

Física 1 (4310145) - Força e movimento 2



6. Força e movimento II

6.1 Força de atrito

6.2 Força de arrasto e velocidade terminal

6.3 Movimento circular uniforme

6. Força e movimento II

6.1 Força de atrito

6.2 Força de arrasto e velocidade terminal

6.3 Movimento circular uniforme

6. Força e movimento II

6.1 Força de atrito

6.2 Força de arrasto e velocidade terminal

6.3 Movimento circular uniforme

Força de atrito

Força e movimento II



Força de atrito

Força e movimento II



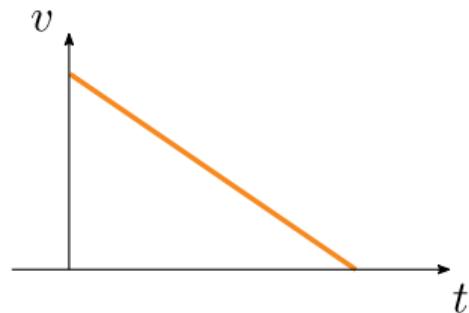
Força de atrito

Força e movimento II



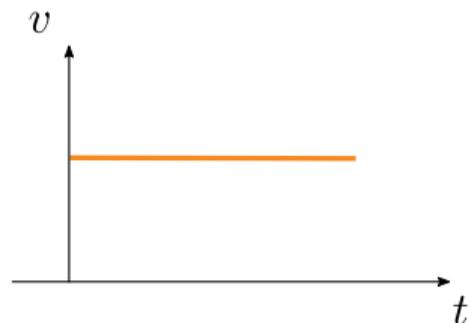
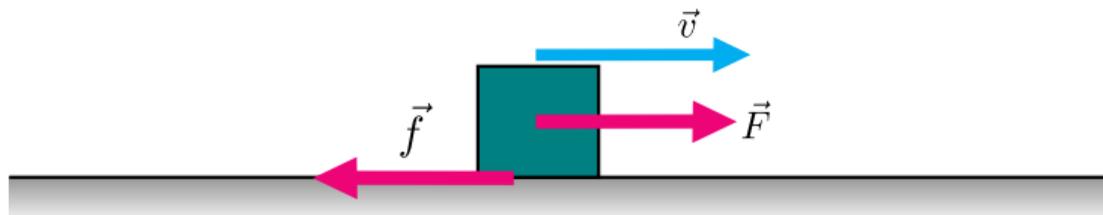
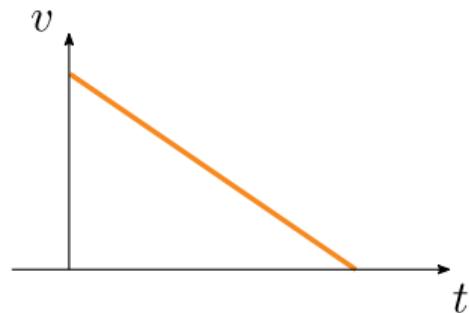
Força de atrito

Força e movimento II



Força de atrito

Força e movimento II



Força de atrito

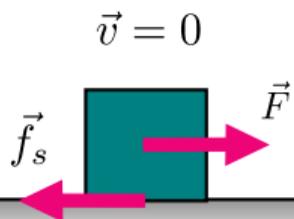
Força e movimento II

$$\vec{v} = 0$$



Força de atrito

Força e movimento II



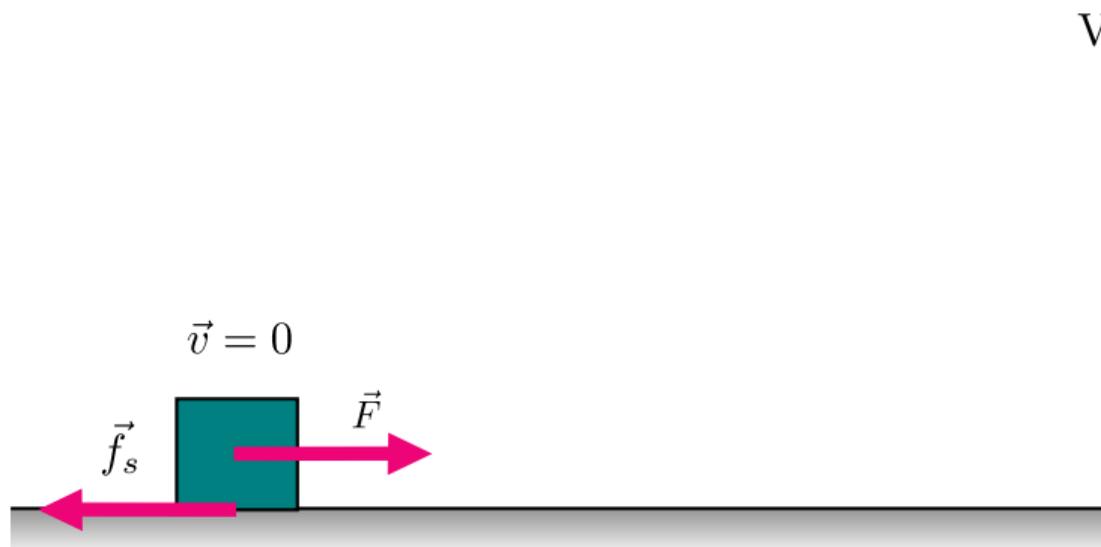
Força de atrito

Força e movimento II

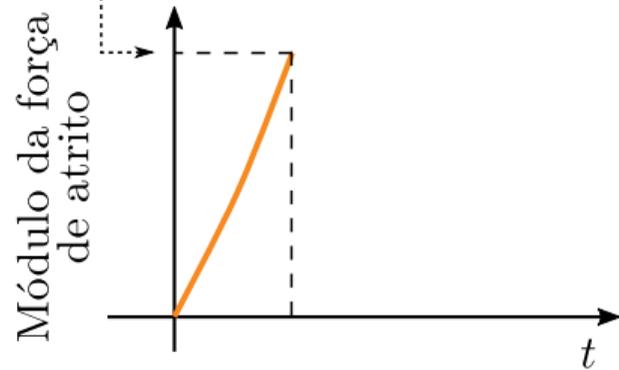


Força de atrito

Força e movimento II

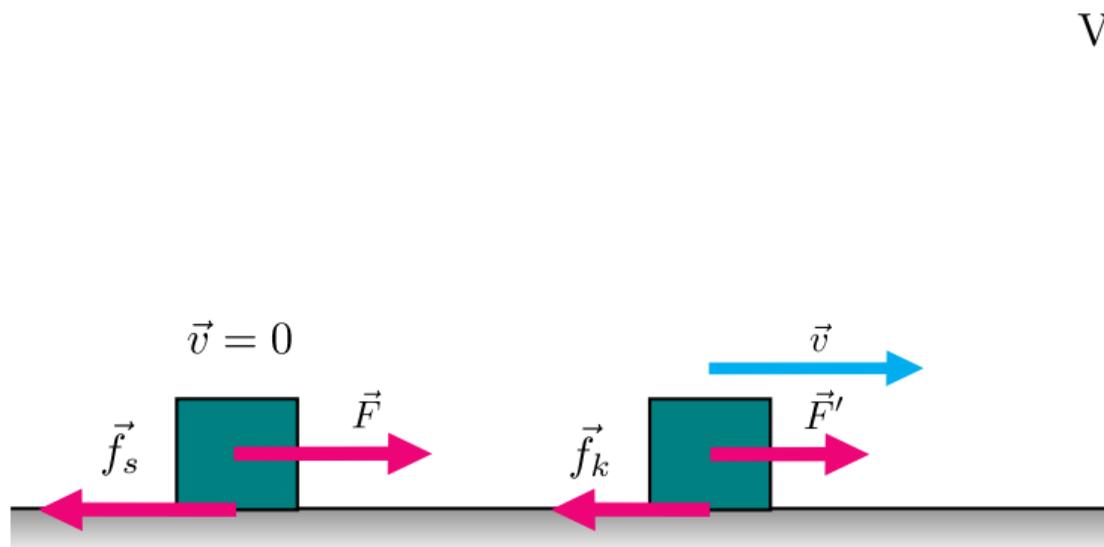


Valor máximo de f_s

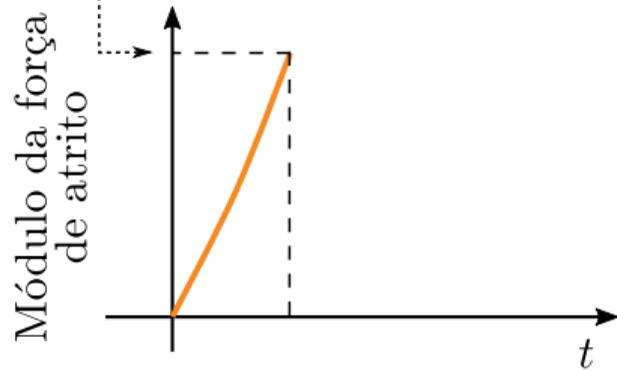


Força de atrito

Força e movimento II

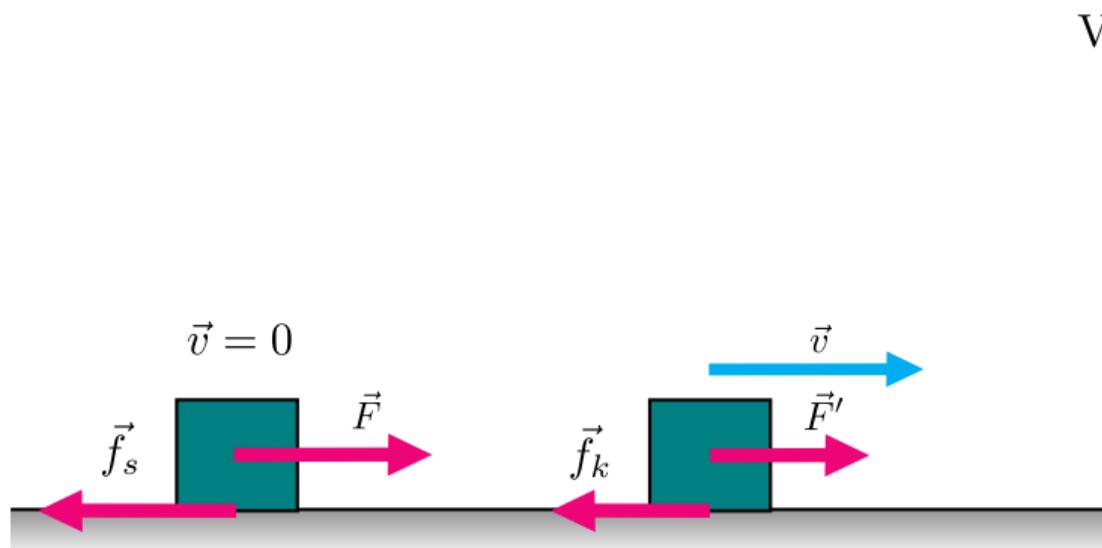


Valor máximo de f_s

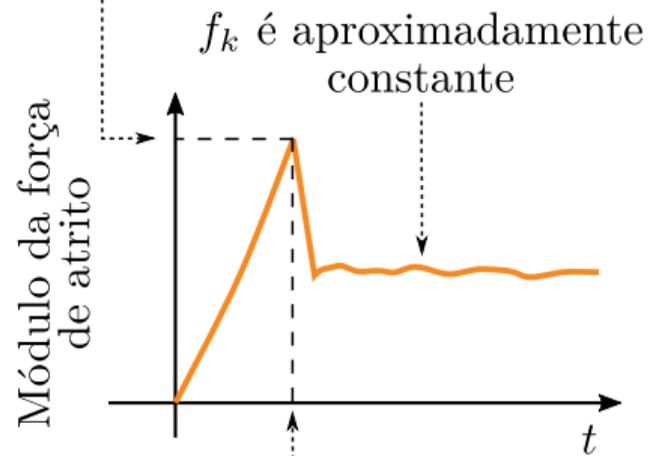


Força de atrito

Força e movimento II



Valor máximo de f_s



Início do movimento

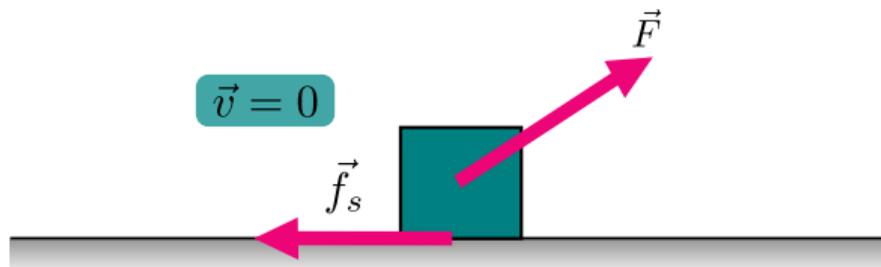
Propriedades do atrito

Força e movimento II

- **Propriedade 1:** Se o corpo não se move, a **força de atrito estático** \vec{f}_s e a componente de \vec{F} paralela à superfície se equilibram. As duas forças tem módulos iguais e \vec{f}_s tem o sentido oposto ao da componente de \vec{F} .
- **Propriedade 2:** O módulo de \vec{f}_s possui um valor máximo $f_{s,\text{máx}}$ que é dado por

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$$

- μ_s é o coeficiente de atrito estático
- F_N é o módulo da força normal



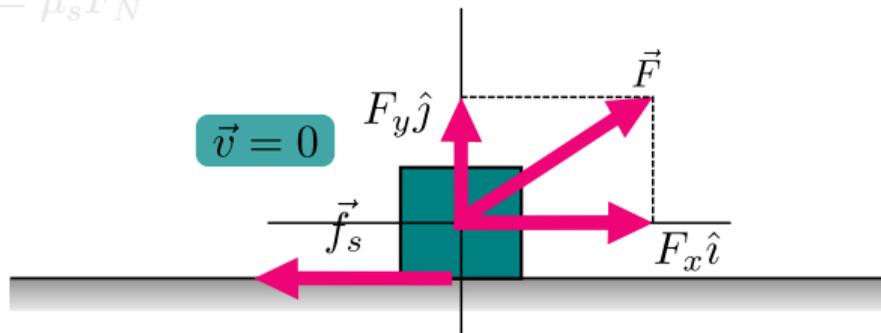
Propriedades do atrito

Força e movimento II

- **Propriedade 1:** Se o corpo não se move, a **força de atrito estático** \vec{f}_s e a componente de \vec{F} paralela à superfície se equilibram. As duas forças tem módulos iguais e \vec{f}_s tem o sentido oposto ao da componente de \vec{F} .
- **Propriedade 2:** O módulo de \vec{f}_s possui um valor máximo $f_{s,\text{máx}}$ que é dado por

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$$

- μ_s é o **coeficiente de atrito estático**
- F_N é o **módulo da força normal**



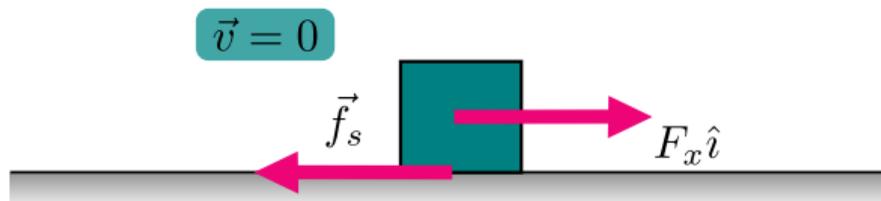
Propriedades do atrito

Força e movimento II

- **Propriedade 1:** Se o corpo não se move, a **força de atrito estático** \vec{f}_s e a componente de \vec{F} paralela à superfície se equilibram. As duas forças tem módulos iguais e \vec{f}_s tem o sentido oposto ao da componente de \vec{F} .
- **Propriedade 2:** O módulo de \vec{f}_s possui um valor máximo $f_{s,\text{máx}}$ que é dado por

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$$

- μ_s é o **coeficiente de atrito estático**
- F_N é o módulo da força normal



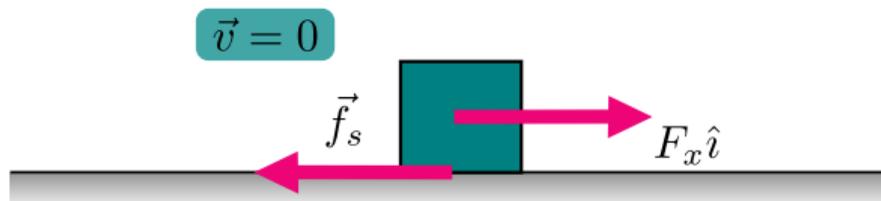
Propriedades do atrito

Força e movimento II

- **Propriedade 1:** Se o corpo não se move, a **força de atrito estático** \vec{f}_s e a componente de \vec{F} paralela à superfície se equilibram. As duas forças tem módulos iguais e \vec{f}_s tem o sentido oposto ao da componente de \vec{F} .
- **Propriedade 2:** O módulo de \vec{f}_s possui um valor máximo $f_{s,\text{máx}}$ que é dado por

