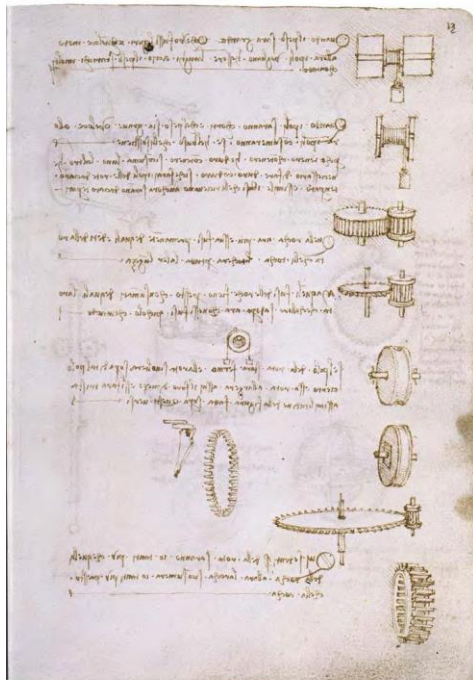
$$p = \text{circular pitch} = \frac{\pi \cdot d}{Z}$$



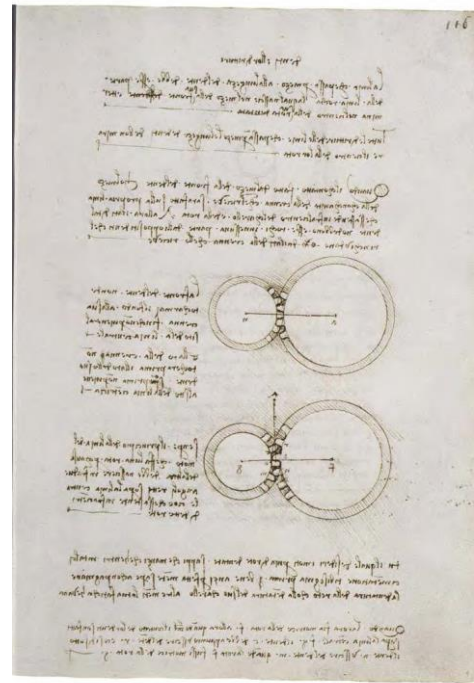


Generalidades

- ⇒ Primeiras aplicações datam do século I – dispositivo de medição do tempo
- ⇒ Século 13 – relógios
- ⇒ Século 15 - vários estudos, propostas e rascunhos de Leonardo da Vinci no campo da engrenagens



Biblioteca Nacional de Espanha



Biblioteca Nacional de Espanha



<https://grabcad.com/challenges/da-vinci-gear-challenge> 22



Generalidades

- ⇒ Século XVI - desenvolvimento de engrenagens para sistemas de elevação da água, moinhos de vento, relógios planetários e calendários, ...



Torre da prefeitura de Praga, República Tcheca.
Relógios astronômico e horário

- ⇒ Século XVI – Ph. la Hire (1695 – *Nouvelle méthode en géométrie pour les sections des superficies coniques et cylindriques*) primeiras leis do engrenamento, desenvolvimento de um sistema com dentes com translação constante
- ⇒ Século XVIII – Abbé Camus (1699-1768) geração de dentes de perfil circular para o pareamento



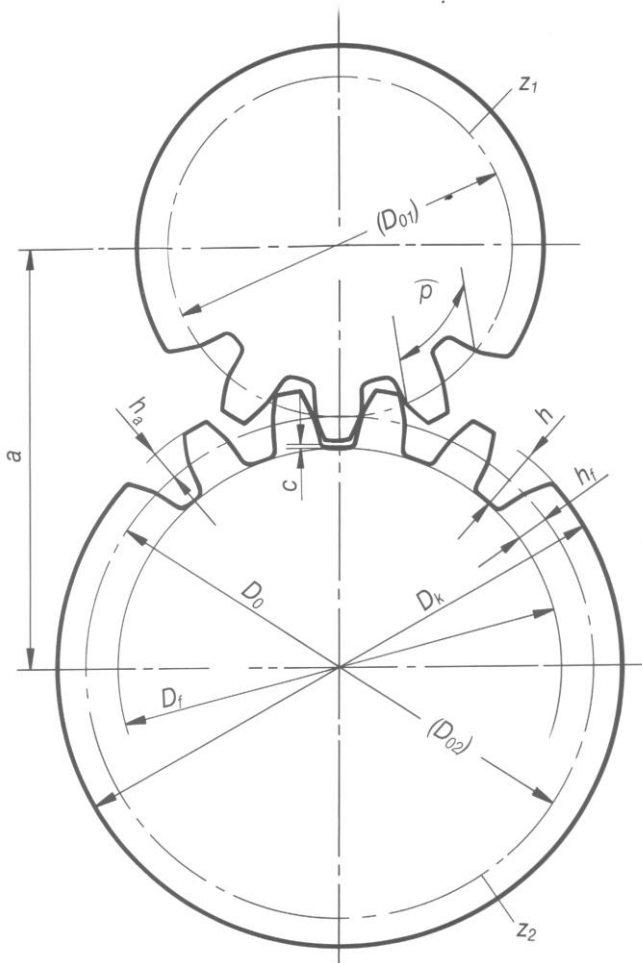
Generalidades

- ⇒ Século XVIII – Tratado de Euler (1752) propões o uso de envolvemntne para gerar o perfil dos dentes de engrenamento
- ⇒ Século XIX - revolução industrial, uso generalizado de engrangens em máquinas, redutores, etc.
- ⇒ Século XIX - Robert Buchanan (1808) formula a leis precursoras do engrenamento
- ⇒ Século XIX – James White (1808) patenteia a engrenagem helicoidal



Leis do engrenamento

$$Z = \frac{d}{m} = \frac{D_a - 2m}{m}$$



$$i = \frac{d_2}{d_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$$



Módulo

- ▶ Engrenagens métricas usam o padrão módulo ***m*** no lugar do diâmetro *pitch* das engrenagens americanas
- ▶ Módulo representa o comprimento da envolvente do dente da engrenagem
- ▶ O módulo é dado em mm

$$m = \frac{d}{Z}$$

- ▶ O módulo pode ser definido como o comprimento do diâmetro pitch por dente

$$m = \frac{\pi \cdot p}{\pi}$$



Módulo

A norma DIN 780 P1 e P2 definem o perfil do dente e as dimensões da envolvente e **MÓDULOS (m) normalizados**