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$$

- μ_s é o **coeficiente de atrito estático**
- F_N é o módulo da força normal



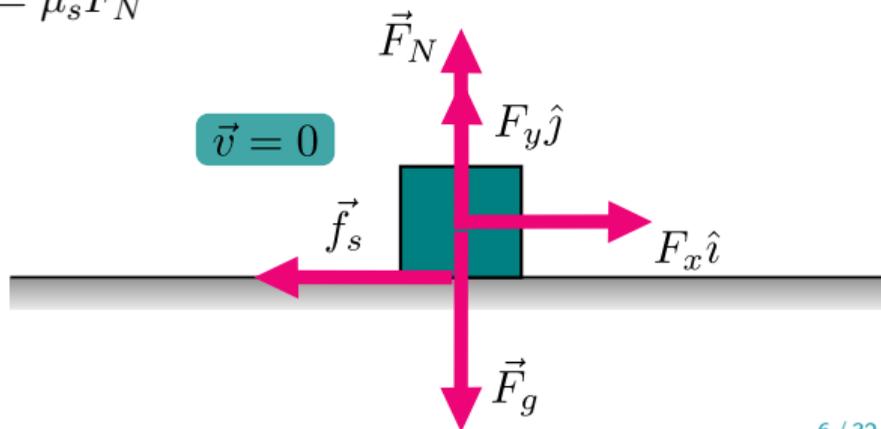
Propriedades do atrito

Força e movimento II

- **Propriedade 1:** Se o corpo não se move, a **força de atrito estático** \vec{f}_s e a componente de \vec{F} paralela à superfície se equilibram. As duas forças tem módulos iguais e \vec{f}_s tem o sentido oposto ao da componente de \vec{F} .
- **Propriedade 2:** O módulo de \vec{f}_s possui um valor máximo $f_{s,\text{máx}}$ que é dado por

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$$

- μ_s é o **coeficiente de atrito estático**
- F_N é o módulo da força normal



Propriedades do atrito

Força e movimento II

- **Propriedade 3:** Se o corpo começa a deslizar na superfície, o módulo da força de atrito diminui rapidamente para um valor f_k dado por

$$f_k = \mu_k F_N$$

- μ_k é o **coeficiente de atrito cinético**

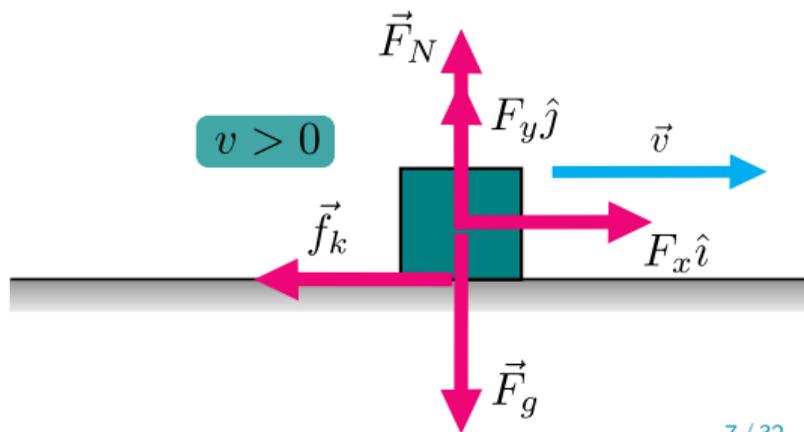
Propriedades do atrito

Força e movimento II

- **Propriedade 3:** Se o corpo começa a deslizar na superfície, o módulo da força de atrito diminui rapidamente para um valor f_k dado por

$$f_k = \mu_k F_N$$

- μ_k é o **coeficiente de atrito cinético**



Um bloco repousa em um piso.

- 1 Qual é o módulo da força de atrito que o piso exerce sobre o bloco?
- 2 Se uma força horizontal de 5N é aplicada ao bloco, mas o bloco não se move, qual é o módulo da força de atrito?
- 3 Se o valor máximo $f_{s,máx}$ da força de atrito estático que age sobre o bloco é 10N, o bloco se move se o módulo da força aplicada horizontalmente for aumentado para 8N?
- 4 E se o módulo da força for aumentada para 12N?
- 5 Qual é o módulo da força de atrito no item (3)?

Coefficients of Friction ^a

	μ_s	μ_k
Steel on steel	0.74	0.57
Aluminum on steel	0.61	0.47
Copper on steel	0.53	0.36
Rubber on concrete	1.0	0.8
Wood on wood	0.25–0.5	0.2
Glass on glass	0.94	0.4
Waxed wood on wet snow	0.14	0.1
Waxed wood on dry snow	—	0.04
Metal on metal (lubricated)	0.15	0.06
Ice on ice	0.1	0.03
Teflon on Teflon	0.04	0.04
Synovial joints in humans	0.01	0.003

^a All values are approximate. In some cases, the coefficient of friction can exceed 1.0.

Exemplo: Força aplicada a um bloco inicialmente em repouso

A Fig mostra uma força de módulo $F = 12,0\text{N}$ aplicada a um bloco de $8,0\text{kg}$. A força faz um ângulo $\theta = 30^\circ$ para baixo com a superfície em que o bloco repousa. Aqui $\mu_s = 0,700$ e $\mu_k = 0,400$. O bloco começa a se mover quando a força é aplicada ou permanece em repouso? Qual é o valor do módulo da força de atrito que age sobre o bloco?

- O valor máximo da força de atrito estático é

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$$

- Temos de checar se

$$f_{s,\text{máx}} < F_x$$

- F_x é dado por

$$F_x = F \cos \theta$$

- Para calcularmos F_N usamos a 2ª Lei de Newton para a direção y

$$F_{\text{net},y} = ma_y$$

- Como $a_y = 0$, temos

$$-mg - F \sin \theta + F_N = 0$$

$$F_N = mg + F \sin \theta$$

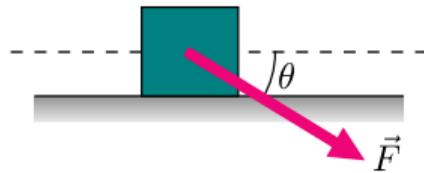
- Agora sim, temos

$$f_{s,\text{máx}} < F_x$$

$$59,08\text{N} < 10,39\text{N}$$

- O módulo da força de atrito sobre o bloco é

$$f_s = F_x$$



Exemplo: Força aplicada a um bloco inicialmente em repouso

A Fig mostra uma força de módulo $F = 12,0\text{N}$ aplicada a um bloco de $8,0\text{kg}$. A força faz um ângulo $\theta = 30^\circ$ para baixo com a superfície em que o bloco repousa. Aqui $\mu_s = 0,700$ e $\mu_k = 0,400$. O bloco começa a se mover quando a força é aplicada ou permanece em repouso? Qual é o valor do módulo da força de atrito que age sobre o bloco?

- O valor máximo da força de atrito estático é

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$$

- Temos de checar se

$$f_{s,\text{máx}} < F_x$$

- F_x é dado por

$$F_x = F \cos \theta$$

- Para calcularmos F_N usamos a 2ª Lei de Newton para a direção y

$$F_{\text{net},y} = ma_y$$

- Como $a_y = 0$, temos

$$-mg - F \sin \theta + F_N = 0$$

$$F_N = mg + F \sin \theta$$

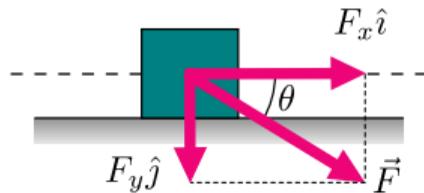
- Agora sim, temos

$$f_{s,\text{máx}} < F_x$$

$$59,08\text{N} < 10,39\text{N}$$

- O módulo da força de atrito sobre o bloco é

$$f_s = F_x$$



Exemplo: Força aplicada a um bloco inicialmente em repouso

A Fig mostra uma força de módulo $F = 12,0\text{N}$ aplicada a um bloco de $8,0\text{kg}$. A força faz um ângulo $\theta = 30^\circ$ para baixo com a superfície em que o bloco repousa. Aqui $\mu_s = 0,700$ e $\mu_k = 0,400$. O bloco começa a se mover quando a força é aplicada ou permanece em repouso? Qual é o valor do módulo da força de atrito que age sobre o bloco?

- O valor máximo da força de atrito estático é

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$$

- Temos de checar se

$$f_{s,\text{máx}} < F_x$$

- F_x é dado por

$$F_x = F \cos \theta$$

- Para calcularmos F_N usamos a 2ª Lei de Newton para a direção y

$$F_{N,y} = ma_y$$

- Como $a_y = 0$, temos

$$-mg - F \sin \theta + F_N = 0$$

$$F_N = mg + F \sin \theta$$

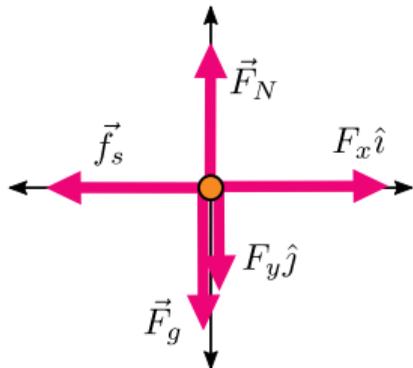
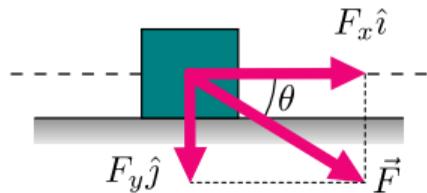
- Agora sim, temos

$$f_{s,\text{máx}} < F_x$$

$$59,08\text{N} < 10,39\text{N}$$

- O módulo da força de atrito sobre o bloco é

$$f_s = F_x$$



Exemplo: Força aplicada a um bloco inicialmente em repouso

A Fig mostra uma força de módulo $F = 12,0\text{N}$ aplicada a um bloco de $8,0\text{kg}$. A força faz um ângulo $\theta = 30^\circ$ para baixo com a superfície em que o bloco repousa. Aqui $\mu_s = 0,700$ e $\mu_k = 0,400$. O bloco começa a se mover quando a força é aplicada ou permanece em repouso? Qual é o valor do módulo da força de atrito que age sobre o bloco?

- O valor máximo da força de atrito estático é

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$$

- Temos de checar se

$$f_{s,\text{máx}} < F_x$$

- F_x é dado por

$$F_x = F \cos \theta$$

- Para calcularmos F_N usamos a 2ª Lei de Newton para a direção y

$$F_{N,y} = ma_y$$

- Como $a_y = 0$, temos

$$-mg - F \sin \theta + F_N = 0$$

$$F_N = mg + F \sin \theta$$

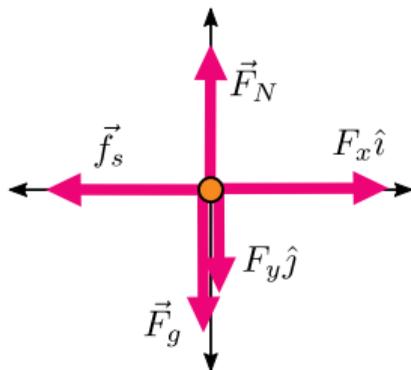
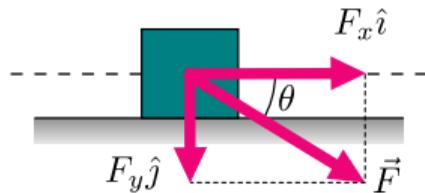
- Agora sim, temos

$$f_{s,\text{máx}} < F_x$$

$$59,08\text{N} < 10,39\text{N}$$

- O módulo da força de atrito sobre o bloco é

$$f_s = F_x$$



Exemplo: Força aplicada a um bloco inicialmente em repouso

A Fig mostra uma força de módulo $F = 12,0\text{N}$ aplicada a um bloco de $8,0\text{kg}$. A força faz um ângulo $\theta = 30^\circ$ para baixo com a superfície em que o bloco repousa. Aqui $\mu_s = 0,700$ e $\mu_k = 0,400$. O bloco começa a se mover quando a força é aplicada ou permanece em repouso? Qual é o valor do módulo da força de atrito que age sobre o bloco?

- O valor máximo da força de atrito estático é

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$$

- Temos de checar se

$$f_{s,\text{máx}} < F_x$$

- F_x é dado por

$$F_x = F \cos \theta$$

- Para calcularmos F_N usamos a 2ª Lei de Newton para a direção y

$$F_{\text{res},y} = ma_y$$

- Como $a_y = 0$, temos

$$-mg - F \sin \theta + F_N = 0$$

$$F_N = mg + F \sin \theta$$

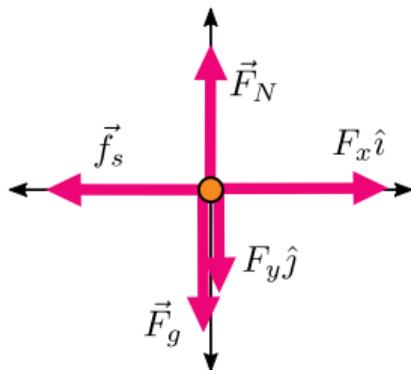
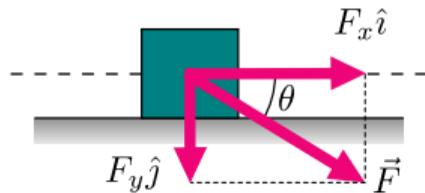
- Agora sim, temos

$$f_{s,\text{máx}} < F_x$$

$$59,08\text{N} < 10,39\text{N}$$

- O módulo da força de atrito sobre o bloco é

$$f_s = F_x$$



Exemplo: Força aplicada a um bloco inicialmente em repouso

A Fig mostra uma força de módulo $F = 12,0\text{N}$ aplicada a um bloco de $8,0\text{kg}$. A força faz um ângulo $\theta = 30^\circ$ para baixo com a superfície em que o bloco repousa. Aqui $\mu_s = 0,700$ e $\mu_k = 0,400$. O bloco começa a se mover quando a força é aplicada ou permanece em repouso? Qual é o valor do módulo da força de atrito que age sobre o bloco?

- O valor máximo da força de atrito estático é

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$$

- Temos de checar se

$$f_{s,\text{máx}} < F_x$$

- F_x é dado por

$$F_x = F \cos \theta$$

- Para calcularmos F_N usamos a 2ª Lei de Newton para a direção y

$$F_{\text{res},y} = ma_y$$

- Como $a_y = 0$, temos

$$-mg - F \sin \theta + F_N = 0$$

$$F_N = mg + F \sin \theta$$

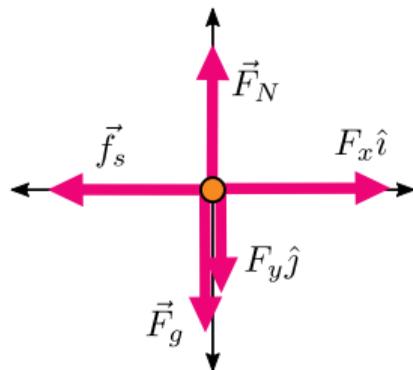
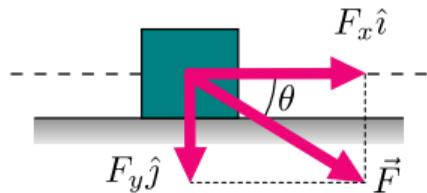
- Agora sim, temos

$$f_{s,\text{máx}} < F_x$$

$$59,08\text{N} < 10,39\text{N}$$

- O módulo da força de atrito sobre o bloco é

$$f_s = F_x$$



Exemplo: Força aplicada a um bloco inicialmente em repouso

A Fig mostra uma força de módulo $F = 12,0\text{N}$ aplicada a um bloco de $8,0\text{kg}$. A força faz um ângulo $\theta = 30^\circ$ para baixo com a superfície em que o bloco repousa. Aqui $\mu_s = 0,700$ e $\mu_k = 0,400$. O bloco começa a se mover quando a força é aplicada ou permanece em repouso? Qual é o valor do módulo da força de atrito que age sobre o bloco?

- O valor máximo da força de atrito estático é

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$$

- Temos de checar se

$$f_{s,\text{máx}} < F_x$$

- F_x é dado por

$$F_x = F \cos \theta$$

- Para calcularmos F_N usamos a 2ª Lei de Newton para a direção y

$$F_{\text{res},y} = ma_y$$

- Como $a_y = 0$, temos

$$-mg - F \sin \theta + F_N = 0$$

$$F_N = mg + F \sin \theta$$

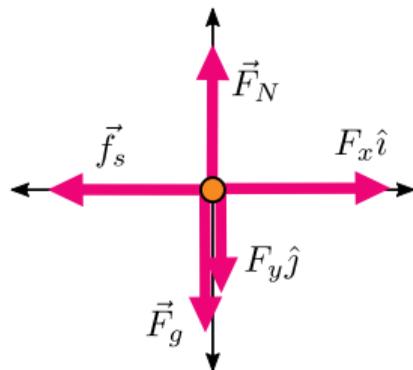
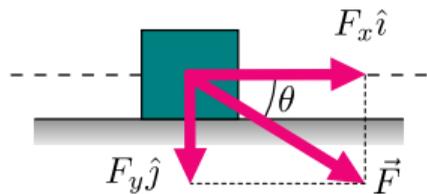
- Agora sim, temos

$$f_{s,\text{máx}} < F_x$$

$$59,08\text{N} < 10,39\text{N}$$

- O módulo da força de atrito sobre o bloco é

$$f_s = F_x$$



Exemplo: Força aplicada a um bloco inicialmente em repouso

A Fig mostra uma força de módulo $F = 12,0\text{N}$ aplicada a um bloco de $8,0\text{kg}$. A força faz um ângulo $\theta = 30^\circ$ para baixo com a superfície em que o bloco repousa. Aqui $\mu_s = 0,700$ e $\mu_k = 0,400$. O bloco começa a se mover quando a força é aplicada ou permanece em repouso? Qual é o valor do módulo da força de atrito que age sobre o bloco?

- O valor máximo da força de atrito estático é

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$$

- Temos de checar se

$$f_{s,\text{máx}} < F_x$$

- F_x é dado por

$$F_x = F \cos \theta$$

- Para calcularmos F_N usamos a 2ª Lei de Newton para a direção y

$$F_{\text{res},y} = ma_y$$

- Como $a_y = 0$, temos

$$-mg - F \sin \theta + F_N = 0$$

$$F_N = mg + F \sin \theta$$

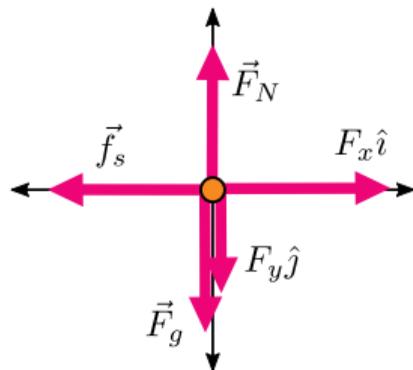
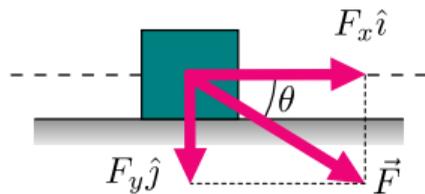
- Agora sim, temos

$$f_{s,\text{máx}} < F_x$$

$$59,08\text{N} < 10,39\text{N}$$

- O módulo da força de atrito sobre o bloco é

$$f_s = F_x$$



Exemplo: Força aplicada a um bloco inicialmente em repouso

A Fig mostra uma força de módulo $F = 12,0\text{N}$ aplicada a um bloco de $8,0\text{kg}$. A força faz um ângulo $\theta = 30^\circ$ para baixo com a superfície em que o bloco repousa. Aqui $\mu_s = 0,700$ e $\mu_k = 0,400$. O bloco começa a se mover quando a força é aplicada ou permanece em repouso? Qual é o valor do módulo da força de atrito que age sobre o bloco?

- O valor máximo da força de atrito estático é

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$$

- Temos de checar se

$$f_{s,\text{máx}} < F_x$$

- F_x é dado por

$$F_x = F \cos \theta$$

- Para calcularmos F_N usamos a 2ª Lei de Newton para a direção y

$$F_{\text{res},y} = ma_y$$

- Como $a_y = 0$, temos

$$-mg - F \sin \theta + F_N = 0$$

$$F_N = mg + F \sin \theta$$

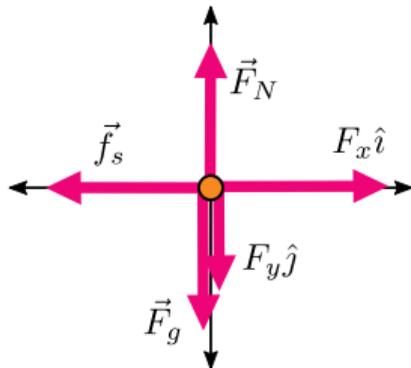
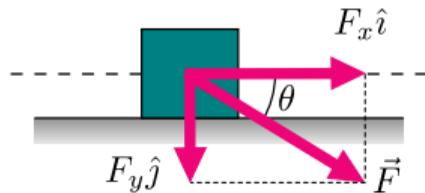
- Agora sim, temos

$$f_{s,\text{máx}} < F_x$$

$$59,08\text{N} < 10,39\text{N}$$

- O módulo da força de atrito sobre o bloco é

$$f_s = F_x$$



Exemplo: Força aplicada a um bloco inicialmente em repouso

A Fig mostra uma força de módulo $F = 12,0\text{N}$ aplicada a um bloco de $8,0\text{kg}$. A força faz um ângulo $\theta = 30^\circ$ para baixo com a superfície em que o bloco repousa. Aqui $\mu_s = 0,700$ e $\mu_k = 0,400$. O bloco começa a se mover quando a força é aplicada ou permanece em repouso? Qual é o valor do módulo da força de atrito que age sobre o bloco?

- O valor máximo da força de atrito estático é

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$$

- Temos de checar se

$$f_{s,\text{máx}} < F_x$$

- F_x é dado por

$$F_x = F \cos \theta$$

- Para calcularmos F_N usamos a 2ª Lei de Newton para a direção y

$$F_{\text{res},y} = ma_y$$

- Como $a_y = 0$, temos

$$-mg - F \sin \theta + F_N = 0$$

$$F_N = mg + F \sin \theta$$

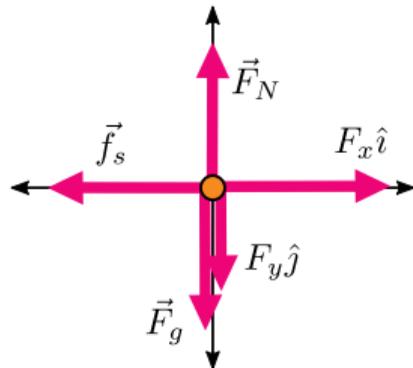
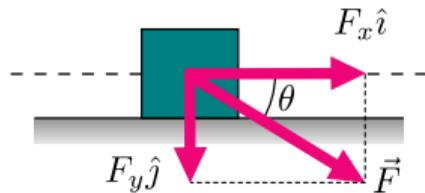
- Agora sim, temos

$$f_{s,\text{máx}} < F_x$$

$$59,08\text{N} < 10,39\text{N}$$

- O módulo da força de atrito sobre o bloco é

$$f_s = F_x$$



Exemplo: Força aplicada a um bloco inicialmente em repouso

A Fig mostra uma força de módulo $F = 12,0\text{N}$ aplicada a um bloco de $8,0\text{kg}$. A força faz um ângulo $\theta = 30^\circ$ para baixo com a superfície em que o bloco repousa. Aqui $\mu_s = 0,700$ e $\mu_k = 0,400$. O bloco começa a se mover quando a força é aplicada ou permanece em repouso? Qual é o valor do módulo da força de atrito que age sobre o bloco?

- O valor máximo da força de atrito estático é

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$$

- Temos de checar se

$$f_{s,\text{máx}} < F_x$$

- F_x é dado por

$$F_x = F \cos \theta$$

- Para calcularmos F_N usamos a 2ª Lei de Newton para a direção y

$$F_{\text{res},y} = ma_y$$

- Como $a_y = 0$, temos

$$-mg - F \sin \theta + F_N = 0$$

$$F_N = mg + F \sin \theta$$

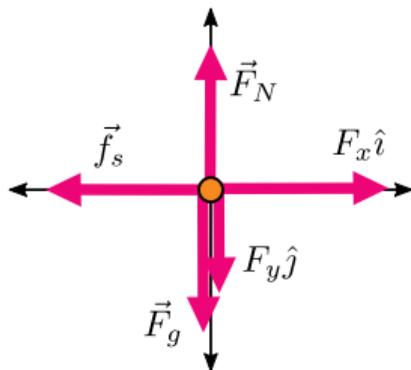
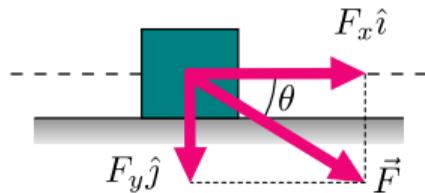
- Agora sim, temos

$$f_{s,\text{máx}} < F_x$$

$$59,08\text{N} < 10,39\text{N}$$

- O módulo da força de atrito sobre o bloco é

$$f_s = F_x$$



Exemplo: determinação experimental de μ_s e μ_k

Suponha que um bloco é colocado em uma superfície inclinada. A inclinação da superfície é aumentada até um ângulo θ_c onde o bloco começar a se mover. Determine μ_s e μ_k .

- Aplicando a 2ª Lei de Newton, temos

$$\sum F_x = mg \sin \theta - f_s = ma_x = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = F_N - mg \cos \theta = ma_y = 0 \quad (2)$$

- Combinando (1) e (2), podemos escrever

$$f_s = mg \sin \theta = \left(\frac{F_N}{\cos \theta} \right) \sin \theta = F_N \tan \theta$$

- Quando atingimos um ângulo crítico θ_c , sabemos que $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$.

- Desta forma

$$F_N \tan \theta_c = \mu_s F_N$$

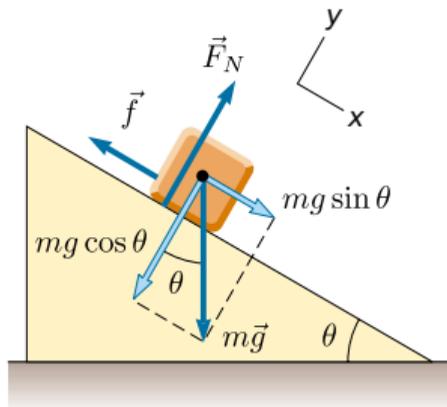
$$\mu_s = \tan \theta_c$$

- Se $\theta \geq \theta_c$ o bloco desliza com aceleração e a força de atrito é

$$f_k = \mu_k F_N$$

- Desta forma, podemos encontrar um ângulo $\theta'_c < \theta_c$ tal que o bloco se mova com velocidade constante. Neste caso

$$\mu_k = \tan \theta'_c$$



Exemplo: determinação experimental de μ_s e μ_k

Suponha que um bloco é colocado em uma superfície inclinada. A inclinação da superfície é aumentada até um ângulo θ_c onde o bloco começar a se mover. Determine μ_s e μ_k .

- Aplicando a 2ª Lei de Newton, temos

$$\sum F_x = mg \sin \theta - f_s = ma_x = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = F_N - mg \cos \theta = ma_y = 0 \quad (2)$$

- Combinando (1) e (2), podemos escrever

$$f_s = mg \sin \theta = \left(\frac{F_N}{\cos \theta} \right) \sin \theta = F_N \tan \theta$$

- Quando atingimos um ângulo crítico θ_c , sabemos que $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$.

- Desta forma

$$F_N \tan \theta_c = \mu_s F_N$$

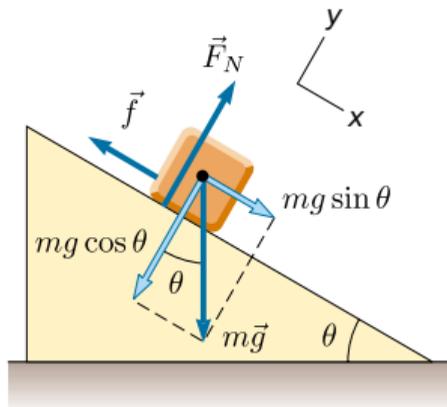
$$\mu_s = \tan \theta_c$$

- Se $\theta \geq \theta_c$ o bloco desliza com aceleração e a força de atrito é

$$f_k = \mu_k F_N$$

- Desta forma, podemos encontrar um ângulo $\theta'_c < \theta_c$ tal que o bloco se mova com velocidade constante. Neste caso

$$\mu_k = \tan \theta'_c$$



Exemplo: determinação experimental de μ_s e μ_k

Suponha que um bloco é colocado em uma superfície inclinada. A inclinação da superfície é aumentada até um ângulo θ_c onde o bloco começar a se mover. Determine μ_s e μ_k .

- Aplicando a 2ª Lei de Newton, temos

$$\sum F_x = mg \sin \theta - f_s = ma_x = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = F_N - mg \cos \theta = ma_y = 0 \quad (2)$$

- Combinando (1) e (2), podemos escrever

$$f_s = mg \sin \theta = \left(\frac{F_N}{\cos \theta} \right) \sin \theta = F_N \tan \theta$$

- Quando atingimos um ângulo crítico θ_c , sabemos que $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$.

- Desta forma

$$F_N \tan \theta_c = \mu_s F_N$$

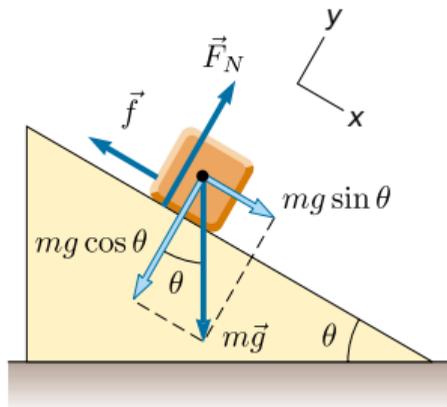
$$\mu_s = \tan \theta_c$$

- Se $\theta \geq \theta_c$ o bloco desliza com aceleração e a força de atrito é

$$f_k = \mu_k F_N$$

- Desta forma, podemos encontrar um ângulo $\theta'_c < \theta_c$ tal que o bloco se mova com velocidade constante. Neste caso

$$\mu_k = \tan \theta'_c$$



Exemplo: determinação experimental de μ_s e μ_k

Suponha que um bloco é colocado em uma superfície inclinada. A inclinação da superfície é aumentada até um ângulo θ_c onde o bloco começa a se mover. Determine μ_s e μ_k .

- Aplicando a 2ª Lei de Newton, temos

$$\sum F_x = mg \sin \theta - f_s = ma_x = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = F_N - mg \cos \theta = ma_y = 0 \quad (2)$$

- Combinando (1) e (2), podemos escrever

$$f_s = mg \sin \theta = \left(\frac{F_N}{\cos \theta} \right) \sin \theta = F_N \tan \theta$$

- Quando atingimos um ângulo crítico θ_c , sabemos que $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$.

- Desta forma

$$F_N \tan \theta_c = \mu_s F_N$$

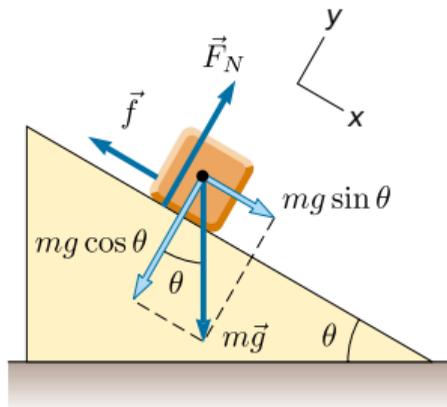
$$\mu_s = \tan \theta_c$$

- Se $\theta \geq \theta_c$ o bloco desliza com aceleração e a força de atrito é

$$f_k = \mu_k F_N$$

- Desta forma, podemos encontrar um ângulo $\theta'_c < \theta_c$ tal que o bloco se mova com velocidade constante. Neste caso

$$\mu_k = \tan \theta'_c$$



Exemplo: determinação experimental de μ_s e μ_k

Suponha que um bloco é colocado em uma superfície inclinada. A inclinação da superfície é aumentada até um ângulo θ_c onde o bloco começa a se mover. Determine μ_s e μ_k .

- Aplicando a 2ª Lei de Newton, temos

$$\sum F_x = mg \sin \theta - f_s = ma_x = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = F_N - mg \cos \theta = ma_y = 0 \quad (2)$$

- Combinando (1) e (2), podemos escrever

$$f_s = mg \sin \theta = \left(\frac{F_N}{\cos \theta} \right) \sin \theta = F_N \tan \theta$$

- Quando atingimos um ângulo crítico θ_c , sabemos que $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$.