0,3 - 0,4 - 0,5 - 0,6 - 0,7 - 0,8 - 0,9

1,0 - 1,25 - 1,50 - 1,75

2,00 - 2,25 - 2,50 - 2,75

3,0 - 3,25 - 3,50 - 3,75

4,00 - 4,5

5,0 - 5,5

6,0 - 6,5

7 - 8 - 9 - 10 - 11 - 12 - 13 - 14 - 15 - 16 - 17 - 18

20 - 22 - 24 - 27 - 30 - 33 - 36 - 39 - 42 - 45

50 - 55 - 60 - 65 - 70 - 75

ÂNGULO DE PRESSÃO DO ENGRENAMENTO:

(ângulo de pressão do CORTADOR)

14,5° - 17,5° - **20°** - 22,5° - 25°

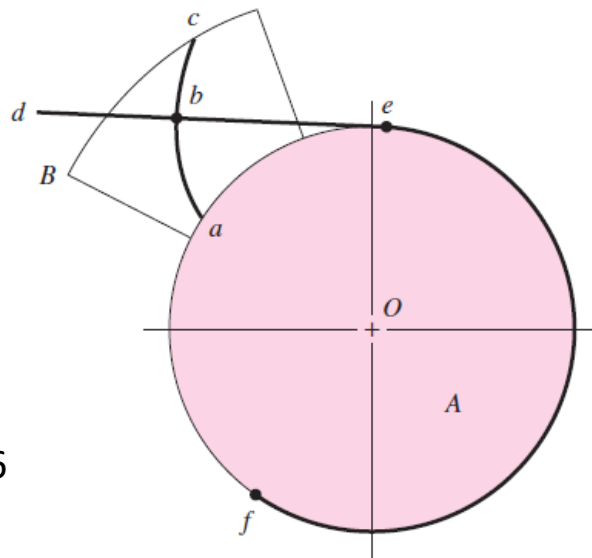


Perfil da envolvente

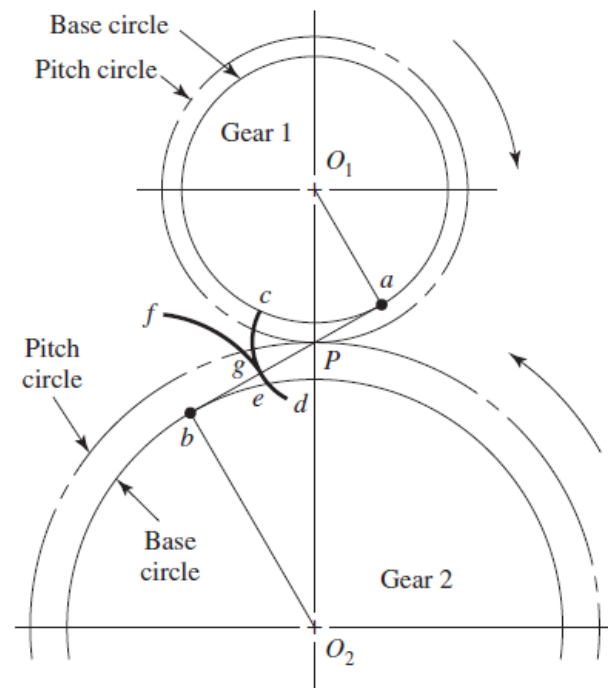
Existe um número infinito de curvas que podem ser desenvolvidas de forma a satisfazer a lei do engrenamento, e muitas formas foram tentadas no passado.

O projeto de engrenagens moderno está baseado no perfil da envolvente do dente

Geração da envolvente



Envolvente em ação





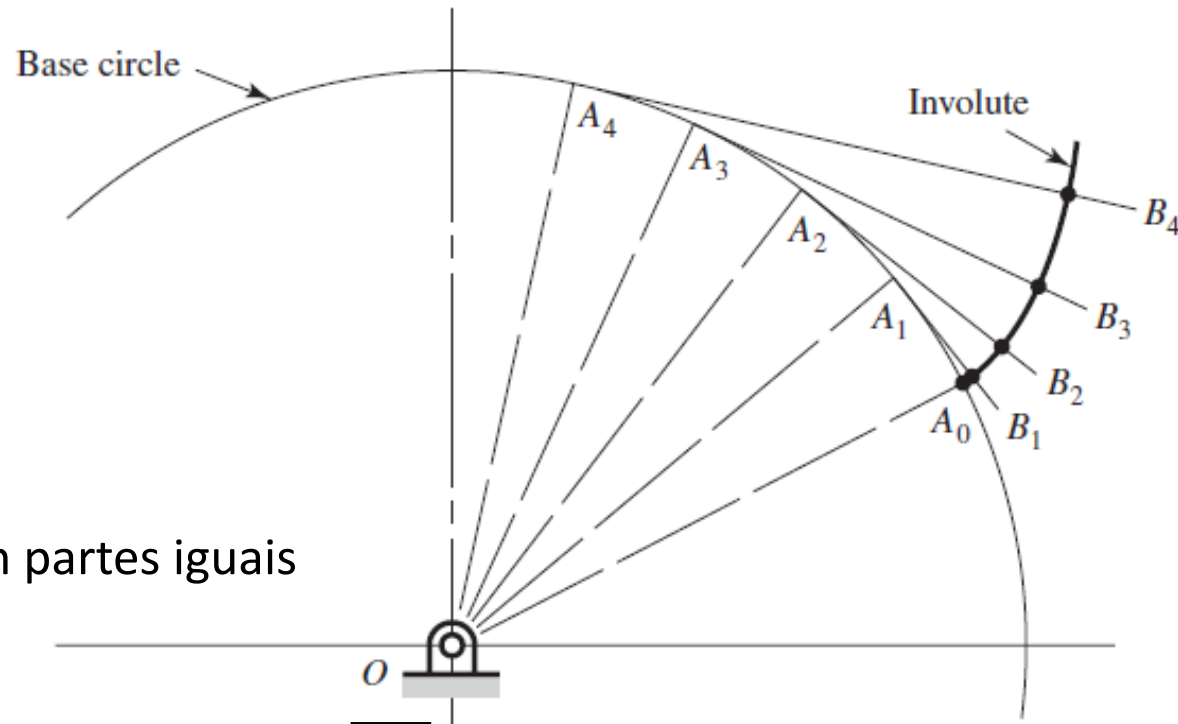
Perfil da envolvente

As três principais vantagens do uso de perfil envolvente são:

- ▶ o ação do par conjugado é independente de mudanças na distância entre centros
- ▶ A forma básica do dente pode ser feita com precisão, desde que com a ferramenta correta.
- ▶ Uma única ferramenta pode gerar todos os dentes mantendo o mesmo passo



Construção do Perfil da envolvente

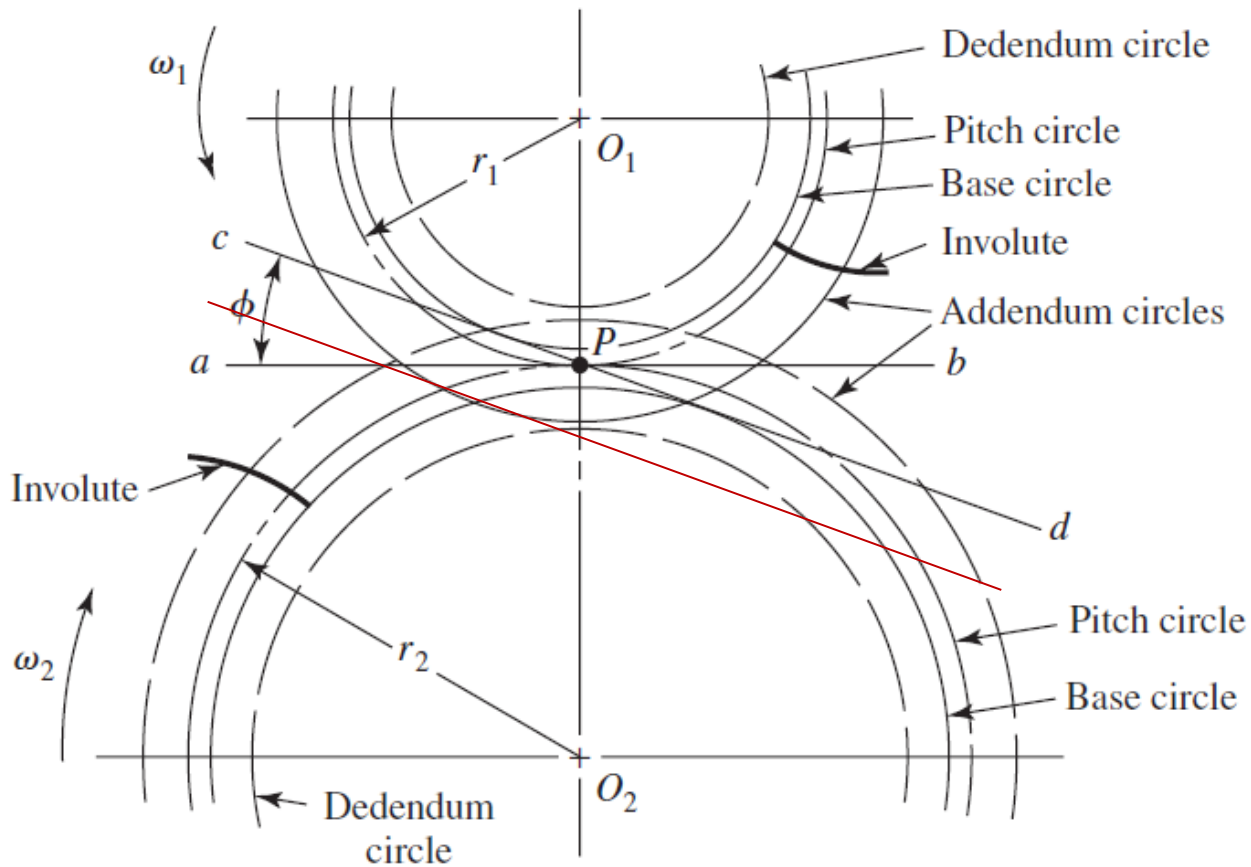


- ▶ Dividir o círculo em n partes iguais
- ▶ Traçar linha $\overline{OA_i}$
- ▶ Traçar linhas $\overline{A_iB_i}$ perpendiculares a $\overline{OA_i}$
- ▶ Marque a distância $\overline{A_1A_0}$ ao longo de $\overline{A_1B_1}$
- ▶ Marque a distância $2 * \overline{A_1A_0}$ ao longo de $\overline{A_2B_2}$
- ▶ Repita o processo $n * \overline{A_1A_0}$ ao longo de $\overline{A_nB_n}$, para $n > 2$



Ângulo de pressão

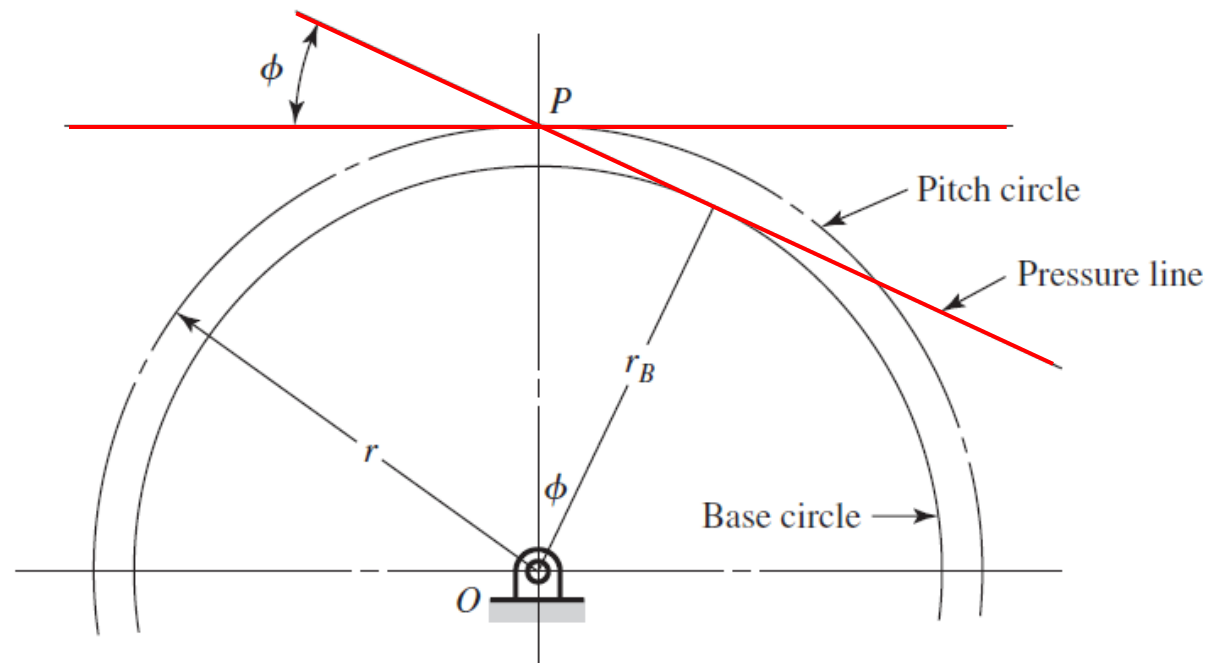
- ▶ Linha pressão ou de Engrenamento (*pressure line*) – Lugar geométrico dos pontos de contato de um par de dentes