- Desta forma

$$F_N \tan \theta_c = \mu_s F_N$$

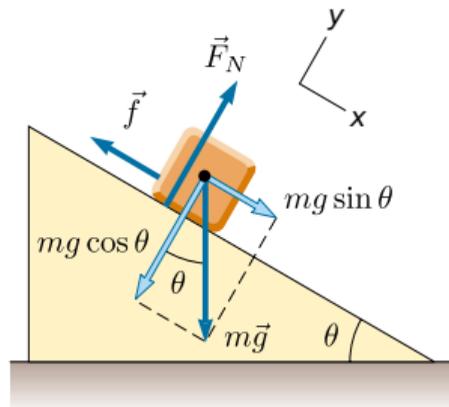
$$\boxed{\mu_s = \tan \theta_c}$$

- Se $\theta \geq \theta_c$ o bloco desliza com aceleração e a força de atrito é

$$f_k = \mu_k F_N$$

- Desta forma, podemos encontrar um ângulo $\theta'_c < \theta_c$ tal que o bloco se mova com velocidade constante. Neste caso

$$\mu_k = \tan \theta'_c$$



Exemplo: determinação experimental de μ_s e μ_k

Suponha que um bloco é colocado em uma superfície inclinada. A inclinação da superfície é aumentada até um ângulo θ_c onde o bloco começa a se mover. Determine μ_s e μ_k .

- Aplicando a 2ª Lei de Newton, temos

$$\sum F_x = mg \sin \theta - f_s = ma_x = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = F_N - mg \cos \theta = ma_y = 0 \quad (2)$$

- Combinando (1) e (2), podemos escrever

$$f_s = mg \sin \theta = \left(\frac{F_N}{\cos \theta} \right) \sin \theta = F_N \tan \theta$$

- Quando atingimos um ângulo crítico θ_c , sabemos que $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$.

- Desta forma

$$F_N \tan \theta_c = \mu_s F_N$$

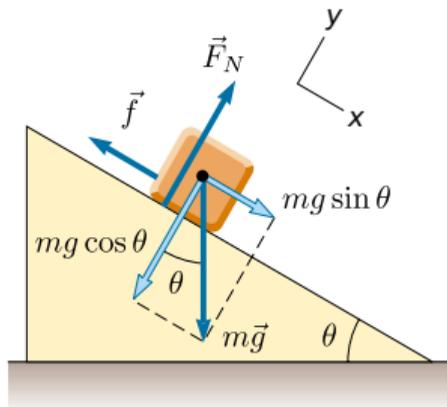
$$\boxed{\mu_s = \tan \theta_c}$$

- Se $\theta \geq \theta_c$ o bloco desliza com aceleração e a força de atrito é

$$f_k = \mu_k F_N$$

- Desta forma, podemos encontrar um ângulo $\theta'_c < \theta_c$ tal que o bloco se mova com velocidade constante. Neste caso

$$\mu_k = \tan \theta'_c$$



Exemplo: determinação experimental de μ_s e μ_k

Suponha que um bloco é colocado em uma superfície inclinada. A inclinação da superfície é aumentada até um ângulo θ_c onde o bloco começar a se mover. Determine μ_s e μ_k .

- Aplicando a 2ª Lei de Newton, temos

$$\sum F_x = mg \sin \theta - f_s = ma_x = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = F_N - mg \cos \theta = ma_y = 0 \quad (2)$$

- Combinando (1) e (2), podemos escrever

$$f_s = mg \sin \theta = \left(\frac{F_N}{\cos \theta} \right) \sin \theta = F_N \tan \theta$$

- Quando atingimos um ângulo crítico θ_c , sabemos que $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$.

- Desta forma

$$F_N \tan \theta_c = \mu_s F_N$$

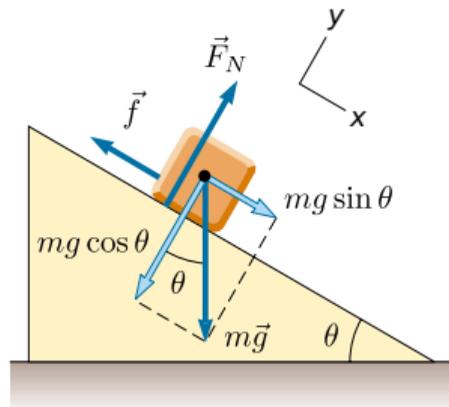
$$\boxed{\mu_s = \tan \theta_c}$$

- Se $\theta \geq \theta_c$ o bloco desliza com aceleração e a força de atrito é

$$f_k = \mu_k F_N$$

- Desta forma, podemos encontrar um ângulo $\theta'_c < \theta_c$ tal que o bloco se mova com velocidade constante. Neste caso

$$\mu_k = \tan \theta'_c$$



6. Força e movimento II

6.1 Força de atrito

6.2 Força de arrasto e velocidade terminal

6.3 Movimento circular uniforme

Força de Arrasto e Velocidade Terminal

- Até agora desprezamos a interação entre o objeto e o meio (líquido ou gás) no qual ele se move.
- O meio exerce uma força de resistência \vec{D} no objeto se movendo nele.
 - Força de arrasto aerodinâmico
 - Força de viscosidade
- A força \vec{D} depende de fatores como a velocidade do objeto e a direção de \vec{D} é sempre oposta a direção do movimento do objeto relativo ao meio.
- A magnitude de \vec{D} quase sempre aumenta de velocidade.
- Como \vec{D} depende de \vec{v} ?

$$\vec{D} = f(\vec{v})$$

Força de Arrasto e Velocidade Terminal

- Vamos considerar duas situações
 - Para objetos caindo vagarosamente através de um líquido e para objetos muito pequenos (como poeira)

$$D \propto v$$

- Para objetos grandes, como um paraquedista em queda livre, usamos

$$D \propto v^2$$

Força resistiva proporcional à velocidade do objeto

Força de Arrasto e Velocidade Terminal

- Vamos começar por

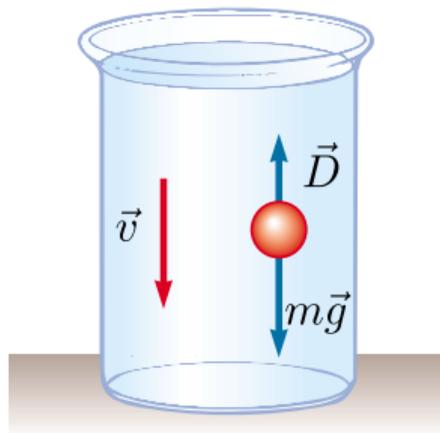
$$D = bv$$

- em que b : constante e depende das propriedades do meio e da forma e dimensão do objeto.
- Considere uma pequena esfera de massa m .

$$\sum_y F_y = ma$$

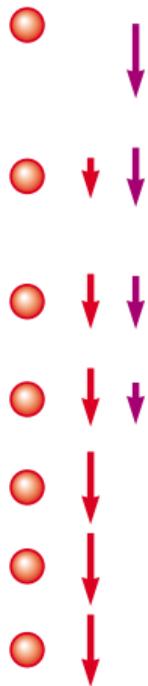
$$mg - bv = m \frac{dv}{dt}$$

$$\boxed{\frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m}v}$$



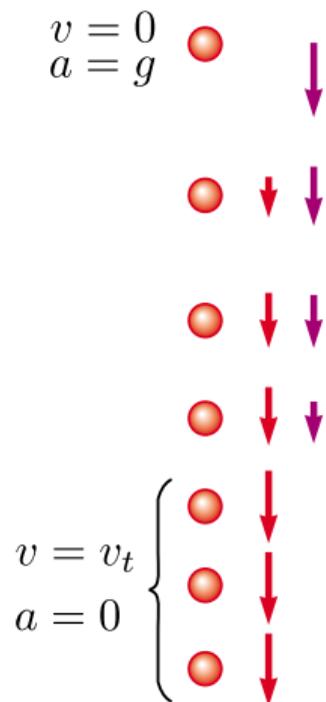
Força resistiva proporcional à velocidade do objeto

Força de Arrasto e Velocidade Terminal



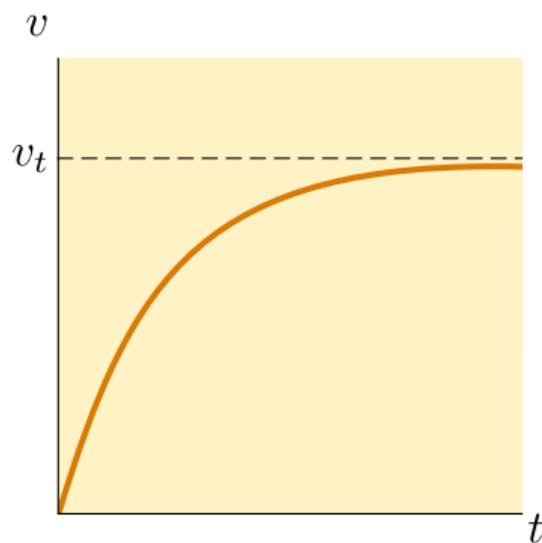
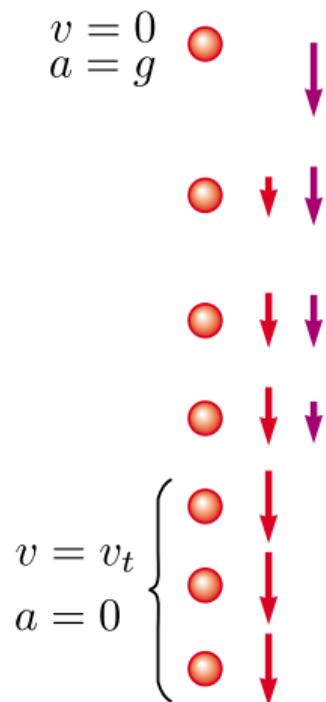
Força resistiva proporcional à velocidade do objeto

Força de Arrasto e Velocidade Terminal



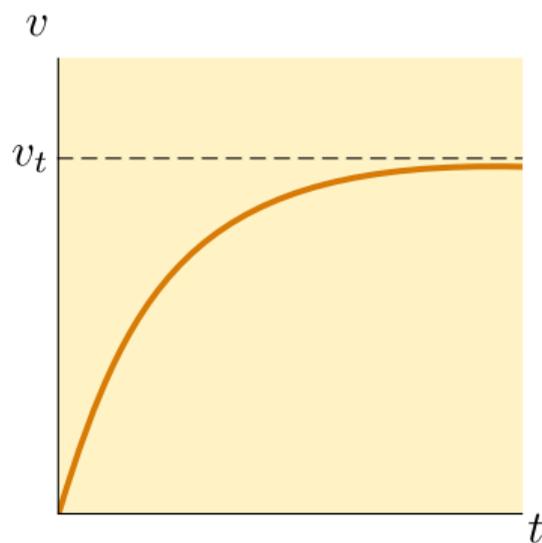
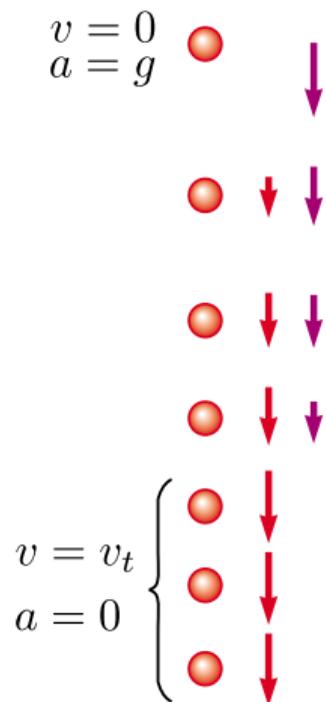
Força resistiva proporcional à velocidade do objeto

Força de Arrasto e Velocidade Terminal



Força resistiva proporcional à velocidade do objeto

Força de Arrasto e Velocidade Terminal



$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m}v$$

- Para obter a velocidade terminal

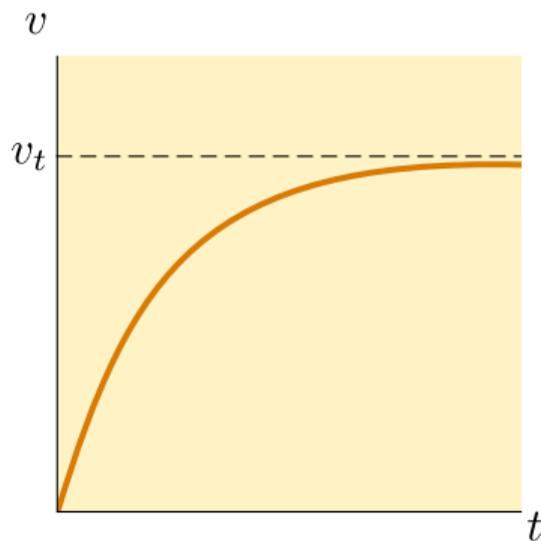
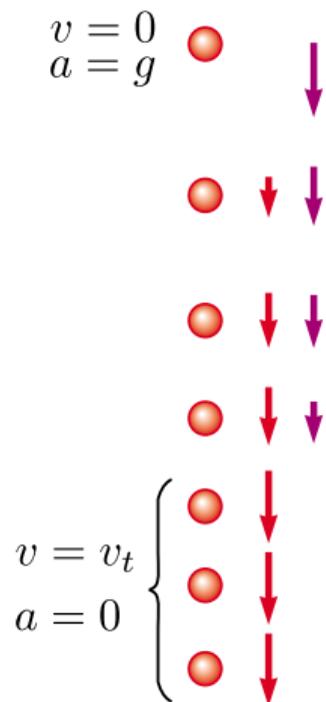
$$\frac{dv}{dt} = 0$$

- assim

$$v_t = \frac{mg}{b}$$

Força resistiva proporcional à velocidade do objeto

Força de Arrasto e Velocidade Terminal



$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m}v$$

- Para obter a velocidade terminal

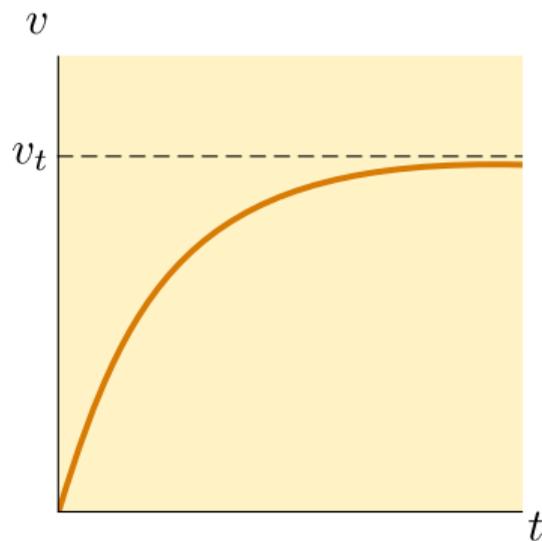
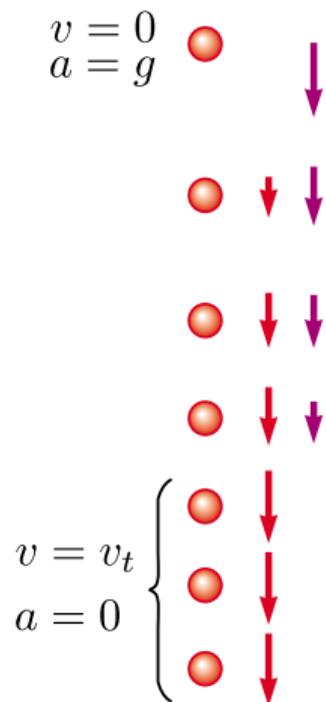
$$\frac{dv}{dt} = 0$$