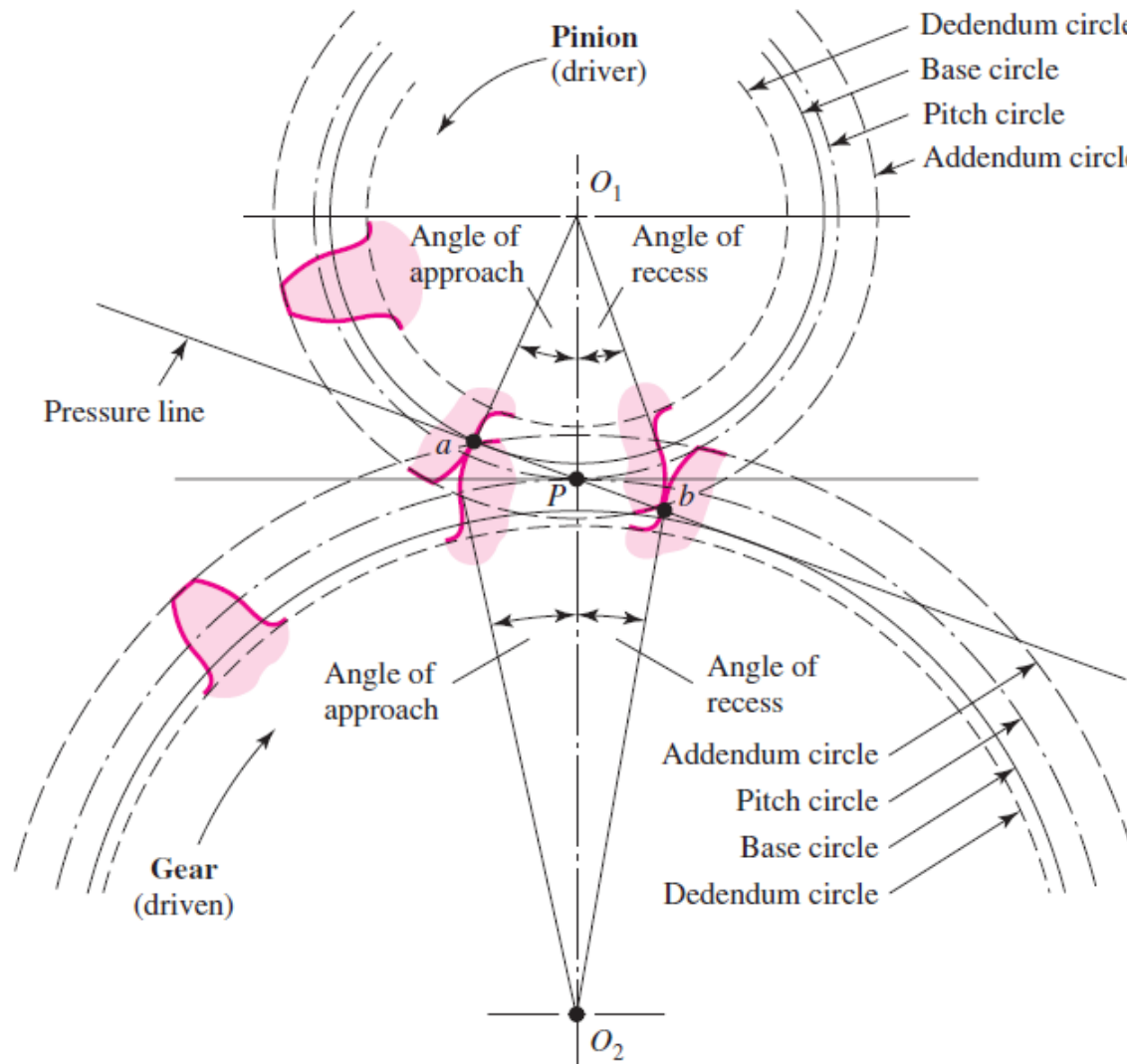
Ângulo de pressão

- ▶ Linha de pressão (*pressure line*) representa a direção na qual a a força resultante atua entre as engrenagens.
- ▶ O ângulo ϕ é denominado de ângulo de pressão, normalmente varia entre 20 e 25°, apesar de antigamente se utilizava 14/15° (não mais recomendado)