- assim

$$v_t = \frac{mg}{b}$$

Força resistiva proporcional à velocidade do objeto

Força de Arrasto e Velocidade Terminal



$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m}v$$

- Para obter a velocidade terminal

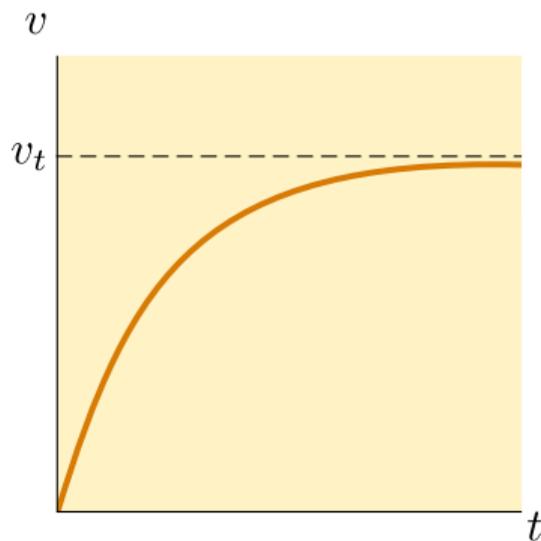
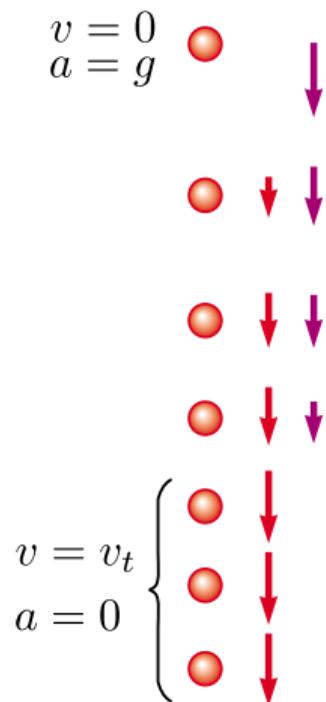
$$\frac{dv}{dt} = 0$$

- assim

$$v_t = \frac{mg}{b}$$

Força resistiva proporcional à velocidade do objeto

Força de Arrasto e Velocidade Terminal



$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m}v$$

- Para obter a velocidade terminal

$$\frac{dv}{dt} = 0$$

- assim

$$v_t = \frac{mg}{b}$$

Força resistiva proporcional para altas velocidades

Força de Arrasto e Velocidade Terminal

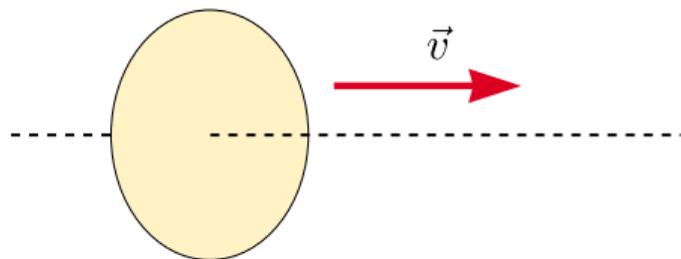
- Para objetos em alta velocidade (aviões, carros, bola de futebol, etc.), usamos

$$D = \frac{1}{2}C\rho Av^2$$

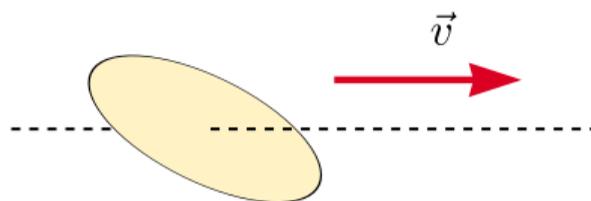
- ρ é a densidade do ar
- A é a área de seção reta efetiva (área da seção reta perpendicular à velocidade \vec{v})
- C é o coeficiente de arrasto (adimensional)

Força resistiva proporcional para altas velocidades

Força de Arrasto e Velocidade Terminal

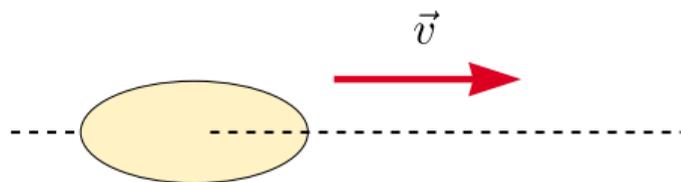


Área da s.r.e. = A



Área da s.r.e. = A'

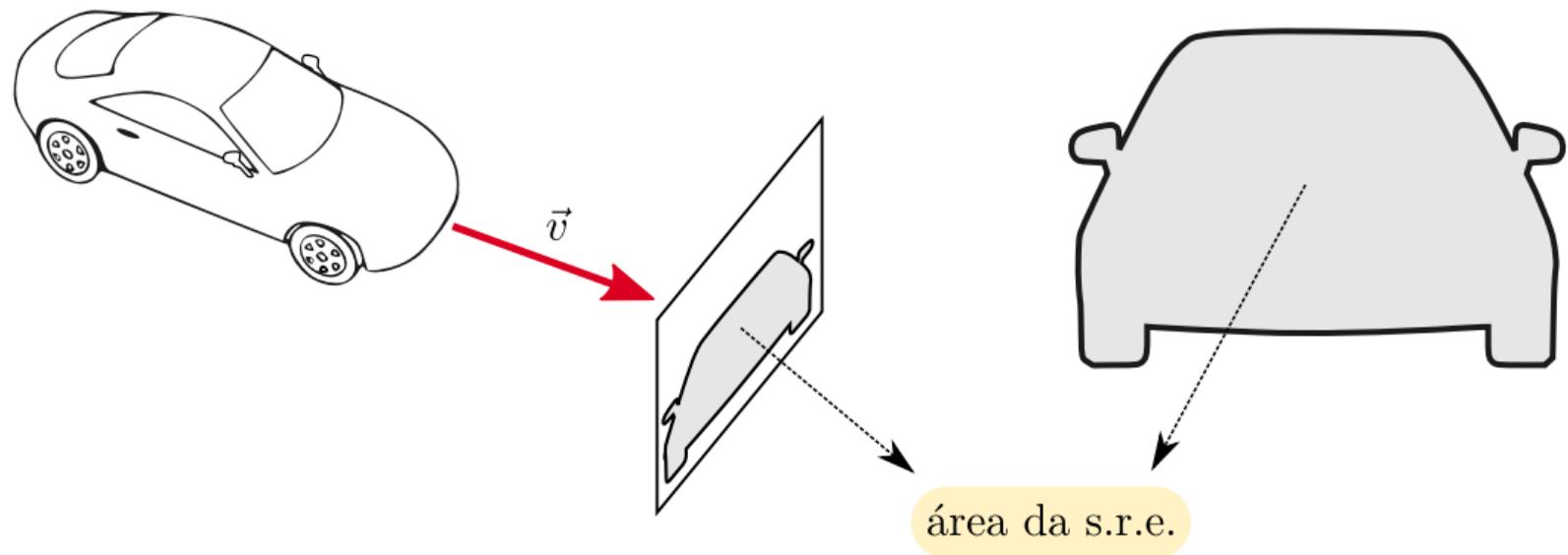
$A' < A$



Área da s.r.e. = 0

Força resistiva proporcional para altas velocidades

Força de Arrasto e Velocidade Terminal



Força resistiva proporcional para altas velocidades

Força de Arrasto e Velocidade Terminal

- Para este objeto, teremos

$$F_{\text{res}} = mg - D = mg - \frac{1}{2}C\rho Av^2$$

- Da 2ª Lei de Newton

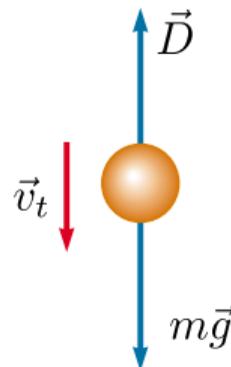
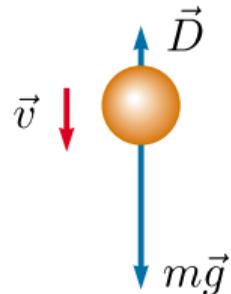
$$mg - \frac{1}{2}C\rho Av^2 = ma \implies a = g - \left(\frac{C\rho A}{2m}\right)v^2$$

- A velocidade terminal será

$$v_t = \sqrt{\frac{2mg}{C\rho A}}$$

- Para uma esfera de raio r

$$v_t \propto \sqrt{r}$$



6. Força e movimento II

6.1 Força de atrito

6.2 Força de arrasto e velocidade terminal

6.3 Movimento circular uniforme

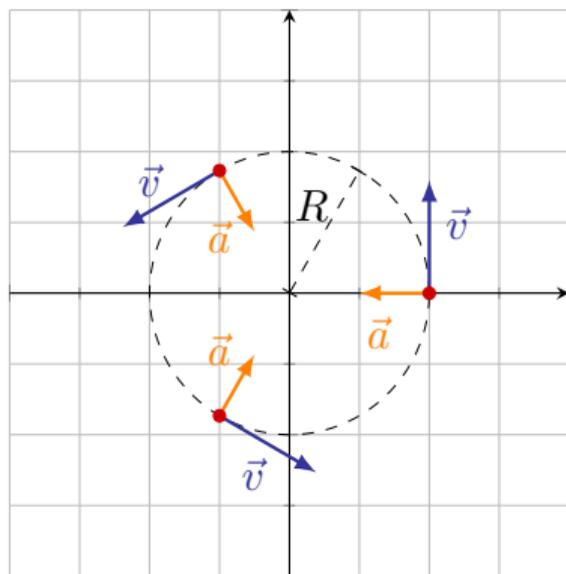
Movimento circular uniforme

- Velocidade **escalar** é constante:

$$v = |\vec{v}| = \text{cte}$$

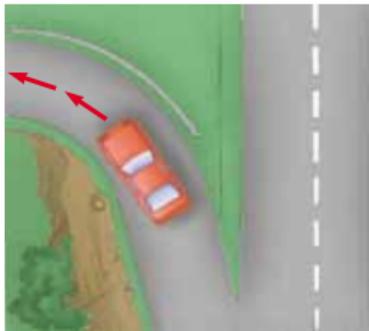
- O vetor \vec{v} é sempre tangente à trajetória.
- A partícula tem aceleração, pois a direção do vetor velocidade está mudando.
- O vetor \vec{a} sempre aponta para o centro da circunferência

$$a = |\vec{a}| = \frac{v^2}{R}$$



Força centrípeta

Força e movimento II



- Uma força centrípeta acelera um corpo, modificando a direção da velocidade sem mudar a velocidade escalar.

Força centrípeta

Força e movimento II

- De acordo com a 2ª Lei de Newton

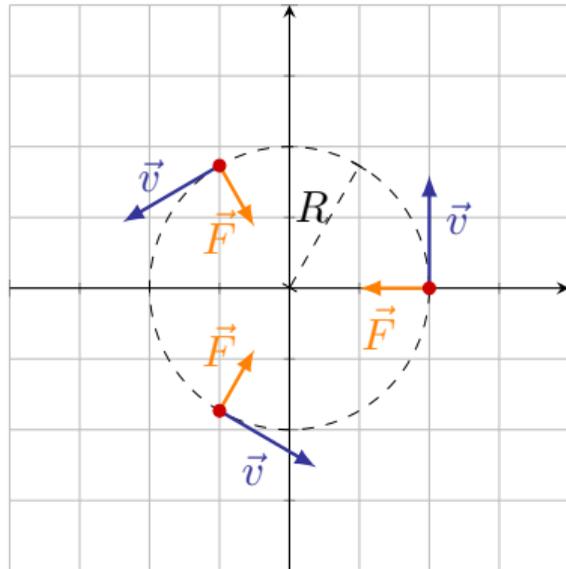
$$F = ma$$

- Sendo a aceleração centrípeta

$$a = \frac{v^2}{r}$$

- Podemos escrever o módulo de uma força centrípeta como

$$F = m \frac{v^2}{R}$$



Quando você anda de roda-gigante com velocidade constante, qual é a direção da sua aceleração \vec{a} e da força normal \vec{F}_N exercida pelo assento (que sempre está na vertical) quando você passa

- (a) pelo ponto mais alto?
- (b) pelo ponto mais baixo da roda?
- (c) O módulo de \vec{a} no ponto mais alto da roda é maior ou menor que no ponto mais baixo?
- (d) O módulo de \vec{F}_N no ponto mais alto da roda é maior ou menor que no ponto mais baixo?

Exemplo: Quão rápido você pode girar?

Uma bola de massa 0,500kg é presa a uma corda de 1,50m. A bola é rotacionada em um círculo horizontal. Se a corda aguenta uma tensão máxima de 50,0N, qual é a velocidade máxima que a bola consegue atingir antes que a corda arrebente?

- Neste caso, a força que causa a aceleração centrípeta é a força de tensão \vec{T} exercida pela corda na bola

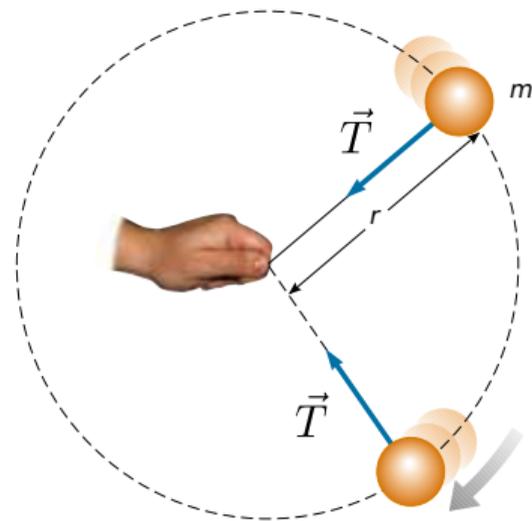
$$T = m \frac{v^2}{r}$$

- Resolvendo para v , temos

$$v = \sqrt{\frac{Tr}{m}}$$

- A velocidade máxima que a bola pode ter corresponde a tensão máxima. Assim

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{T_{\text{máx}}r}{m}} = \sqrt{\frac{(50,0\text{N})(1,5\text{m})}{0,500\text{kg}}} = 12,2\text{m/s}$$



Exemplo: Quão rápido você pode girar?

Uma bola de massa 0,500kg é presa a uma corda de 1,50m. A bola é rotacionada em um círculo horizontal. Se a corda aguenta uma tensão máxima de 50,0N, qual é a velocidade máxima que a bola consegue atingir antes que a corda arrebente?

- Neste caso, a força que causa a aceleração centrípeta é a força de tensão \vec{T} exercida pela corda na bola

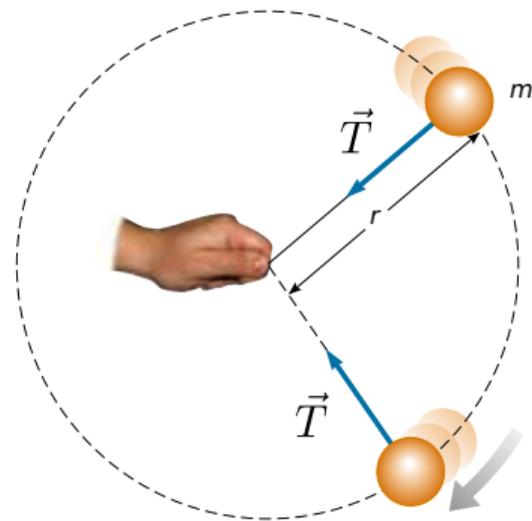
$$T = m \frac{v^2}{r}$$

- Resolvendo para v , temos

$$v = \sqrt{\frac{Tr}{m}}$$

- A velocidade máxima que a bola pode ter corresponde a tensão máxima. Assim

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{T_{\text{máx}} r}{m}} = \sqrt{\frac{(50,0\text{N})(1,5\text{m})}{0,500\text{kg}}} = 12,2\text{m/s}$$



Exemplo: Quão rápido você pode girar?

Uma bola de massa 0,500kg é presa a uma corda de 1,50m. A bola é rotacionada em um círculo horizontal. Se a corda aguenta uma tensão máxima de 50,0N, qual é a velocidade máxima que a bola consegue atingir antes que a corda arrebente?

- Neste caso, a força que causa a aceleração centrípeta é a força de tensão \vec{T} exercida pela corda na bola

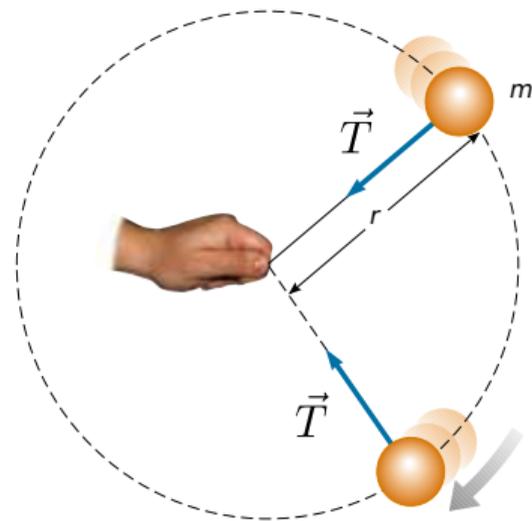
$$T = m \frac{v^2}{r}$$

- Resolvendo para v , temos

$$v = \sqrt{\frac{Tr}{m}}$$

- A velocidade máxima que a bola pode ter corresponde a tensão máxima. Assim

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{T_{\text{máx}} r}{m}} = \sqrt{\frac{(50,0\text{N})(1,5\text{m})}{0,500\text{kg}}} = 12,2\text{m/s}$$



Exemplo: Pendulo cônico

Encontre uma expressão para v em função de θ e L .

- Da 2ª Lei de Newton podemos escrever

$$\vec{F}_{res} = m\vec{a}$$

- Que podemos escrever em componentes

$$F_{r,res} = ma_r$$

$$F_{y,res} = ma_y$$

- ficamos com

$$F_{r,res} = T \sin \theta = ma_r$$

$$F_{y,res} = T \cos \theta - mg = 0$$

- Como

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

- Teremos

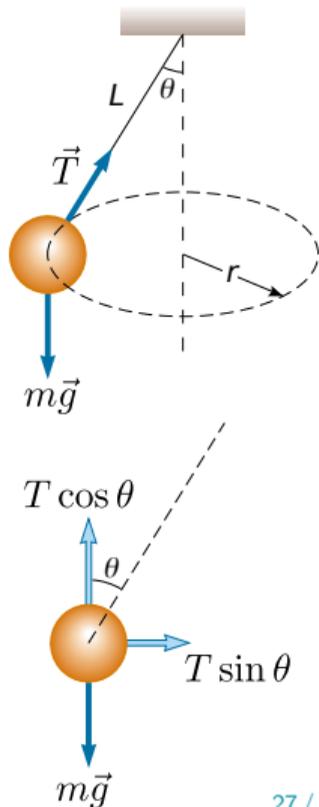
$$v = \sqrt{\frac{Tr \sin \theta}{m}}$$

- substituindo T , encontramos

$$v = \sqrt{\frac{gr \sin \theta}{\cos \theta}}$$

- Como $\sin \theta = r/L$, teremos

$$v = \sqrt{\frac{Lg \sin^2 \theta}{\cos \theta}} = \sqrt{Lg \sin \theta \tan \theta}$$



Exemplo: Pendulo cônico

Encontre uma expressão para v em função de θ e L .

- Da 2ª Lei de Newton podemos escrever

$$\vec{F}_{\text{res}} = m\vec{a}$$

- Que podemos escrever em componentes

$$F_{r,\text{res}} = ma_r$$

$$F_{y,\text{res}} = ma_y$$

- ficamos com

$$F_{r,\text{res}} = T \sin \theta = ma_r$$

$$F_{y,\text{res}} = T \cos \theta - mg = 0$$

- Como

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

- Teremos

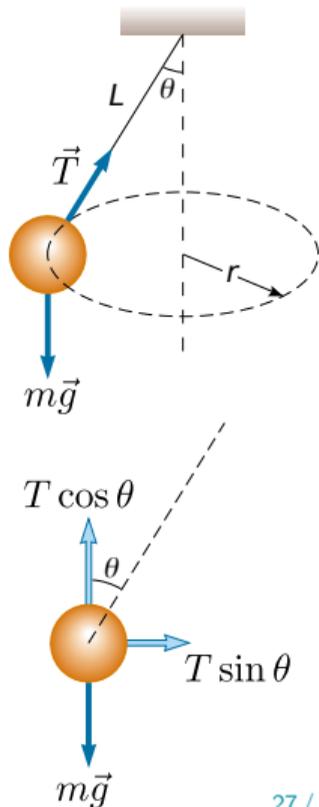
$$v = \sqrt{\frac{Tr \sin \theta}{m}}$$

- substituindo T , encontramos

$$v = \sqrt{\frac{gr \sin \theta}{\cos \theta}}$$

- Como $\sin \theta = r/L$, teremos

$$v = \sqrt{\frac{Lg \sin^2 \theta}{\cos \theta}} = \sqrt{Lg \sin \theta \tan \theta}$$



Exemplo: Pendulo cônico

Encontre uma expressão para v em função de θ e L .

- Da 2ª Lei de Newton podemos escrever

$$\vec{F}_{\text{res}} = m\vec{a}$$

- Que podemos escrever em componentes

$$F_{r,\text{res}} = ma_r$$

$$F_{y,\text{res}} = ma_y$$

- ficamos com

$$F_{r,\text{res}} = T \sin \theta = ma_r$$

$$F_{y,\text{res}} = T \cos \theta - mg = 0$$

- Como

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

- Teremos

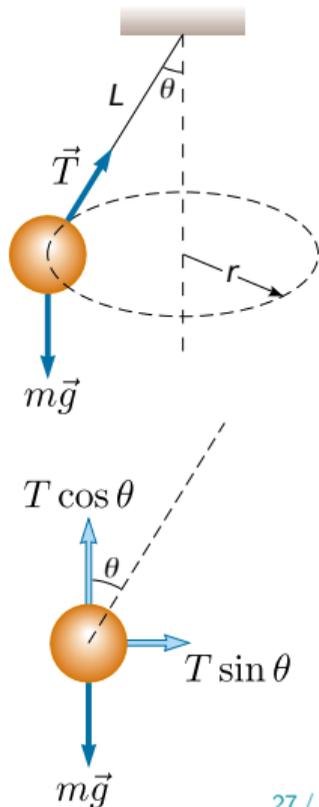
$$v = \sqrt{\frac{Tr \sin \theta}{m}}$$

- substituindo T , encontramos

$$v = \sqrt{\frac{gr \sin \theta}{\cos \theta}}$$

- Como $\sin \theta = r/L$, teremos

$$v = \sqrt{\frac{Lg \sin^2 \theta}{\cos \theta}} = \sqrt{Lg \sin \theta \tan \theta}$$



Exemplo: Pendulo cônico

Encontre uma expressão para v em função de θ e L .

- Da 2ª Lei de Newton podemos escrever

$$\vec{F}_{\text{res}} = m\vec{a}$$

- Que podemos escrever em componentes

$$F_{r,\text{res}} = ma_r$$

$$F_{y,\text{res}} = ma_y$$

- ficamos com

$$F_{r,\text{res}} = T \sin \theta = ma_r$$

$$F_{y,\text{res}} = T \cos \theta - mg = 0$$

- Como

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

- Teremos

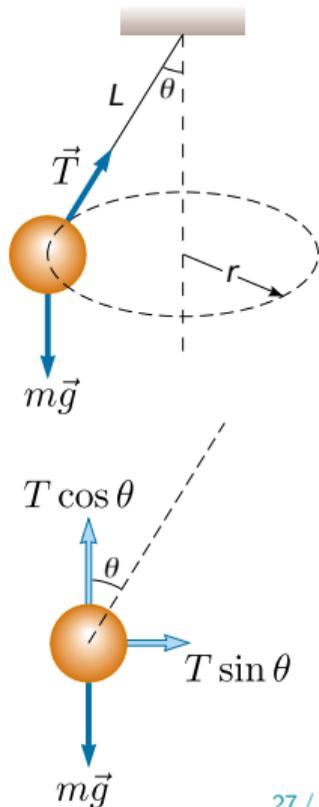
$$v = \sqrt{\frac{Tr \sin \theta}{m}}$$

- substituindo T , encontramos

$$v = \sqrt{\frac{gr \sin \theta}{\cos \theta}}$$

- Como $\sin \theta = r/L$, teremos

$$v = \sqrt{\frac{Lg \sin^2 \theta}{\cos \theta}} = \sqrt{Lg \sin \theta \tan \theta}$$



Exemplo: Pendulo cônico

Encontre uma expressão para v em função de θ e L .

- Da 2ª Lei de Newton podemos escrever

$$\vec{F}_{\text{res}} = m\vec{a}$$

- Que podemos escrever em componentes

$$F_{r,\text{res}} = ma_r$$

$$F_{y,\text{res}} = ma_y$$

- ficamos com

$$F_{r,\text{res}} = T \sin \theta = ma_r$$

$$F_{y,\text{res}} = T \cos \theta - mg = 0$$

- Como

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

- Teremos

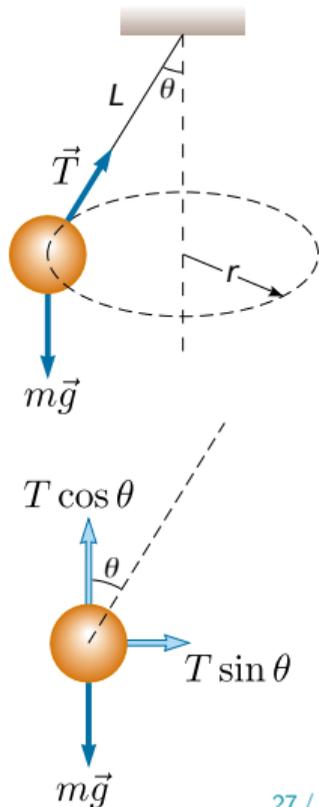
$$v = \sqrt{\frac{Tr \sin \theta}{m}}$$

- substituindo T , encontramos

$$v = \sqrt{\frac{gr \sin \theta}{\cos \theta}}$$

- Como $\sin \theta = r/L$, teremos

$$v = \sqrt{\frac{Lg \sin^2 \theta}{\cos \theta}} = \sqrt{Lg \sin \theta \tan \theta}$$



Exemplo: Pendulo cônico

Encontre uma expressão para v em função de θ e L .

- Da 2ª Lei de Newton podemos escrever

$$\vec{F}_{\text{res}} = m\vec{a}$$

- Que podemos escrever em componentes

$$F_{r,\text{res}} = ma_r$$

$$F_{y,\text{res}} = ma_y$$

- ficamos com

$$F_{r,\text{res}} = T \sin \theta = ma_r$$

$$F_{y,\text{res}} = T \cos \theta - mg = 0$$

- Como

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

- Teremos

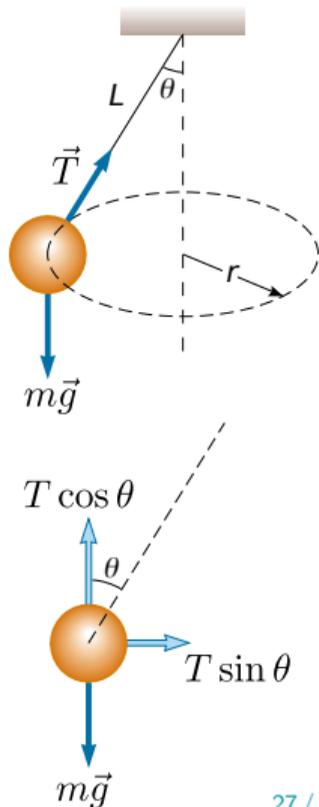
$$v = \sqrt{\frac{Tr \sin \theta}{m}}$$

- substituindo T , encontramos

$$v = \sqrt{\frac{gr \sin \theta}{\cos \theta}}$$

- Como $\sin \theta = r/L$, teremos

$$v = \sqrt{\frac{Lg \sin^2 \theta}{\cos \theta}} = \sqrt{Lg \sin \theta \tan \theta}$$



Exemplo: Pendulo cônico

Encontre uma expressão para v em função de θ e L .

- Da 2ª Lei de Newton podemos escrever

$$\vec{F}_{\text{res}} = m\vec{a}$$

- Que podemos escrever em componentes

$$F_{r,\text{res}} = ma_r$$

$$F_{y,\text{res}} = ma_y$$

- ficamos com

$$F_{r,\text{res}} = T \sin \theta = ma_r$$

$$F_{y,\text{res}} = T \cos \theta - mg = 0$$

- Como

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

- Teremos

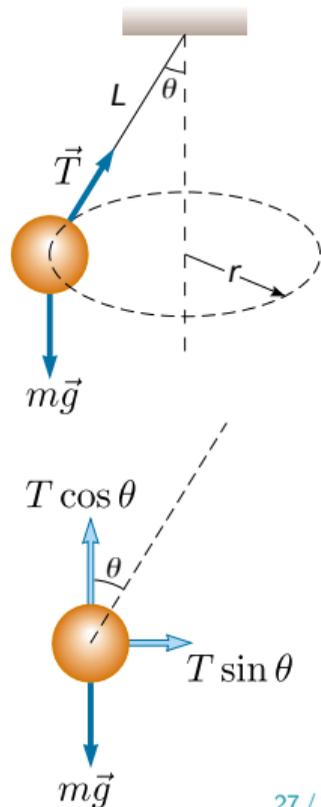
$$v = \sqrt{\frac{Tr \sin \theta}{m}}$$

- substituindo T , encontramos

$$v = \sqrt{\frac{gr \sin \theta}{\cos \theta}}$$

- Como $\sin \theta = r/L$, teremos

$$v = \sqrt{\frac{Lg \sin^2 \theta}{\cos \theta}} = \sqrt{Lg \sin \theta \tan \theta}$$



Exemplo: Pendulo cônico

Encontre uma expressão para v em função de θ e L .

- Da 2ª Lei de Newton podemos escrever

$$\vec{F}_{\text{res}} = m\vec{a}$$

- Que podemos escrever em componentes

$$F_{r,\text{res}} = ma_r$$

$$F_{y,\text{res}} = ma_y$$

- ficamos com

$$F_{r,\text{res}} = T \sin \theta = ma_r$$

$$F_{y,\text{res}} = T \cos \theta - mg = 0$$

- Como

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

- Teremos

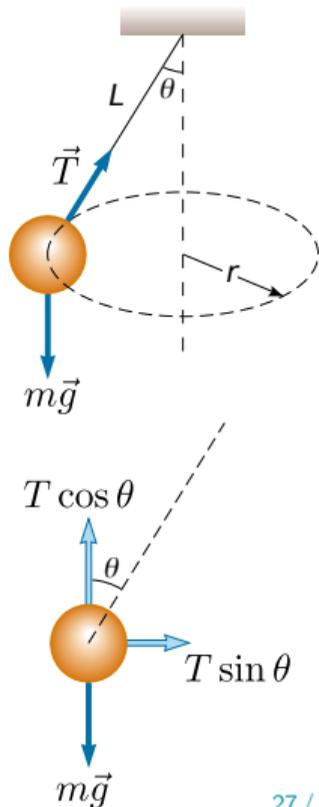
$$v = \sqrt{\frac{Tr \sin \theta}{m}}$$

- substituindo T , encontramos

$$v = \sqrt{\frac{gr \sin \theta}{\cos \theta}}$$

- Como $\sin \theta = r/L$, teremos

$$v = \sqrt{\frac{Lg \sin^2 \theta}{\cos \theta}} = \sqrt{Lg \sin \theta \tan \theta}$$



Exemplo: Qual é a velocidade máxima do carro?

Um carro de 1500kg entra em uma curva. Se o raio da curva é 35,0m e $\mu_s = 0,500$, encontre a velocidade máxima com que o carro consegue fazer a curva.

- A força que faz o carro fazer a curva é a força de atrito estático. Portanto

$$f_s = m \frac{v^2}{r}$$

- A força de atrito estático máxima é

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N$$

- Assumindo que o carro está em uma estrada plana

$$F_N = mg$$

- Portanto

$$f_{s,\max} = \mu_s mg$$

- Finalmente podemos escrever

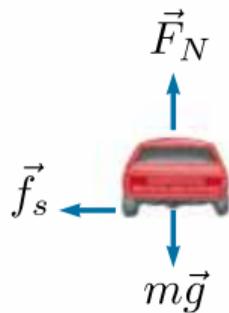
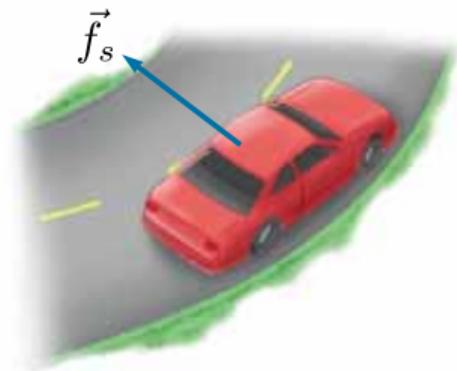
$$f_{s,\max} = m \frac{v_{\max}^2}{r}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{r f_{s,\max}}{m}}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\mu_s g r}$$

$$v_{\max} = \sqrt{(0,500)(9,8\text{m/s}^2)(35,0\text{m})}$$

$$v_{\max} = 13,1\text{m/s}$$



Exemplo: Qual é a velocidade máxima do carro?

Um carro de 1500kg entra em uma curva. Se o raio da curva é 35,0m e $\mu_s = 0,500$, encontre a velocidade máxima com que o carro consegue fazer a curva.