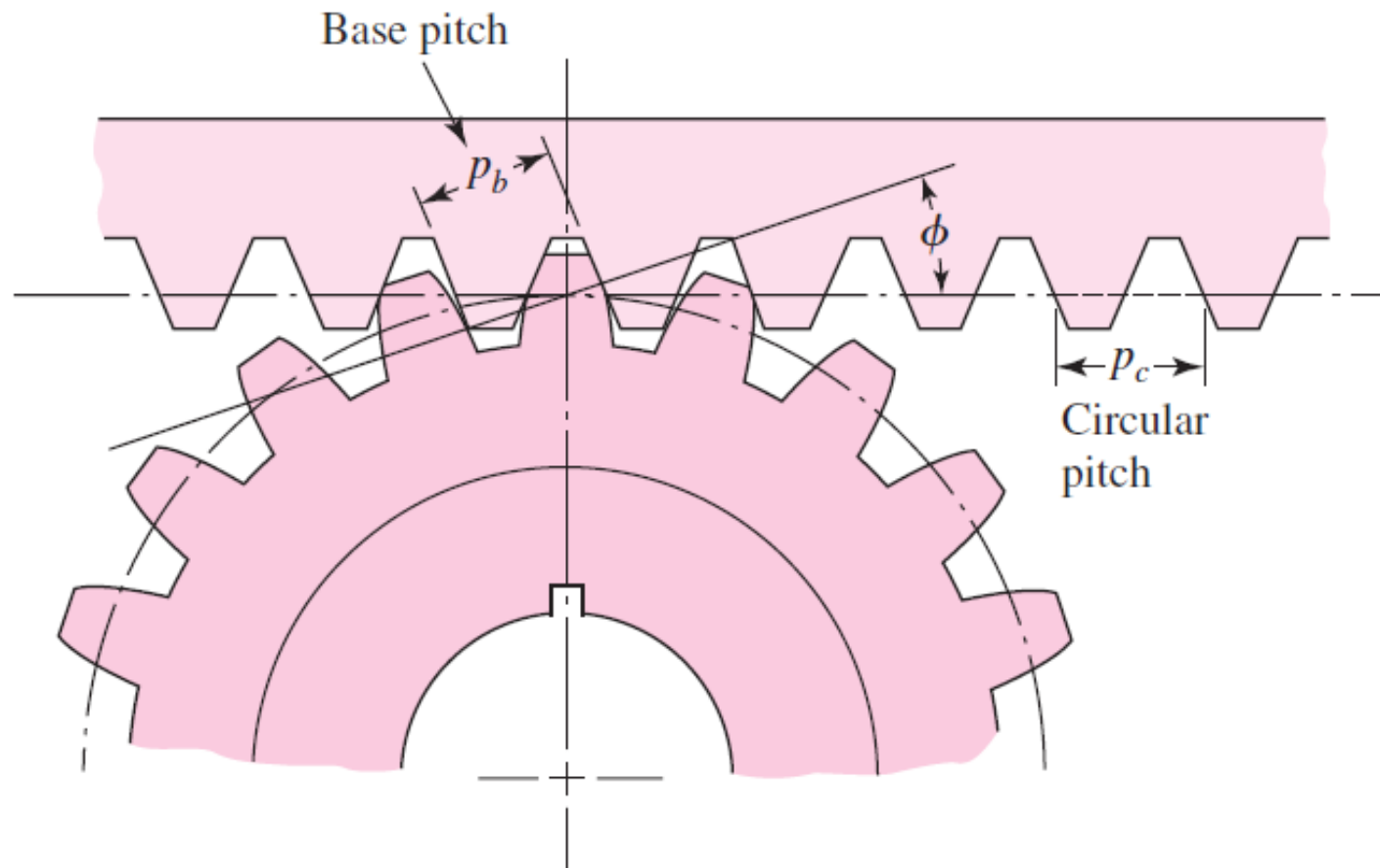


Ângulo de pressão



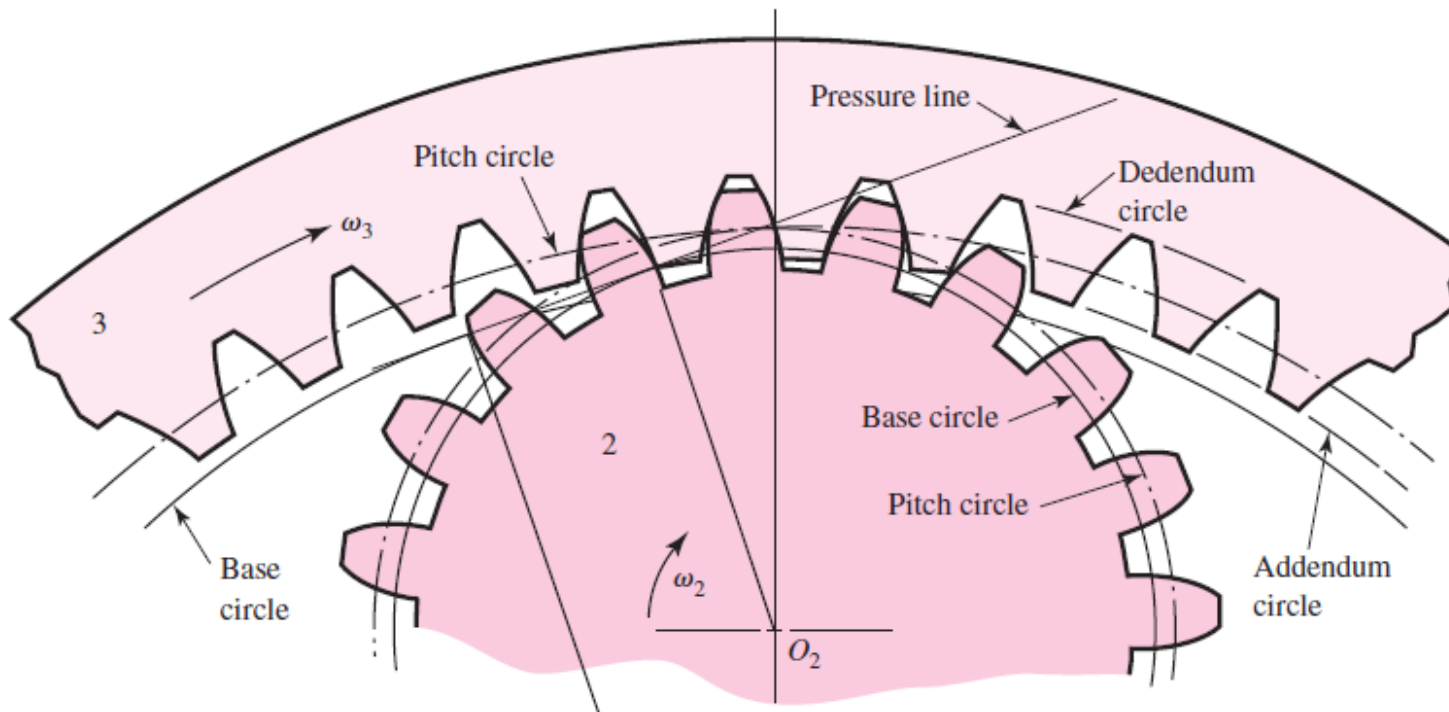


Ângulo de pressão





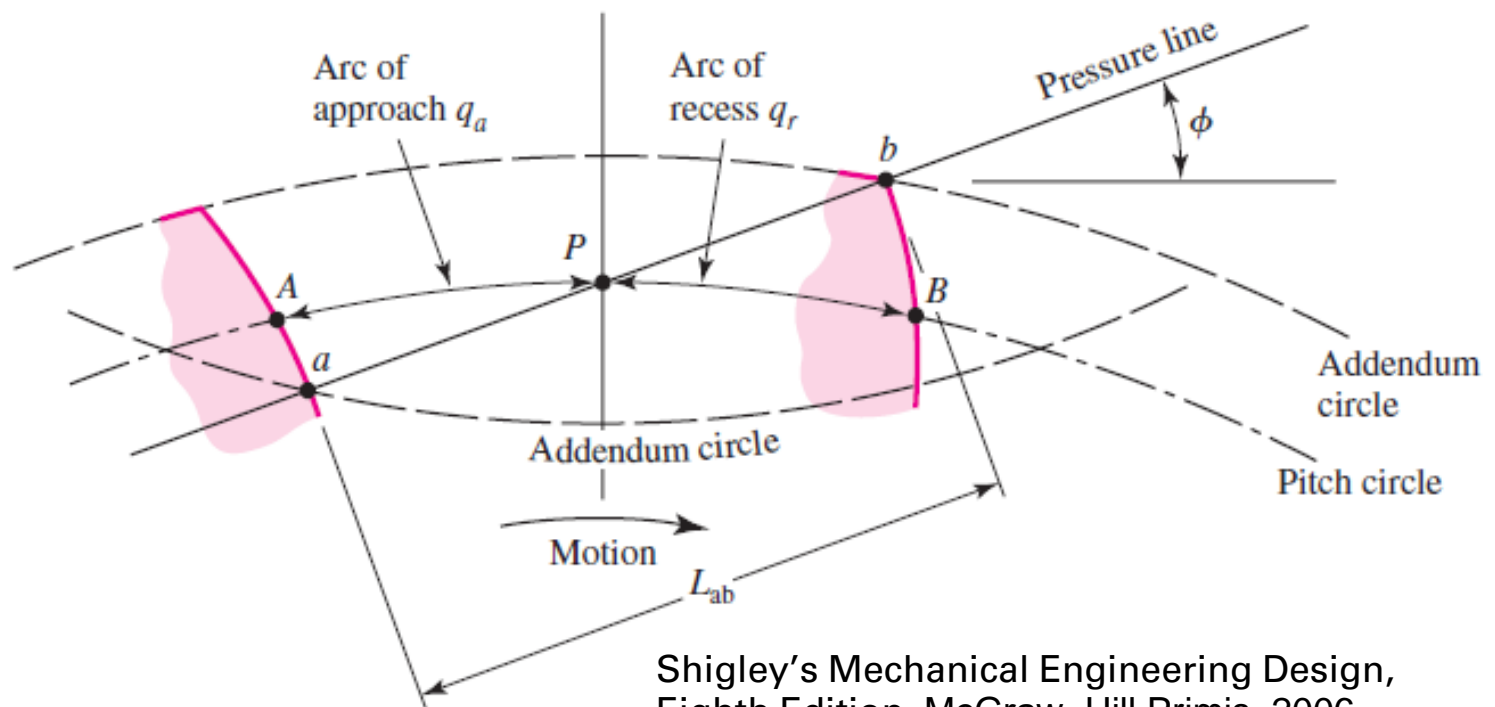
Ângulo de pressão





Razão de contato

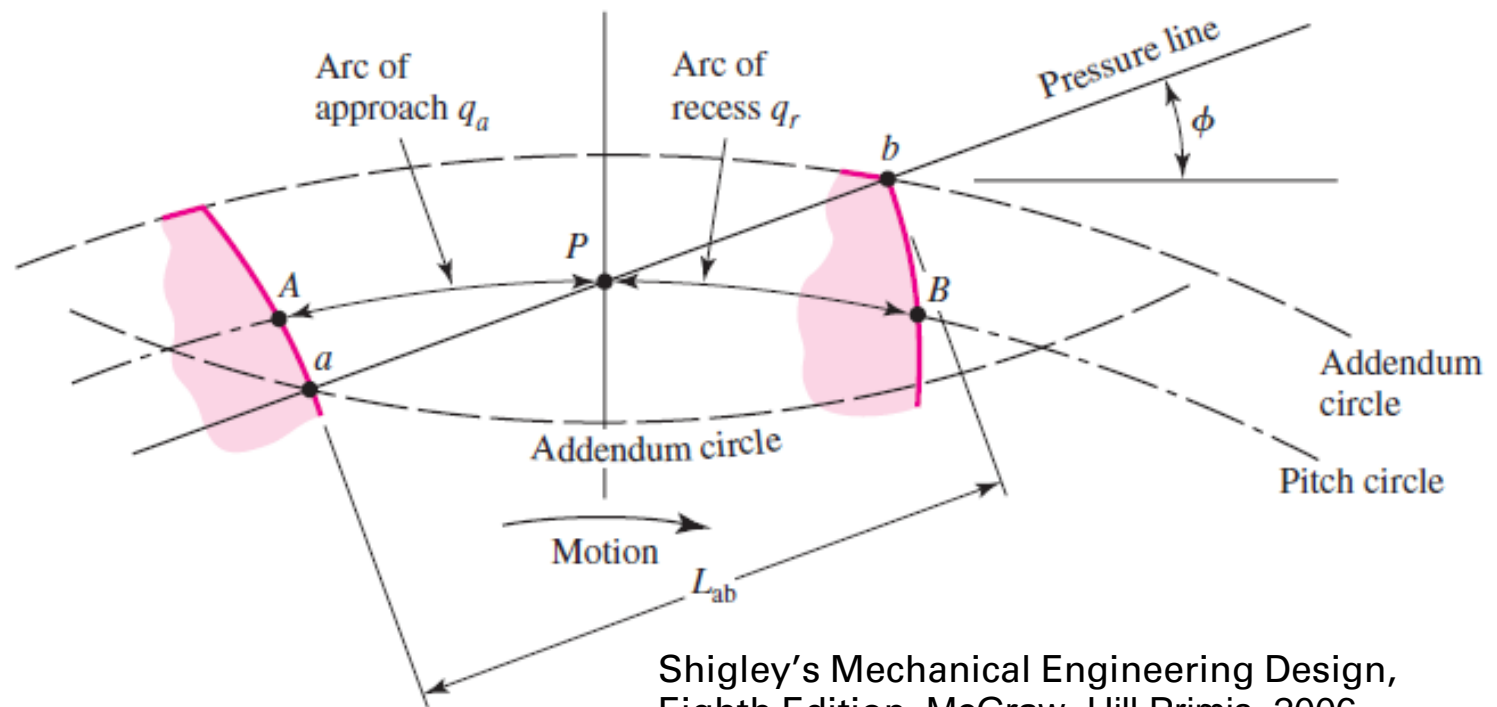
- ▶ O contato dos dentes começa e termina na intersecção dos dois círculos de adendum com a linha de pressão
- ▶ O início do contato ocorre no ponto a e termina em b
- ▶ AP é o arco de aproximação
- ▶ PB é o arco de recesso
- ▶ AP + PB é o arco de ação q_t