- A força que faz o carro fazer a curva é a força de atrito estático. Portanto

$$f_s = m \frac{v^2}{r}$$

- A força de atrito estático máxima é

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N$$

- Assumindo que o carro está em uma estrada plana

$$F_N = mg$$

- Portanto

$$f_{s,\max} = \mu_s mg$$

- Finalmente podemos escrever

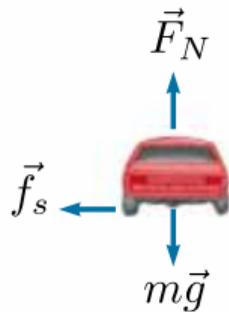
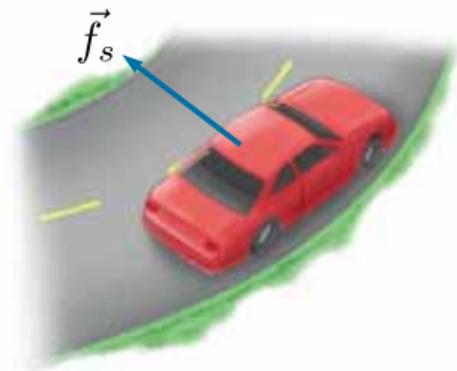
$$f_{s,\max} = m \frac{v_{\max}^2}{r}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{r f_{s,\max}}{m}}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\mu_s g r}$$

$$v_{\max} = \sqrt{(0,500)(9,8\text{m/s}^2)(35,0\text{m})}$$

$$v_{\max} = 13,1\text{m/s}$$



Exemplo: Qual é a velocidade máxima do carro?

Um carro de 1500kg entra em uma curva. Se o raio da curva é 35,0m e $\mu_s = 0,500$, encontre a velocidade máxima com que o carro consegue fazer a curva.

- A força que faz o carro fazer a curva é a força de atrito estático. Portanto

$$f_s = m \frac{v^2}{r}$$

- A força de atrito estático máxima é

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N$$

- Assumindo que o carro está em uma estrada plana

$$F_N = mg$$

- Portanto

$$f_{s,\max} = \mu_s mg$$

- Finalmente podemos escrever

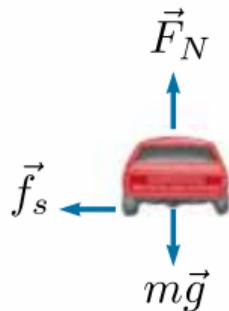
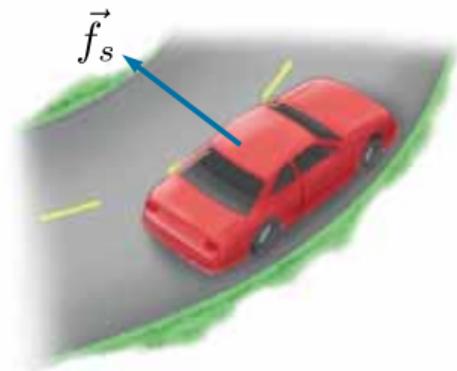
$$f_{s,\max} = m \frac{v_{\max}^2}{r}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{r f_{s,\max}}{m}}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\mu_s g r}$$

$$v_{\max} = \sqrt{(0,500)(9,8\text{m/s}^2)(35,0\text{m})}$$

$$v_{\max} = 13,1\text{m/s}$$



Exemplo: Qual é a velocidade máxima do carro?

Um carro de 1500kg entra em uma curva. Se o raio da curva é 35,0m e $\mu_s = 0,500$, encontre a velocidade máxima com que o carro consegue fazer a curva.

- A força que faz o carro fazer a curva é a força de atrito estático. Portanto

$$f_s = m \frac{v^2}{r}$$

- A força de atrito estático máxima é

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N$$

- Assumindo que o carro está em uma estrada plana

$$F_N = mg$$

- Portanto

$$f_{s,\max} = \mu_s mg$$

- Finalmente podemos escrever

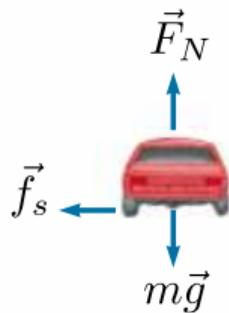
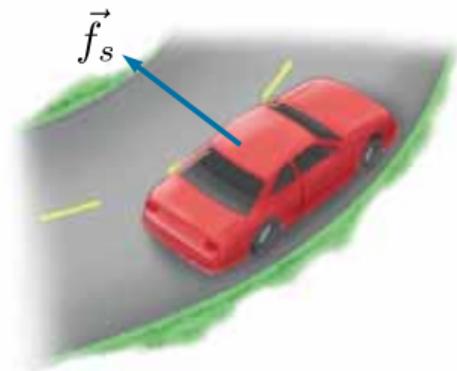
$$f_{s,\max} = m \frac{v_{\max}^2}{r}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{r f_{s,\max}}{m}}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\mu_s g r}$$

$$v_{\max} = \sqrt{(0,500)(9,8\text{m/s}^2)(35,0\text{m})}$$

$$v_{\max} = 13,1\text{m/s}$$



Exemplo: Qual é a velocidade máxima do carro?

Um carro de 1500kg entra em uma curva. Se o raio da curva é 35,0m e $\mu_s = 0,500$, encontre a velocidade máxima com que o carro consegue fazer a curva.

- A força que faz o carro fazer a curva é a força de atrito estático. Portanto

$$f_s = m \frac{v^2}{r}$$

- A força de atrito estático máxima é

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N$$

- Assumindo que o carro está em uma estrada plana

$$F_N = mg$$

- Portanto

$$f_{s,\max} = \mu_s mg$$

- Finalmente podemos escrever

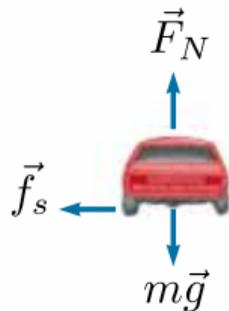
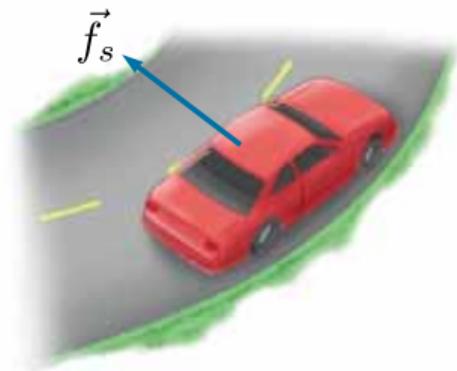
$$f_{s,\max} = m \frac{v_{\max}^2}{r}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{r f_{s,\max}}{m}}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\mu_s g r}$$

$$v_{\max} = \sqrt{(0,500)(9,8\text{m/s}^2)(35,0\text{m})}$$

$$v_{\max} = 13,1\text{m/s}$$



Exemplo: Qual é a velocidade máxima do carro?

Um carro de 1500kg entra em uma curva. Se o raio da curva é 35,0m e $\mu_s = 0,500$, encontre a velocidade máxima com que o carro consegue fazer a curva.

- A força que faz o carro fazer a curva é a força de atrito estático. Portanto

$$f_s = m \frac{v^2}{r}$$

- A força de atrito estático máxima é

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N$$

- Assumindo que o carro está em uma estrada plana

$$F_N = mg$$

- Portanto

$$f_{s,\max} = \mu_s mg$$

- Finalmente podemos escrever

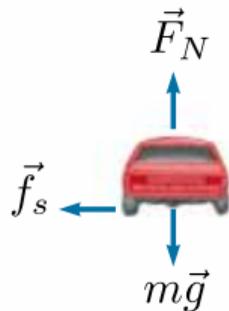
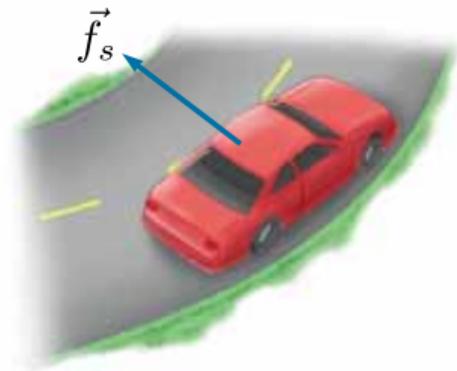
$$f_{s,\max} = m \frac{v_{\max}^2}{r}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{r f_{s,\max}}{m}}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\mu_s g r}$$

$$v_{\max} = \sqrt{(0,500)(9,8\text{m/s}^2)(35,0\text{m})}$$

$$v_{\max} = 13,1\text{m/s}$$



Exemplo: Qual é a velocidade máxima do carro?

Um carro de 1500kg entra em uma curva. Se o raio da curva é 35,0m e $\mu_s = 0,500$, encontre a velocidade máxima com que o carro consegue fazer a curva.

- A força que faz o carro fazer a curva é a força de atrito estático. Portanto

$$f_s = m \frac{v^2}{r}$$

- A força de atrito estático máxima é

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N$$

- Assumindo que o carro está em uma estrada plana

$$F_N = mg$$

- Portanto

$$f_{s,\max} = \mu_s mg$$

- Finalmente podemos escrever

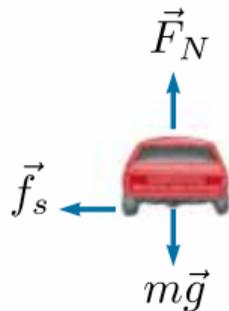
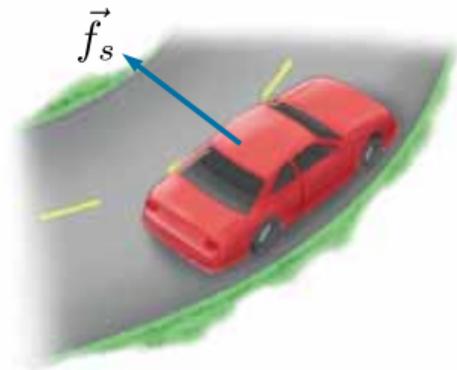
$$f_{s,\max} = m \frac{v_{\max}^2}{r}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{r f_{s,\max}}{m}}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\mu_s g r}$$

$$v_{\max} = \sqrt{(0,500)(9,8\text{m/s}^2)(35,0\text{m})}$$

$$v_{\max} = 13,1\text{m/s}$$



Exemplo: Curva inclinada

Um engenheiro quer projetar uma curva de forma que o carro não dependa do atrito para fazer a curva sem derrapar. Por isso ele faz uma curva inclinada. Suponha que a velocidade projetada para curva seja de 13,4m/s e o raio da curva seja 50,0m. Com que angulo a curva deve ser inclinada?

- A 2ª Lei de Newton para a componente radial é

$$F_{r,res} = ma_r$$

$$F_N \sin \theta = m \frac{v^2}{r} \quad (3)$$

- A 2ª Lei de Newton para a componente vertical é

$$F_{y,res} = ma_y$$

$$F_N \cos \theta - mg = 0$$

$$F_N \cos \theta = mg \quad (4)$$

- Dividindo a Eq.(1) pela Eq.(2), obtemos

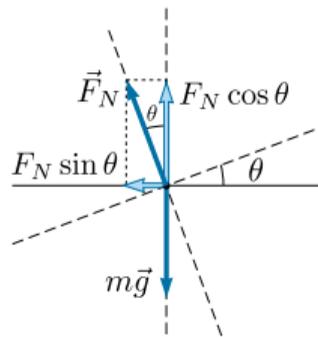
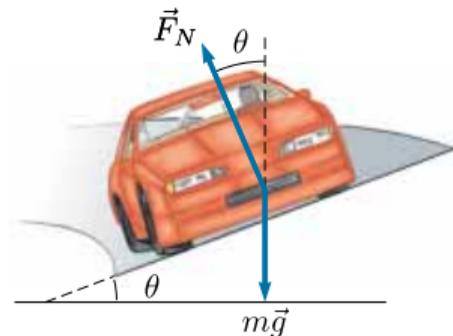
$$\tan \theta = \frac{v^2}{gr}$$

- Em que θ é dado por

$$\theta = \arctan \left(\frac{v^2}{rg} \right)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{(13,4\text{m/s})^2}{(50,0\text{m})(9,80\text{m/s}^2)} \right]$$

$$= 20,1^\circ$$



Exemplo: Curva inclinada

Um engenheiro quer projetar uma curva de forma que o carro não dependa do atrito para fazer a curva sem derrapar. Por isso ele faz uma curva inclinada. Suponha que a velocidade projetada para curva seja de 13,4m/s e o raio da curva seja 50,0m. Com que angulo a curva deve ser inclinada?

- A 2ª Lei de Newton para a componente radial é

$$F_{r,res} = ma_r$$

$$F_N \sin \theta = m \frac{v^2}{r} \quad (3)$$

- A 2ª Lei de Newton para a componente vertical é

$$F_{y,res} = ma_y$$

$$F_N \cos \theta - mg = 0$$

$$F_N \cos \theta = mg \quad (4)$$

- Dividindo a Eq.(1) pela Eq.(2), obtemos

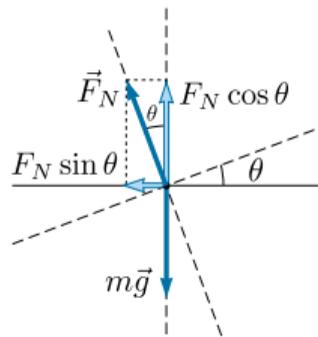
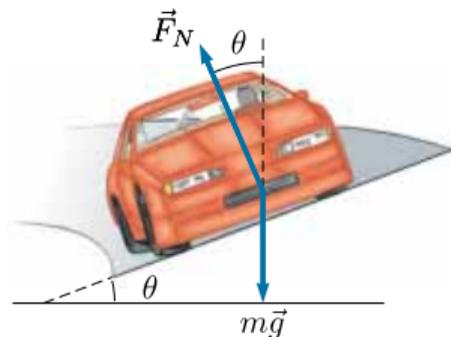
$$\tan \theta = \frac{v^2}{gr}$$

- Em que θ é dado por

$$\theta = \arctan \left(\frac{v^2}{rg} \right)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{(13,4\text{m/s})^2}{(50,0\text{m})(9,80\text{m/s}^2)} \right]$$

$$= 20,1^\circ$$



Exemplo: Curva inclinada

Um engenheiro quer projetar uma curva de forma que o carro não dependa do atrito para fazer a curva sem derrapar. Por isso ele faz uma curva inclinada. Suponha que a velocidade projetada para curva seja de 13,4m/s e o raio da curva seja 50,0m. Com que angulo a curva deve ser inclinada?

- A 2ª Lei de Newton para a componente radial é

$$F_{r,res} = ma_r$$

$$F_N \sin \theta = m \frac{v^2}{r} \quad (3)$$

- A 2ª Lei de Newton para a componente vertical é

$$F_{y,res} = ma_y$$

$$F_N \cos \theta - mg = 0$$

$$F_N \cos \theta = mg \quad (4)$$

- Dividindo a Eq.(1) pela Eq.(2), obtemos

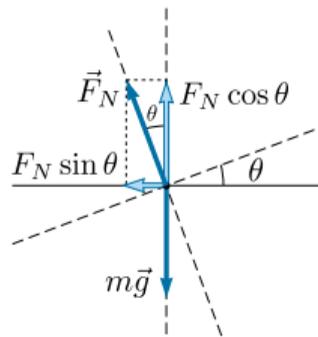
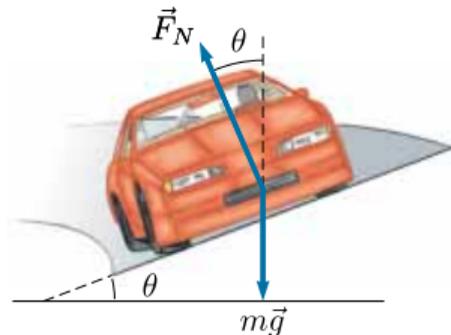
$$\tan \theta = \frac{v^2}{gr}$$

- Em que θ é dado por

$$\theta = \arctan \left(\frac{v^2}{rg} \right)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{(13,4\text{m/s})^2}{(50,0\text{m})(9,80\text{m/s}^2)} \right]$$

$$= 20,1^\circ$$



Exemplo: Curva inclinada

Um engenheiro quer projetar uma curva de forma que o carro não dependa do atrito para fazer a curva sem derrapar. Por isso ele faz uma curva inclinada. Suponha que a velocidade projetada para curva seja de 13,4m/s e o raio da curva seja 50,0m. Com que angulo a curva deve ser inclinada?