Razão de contato

- ▶ Considerando uma situação onde o arco de ação q_t é maior (mas não muito) do que o arco Pitch ($q_t \approx p$)
- ▶ Supondo que essa razão seja 20% maior ($q_t = 1,2.p$) isso implica que quando um par de dentes estiver iniciando o contato em a , outro par ainda estará em contato sem ter atingido o ponto b
- ▶ Por um instante teremos dois pares de dentes em contato





Razão de contato

- ▶ Devido a natureza da ação do dente com um ou dois pares em contato simultâneos é definida a razão de contato m_p .
- ▶ A razão de contato m_p é definida como o número médio de pares de dentes em contato

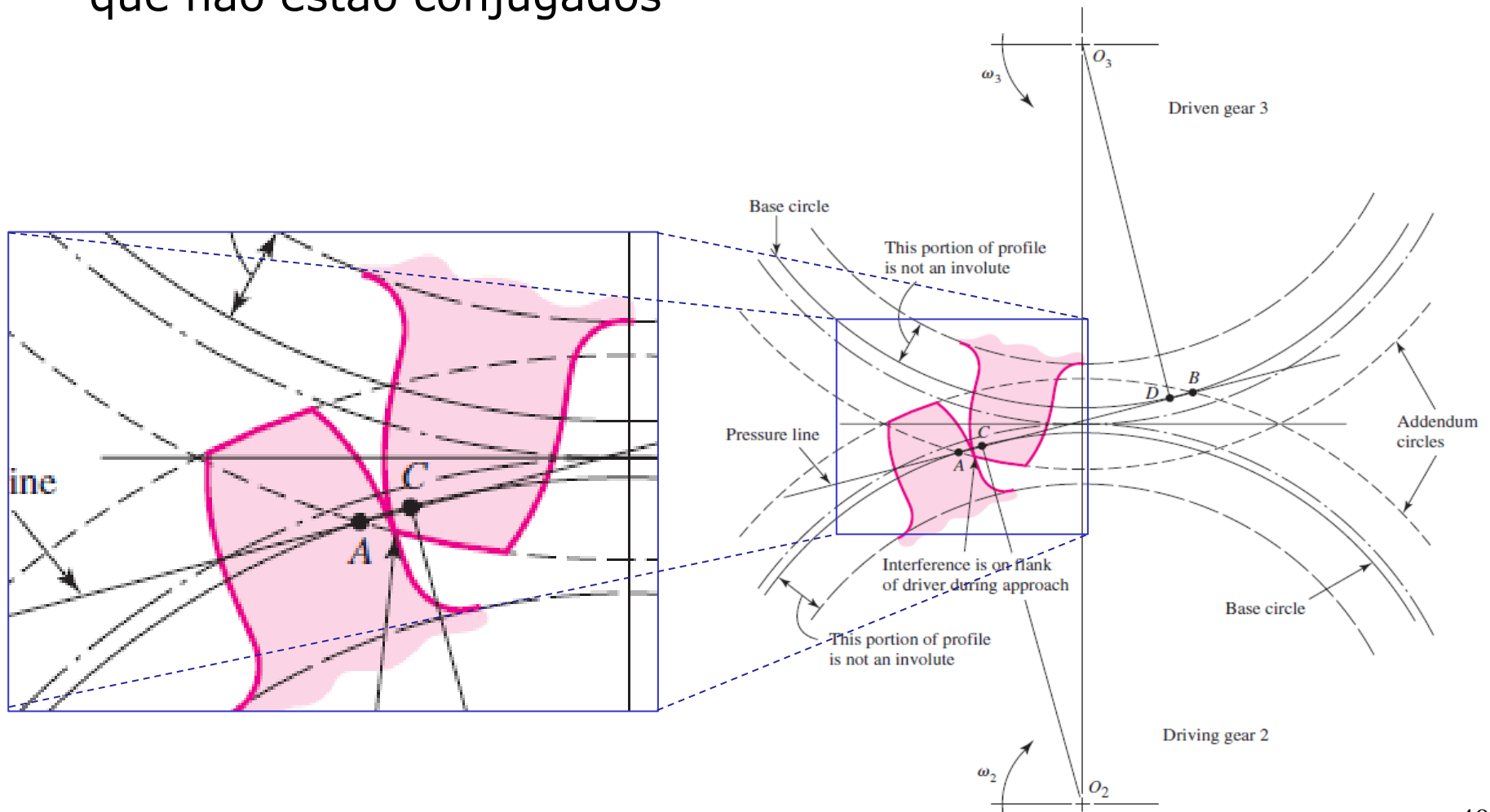
$$m_p = \frac{q_t}{P}$$

- ▶ Não se recomenda valores de m_c inferiores a 1.2, devido ao erros de montagem e o problema de barulho