- A 2ª Lei de Newton para a componente radial é

$$F_{r,res} = ma_r$$
$$F_N \sin \theta = m \frac{v^2}{r} \quad (3)$$

- A 2ª Lei de Newton para a componente vertical é

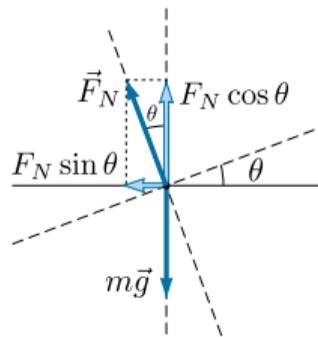
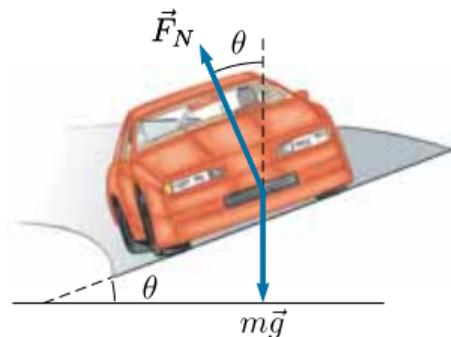
$$F_{y,res} = ma_y$$
$$F_N \cos \theta - mg = 0$$
$$F_N \cos \theta = mg \quad (4)$$

- Dividindo a Eq.(1) pela Eq.(2), obtemos

$$\tan \theta = \frac{v^2}{gr}$$

- Em que θ é dado por

$$\theta = \arctan \left(\frac{v^2}{rg} \right)$$
$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{(13,4\text{m/s})^2}{(50,0\text{m})(9,80\text{m/s}^2)} \right]$$
$$= 20,1^\circ$$



Exemplo: Curva inclinada

Um engenheiro quer projetar uma curva de forma que o carro não dependa do atrito para fazer a curva sem derrapar. Por isso ele faz uma curva inclinada. Suponha que a velocidade projetada para curva seja de 13,4m/s e o raio da curva seja 50,0m. Com que angulo a curva deve ser inclinada?

- A 2ª Lei de Newton para a componente radial é

$$F_{r,res} = ma_r$$
$$F_N \sin \theta = m \frac{v^2}{r} \quad (3)$$

- A 2ª Lei de Newton para a componente vertical é

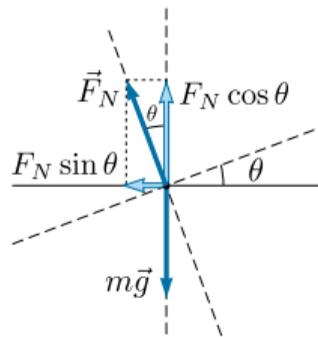
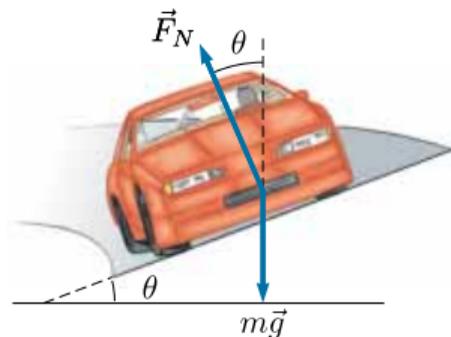
$$F_{y,res} = ma_y$$
$$F_N \cos \theta - mg = 0$$
$$F_N \cos \theta = mg \quad (4)$$

- Dividindo a Eq.(1) pela Eq.(2), obtemos

$$\tan \theta = \frac{v^2}{gr}$$

- Em que θ é dado por

$$\theta = \arctan \left(\frac{v^2}{rg} \right)$$
$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{(13,4\text{m/s})^2}{(50,0\text{m})(9,80\text{m/s}^2)} \right]$$
$$= 20,1^\circ$$



Exemplo: Curva inclinada

Um engenheiro quer projetar uma curva de forma que o carro não dependa do atrito para fazer a curva sem derrapar. Por isso ele faz uma curva inclinada. Suponha que a velocidade projetada para curva seja de 13,4m/s e o raio da curva seja 50,0m. Com que angulo a curva deve ser inclinada?

- A 2ª Lei de Newton para a componente radial é

$$F_{r,res} = ma_r$$
$$F_N \sin \theta = m \frac{v^2}{r} \quad (3)$$

- A 2ª Lei de Newton para a componente vertical é

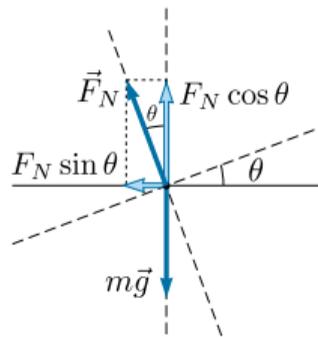
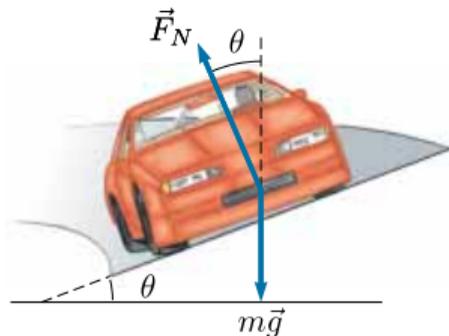
$$F_{y,res} = ma_y$$
$$F_N \cos \theta - mg = 0$$
$$F_N \cos \theta = mg \quad (4)$$

- Dividindo a Eq.(1) pela Eq.(2), obtemos

$$\tan \theta = \frac{v^2}{gr}$$

- Em que θ é dado por

$$\theta = \arctan \left(\frac{v^2}{rg} \right)$$
$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{(13,4\text{m/s})^2}{(50,0\text{m})(9,80\text{m/s}^2)} \right]$$
$$= 20,1^\circ$$



Exemplo: Loop

Um piloto de massa m executa um loop. Nesta manobra o piloto faz um círculo vertical de raio $r = 2,70\text{km}$ em uma velocidade constante de 225m/s . Determine a força exercida pelo banco no piloto (a) na parte inferior do loop e (b) na parte superior do loop. Expresse sua resposta em termos do peso do piloto mg .

Na parte inferior

$$F_{r,res} = ma_r$$

$$F_{N,i} - mg = m \frac{v^2}{r}$$

Isolando $F_{N,i}$, temos

$$F_{N,i} = mg \left(1 + \frac{v^2}{rg} \right)$$

$$F_{N,i} = mg \left[1 + \frac{(225\text{m/s})^2}{(2,70 \times 10^3\text{m})(9,80\text{m/s}^2)} \right]$$
$$= 2,91mg$$

Na parte superior

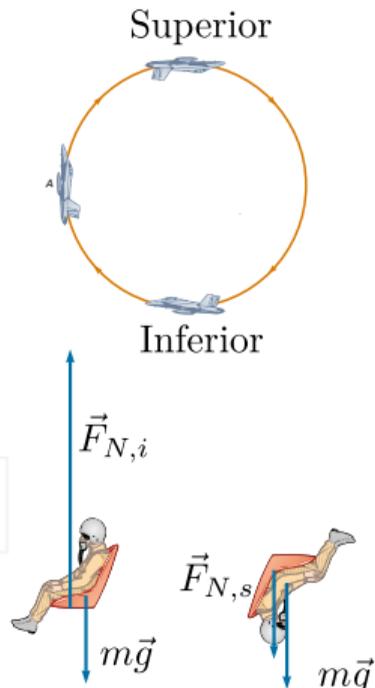
$$F_{r,res} = ma_r$$

$$F_{N,s} + mg = m \frac{v^2}{r}$$

Isolando $F_{N,s}$, temos

$$F_{N,s} = mg \left(\frac{v^2}{rg} - 1 \right)$$

$$F_{N,s} = mg \left[1 - \frac{(225\text{m/s})^2}{(2,70 \times 10^3\text{m})(9,80\text{m/s}^2)} \right]$$
$$= 0,913mg$$



Exemplo: Loop

Um piloto de massa m executa um loop. Nesta manobra o piloto faz um círculo vertical de raio $r = 2,70\text{km}$ em uma velocidade constante de 225m/s . Determine a força exercida pelo banco no piloto (a) na parte inferior do loop e (b) na parte superior do loop. Expresse sua resposta em termos do peso do piloto mg .

Na parte inferior

$$F_{r,res} = ma_r$$

$$F_{N,i} - mg = m \frac{v^2}{r}$$

Isolando $F_{N,i}$, temos

$$F_{N,i} = mg \left(1 + \frac{v^2}{rg} \right)$$

$$F_{N,i} = mg \left[1 + \frac{(225\text{m/s})^2}{(2,70 \times 10^3\text{m})(9,80\text{m/s}^2)} \right]$$
$$= 2,91mg$$

Na parte superior

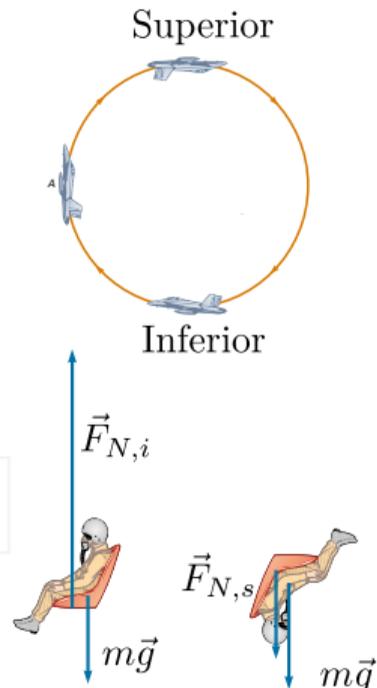
$$F_{r,res} = ma_r$$

$$F_{N,s} + mg = m \frac{v^2}{r}$$

Isolando $F_{N,s}$, temos

$$F_{N,s} = mg \left(\frac{v^2}{rg} - 1 \right)$$

$$F_{N,s} = mg \left[1 - \frac{(225\text{m/s})^2}{(2,70 \times 10^3\text{m})(9,80\text{m/s}^2)} \right]$$
$$= 0,913mg$$



Exemplo: Loop

Um piloto de massa m executa um loop. Nesta manobra o piloto faz um círculo vertical de raio $r = 2,70\text{km}$ em uma velocidade constante de 225m/s . Determine a força exercida pelo banco no piloto (a) na parte inferior do loop e (b) na parte superior do loop. Expresse sua resposta em termos do peso do piloto mg .

Na parte inferior

$$F_{r,res} = ma_r$$

$$F_{N,i} - mg = m \frac{v^2}{r}$$

Isolando $F_{N,i}$, temos

$$F_{N,i} = mg \left(1 + \frac{v^2}{rg} \right)$$

$$F_{N,i} = mg \left[1 + \frac{(225\text{m/s})^2}{(2,70 \times 10^3\text{m})(9,80\text{m/s}^2)} \right]$$
$$= 2,91mg$$

Na parte superior

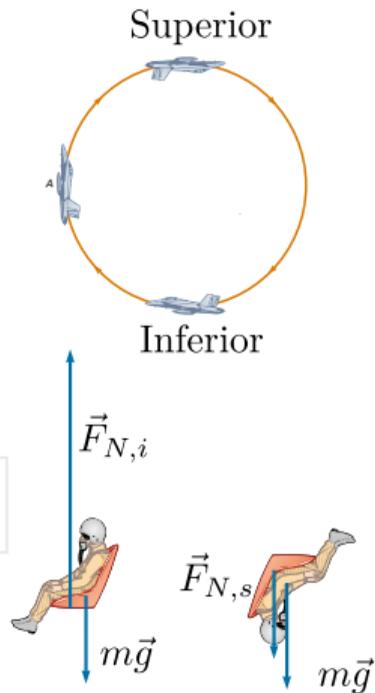
$$F_{r,res} = ma_r$$

$$F_{N,s} + mg = m \frac{v^2}{r}$$

Isolando $F_{N,s}$, temos

$$F_{N,s} = mg \left(\frac{v^2}{rg} - 1 \right)$$

$$F_{N,s} = mg \left[1 - \frac{(225\text{m/s})^2}{(2,70 \times 10^3\text{m})(9,80\text{m/s}^2)} \right]$$
$$= 0,913mg$$



Exemplo: Loop

Um piloto de massa m executa um loop. Nesta manobra o piloto faz um círculo vertical de raio $r = 2,70\text{km}$ em uma velocidade constante de 225m/s . Determine a força exercida pelo banco no piloto (a) na parte inferior do loop e (b) na parte superior do loop. Expresse sua resposta em termos do peso do piloto mg .

Na parte inferior

$$F_{r,res} = ma_r$$

$$F_{N,i} - mg = m \frac{v^2}{r}$$

Isolando $F_{N,i}$, temos

$$F_{N,i} = mg \left(1 + \frac{v^2}{rg} \right)$$

$$F_{N,i} = mg \left[1 + \frac{(225\text{m/s})^2}{(2,70 \times 10^3\text{m})(9,80\text{m/s}^2)} \right]$$
$$= 2,91mg$$

Na parte superior

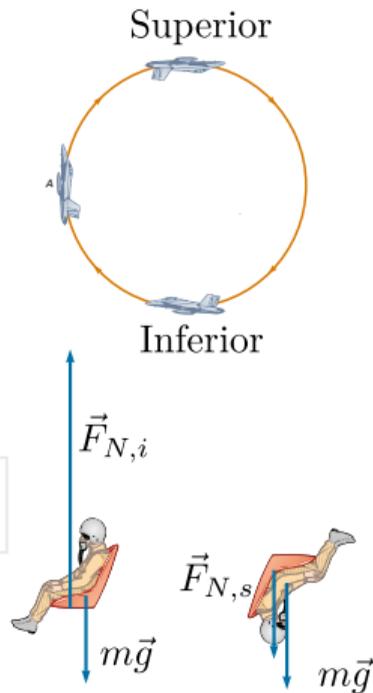
$$F_{r,res} = ma_r$$

$$F_{N,s} + mg = m \frac{v^2}{r}$$

Isolando $F_{N,s}$, temos

$$F_{N,s} = mg \left(\frac{v^2}{rg} - 1 \right)$$

$$F_{N,s} = mg \left[1 - \frac{(225\text{m/s})^2}{(2,70 \times 10^3\text{m})(9,80\text{m/s}^2)} \right]$$
$$= 0,913mg$$



Exemplo: Loop

Um piloto de massa m executa um loop. Nesta manobra o piloto faz um círculo vertical de raio $r = 2,70\text{km}$ em uma velocidade constante de 225m/s . Determine a força exercida pelo banco no piloto (a) na parte inferior do loop e (b) na parte superior do loop. Expresse sua resposta em termos do peso do piloto mg .

Na parte inferior

$$F_{r,res} = ma_r$$

$$F_{N,i} - mg = m \frac{v^2}{r}$$

Isolando $F_{N,i}$, temos

$$F_{N,i} = mg \left(1 + \frac{v^2}{rg} \right)$$

$$F_{N,i} = mg \left[1 + \frac{(225\text{m/s})^2}{(2,70 \times 10^3\text{m})(9,80\text{m/s}^2)} \right]$$
$$= 2,91mg$$

Na parte superior

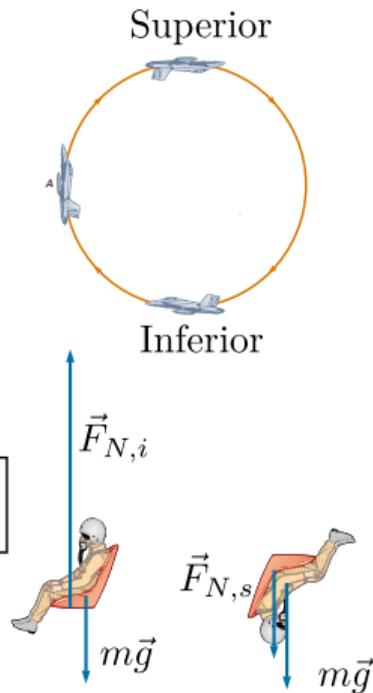
$$F_{r,res} = ma_r$$

$$F_{N,s} + mg = m \frac{v^2}{r}$$

Isolando $F_{N,s}$, temos

$$F_{N,s} = mg \left(\frac{v^2}{rg} - 1 \right)$$

$$F_{N,s} = mg \left[1 - \frac{(225\text{m/s})^2}{(2,70 \times 10^3\text{m})(9,80\text{m/s}^2)} \right]$$
$$= 0,913mg$$



- Reproduza as passagens de maneira independente!
- Estude as referências!
 - D. Halliday, R. Resnick, and J. Walker. *Fundamentos de Física - Mecânica*, volume 1. LTC, 10 edition, 2016
 - P.A. Tipler and G. Mosca. *Física para Cientistas e Engenheiros*, volume 1. LTC, 10 edition, 2009
 - H.M. Nussenzveig. *Curso de física básica, 1: mecânica*. E. Blucher, 2013
 - H.D. Young, R.A. Freedman, F.W. Sears, and M.W. Zemansky. *Sears e Zemansky física I: mecânica*
 - M. Alonso and E.J. Finn. *Física: Um curso universitário - Mecânica*. Editora Blucher, 2018
 - R.P. Feynman, R.B. Leighton, and M.L. Sands. *Lições de Física de Feynman*. Bookman, 2008