Interferência

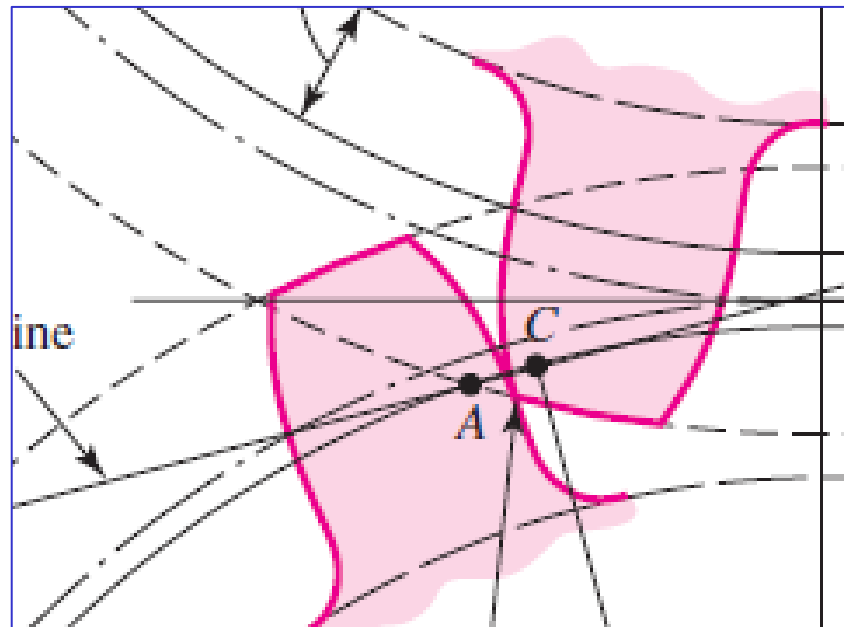
- ▶ Interferência é definida como o contato de partes do dente que não estão conjugados





Interferência

- ▶ O perigo da existência da interferência aumenta com o aumento do número de dentes da roda
- ▶ Se houver interferências com folga grande entre os dentes, o contato ocorrerá em péssimas condições, gerando vibrações importantes e desgaste rápido
- ▶ Se a folga for zero, ocorrerá o 'engripamento' da transmissão





Interferência

- ▶ Número mínimo de dentes para evitar problemas de interferência

NUMBER OF PINION TEETH, N_p	NUMBER OF GEAR TEETH, N_g							
	HELIX ANGLE ψ , deg							
	0	5	10	15	20	25	30	35
8								12
9							12	34
10						12	26	∞
11					13	23	93	
12			12	16	24	57	∞	
13	16	17	20	27	50			
14	26	27	34	53	207			
15	45	49	69	181	∞			
16	101	121	287	∞				
17		∞	∞					



Materiais para engrenagens

- ▶ **Ferro Fundido:** Menos ruído do as engrenagens de aço inox. Alta resistência à flexão. Boa resistência ao desgaste. Baixo custo.
- ▶ **Aços:** vários
- ▶ **Alumínio:** aplicações simples
- ▶ **Bronze:** Material não ferroso.
- ▶ **Polímeros:** *Nylon*–Resistência ao desgaste. Baixo coeficiente de atrito. Baixo ruído. Não necessitam de lubrificação quando a baixas cargas.



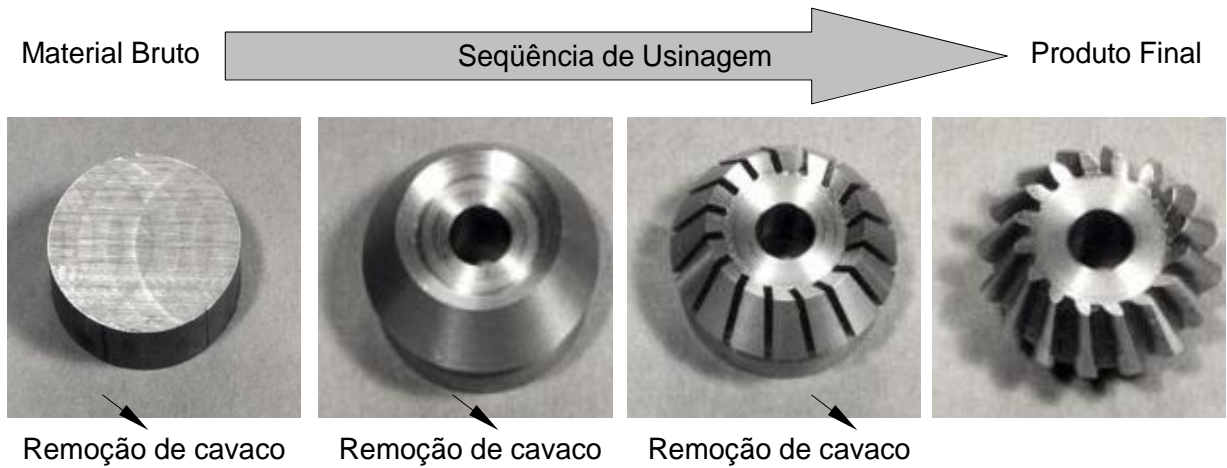
Fabricação de engrenagens

- ▶ *Fundidas*
- ▶ *Usinadas:*
 - *Fresa módulo*
 - *Geração*
- ▶ *Forjamento*
- ▶ *Metalurgia do pó - sinterização*
- ▶ *Injeção*
 - *de polímeros*
 - *em metal*
- ▶ *Prototipagem rápida – impressão 3D*
- ▶ *Estampagem*

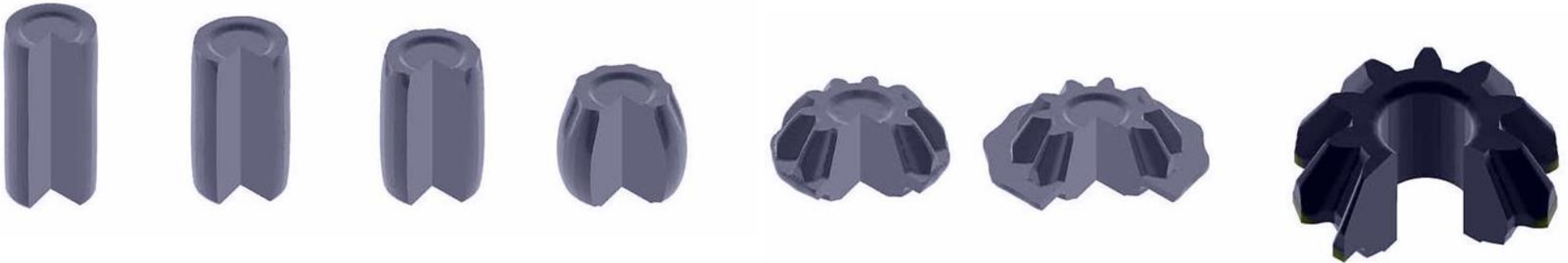


Fabricação de engrenagens

► Usinadas:



► Forjamento





Excelentes referências gratuitas em PDF

- http://qtcgears.com/tools/catalogs/PDF_Q420/Tech.pdf
- <http://www.sdp-si.com/D805/D805cat.htm>



FIM DA AULA